

ML in Finances: Homework 3

Пункт 1

Используем предложенный AAF. Основная идея метода заключается в переходе от глобальной оптимизации Марковица к условной (state-dependent) оптимизации. Вместо поиска единого вектора весов w^* , максимизирующего Sharpe Ratio на всей истории, мы ищем функцию $w^*(Z_t)$, зависящую от макроэкономического состояния Z_t .

Задача оптимизации в каждом листе дерева формулируется как:

$$\max_w \frac{w^\top \mu_{leaf} - r_f}{\sqrt{w^\top \Sigma_{leaf} w}}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad w_i \geq 0 \quad .$$

Заметим также, что функция, вообще говоря, выпуклой не является (можно посмотреть на оптимизируемую функцию как на функцию вида $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$, с некоторыми упрощениями, поэтому использование методы оптимизации на симплексе, предназначенные для выпуклой оптимизации (например, вся библиотека `cvxpy`) может привести к неоптимальному решению. Этого можно избежать, слегка преобразовав лосс и возвращаемые веса, но я решил использовать SLSQP библиотеки `scipy`, метод, поддерживающий constraints, при этом работающий с невыпуклыми функциями.

Алгоритм построения (Greedy Splitting)

В отличие от стандартных деревьев регрессии (CART), минимизирующих MSE, наше дерево использует специальный критерий разбиения. Для каждой переменной Z_j и порога c мы делим выборку на две части (L и R) и максимизируем взвешенный Sharpe Ratio:

$$\text{Gain}(j, c) = \frac{N_L}{N} SR(w_L^*) + \frac{N_R}{N} SR(w_R^*),$$

где w_L^* и w_R^* — оптимальные портфели, найденные путем решения задачи квадратичного программирования (QP) на подвыборках левого и правого узлов соответственно.

Для стабилизации весов используется ансамблирование (Bagging): строится лес из $B = 100$ деревьев на бутстрапированных выборках, и итоговые веса усредняются:

$$w_t^{AAF} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B w^{(b)}(Z_t).$$

Важная часть имплементации: построение деревьев, ввиду независимости моделей, происходит параллельно с использованием `joblib`.

Пункт 2: Статистика по периодам

Ниже представлена таблица описательных статистик (Annualized Return, Standard Deviation, Sharpe Ratio) для различных классов активов, рассчитанная на разных рыночных режимах. Даты взяты из разделения всего пространства признаков стандартным решающим деревом ААТ.

Таблица 1: Descriptive statistics of monthly returns of 5 asset classes.

Period	Asset	AR (%)	SD (%)	SR
April 1984 - February 1986	Equity (0)	68.65	3.92	17.50
	Bonds (1)	53.81	7.98	6.75
	Credits (2)	483.71	17.07	28.34
	Comm (3)	137.09	4.86	28.20
	Gold (4)	51.58	3.40	15.15
	HY (5)	405.16	18.05	22.44
February 1986 - September 1987	Equity (0)	92.81	5.08	18.29
	Bonds (1)	64.13	9.03	7.11
	Credits (2)	460.38	19.58	23.52
	Comm (3)	119.79	8.37	14.31
	Gold (4)	73.73	3.54	20.84
	HY (5)	389.15	25.67	15.16
September 1987 - December 1993	Equity (0)	73.88	7.26	10.18
	Bonds (1)	84.57	14.63	5.78
	Credits (2)	477.93	49.96	9.57
	Comm (3)	118.73	11.42	10.39
	Gold (4)	64.29	4.38	14.68
	HY (5)	380.61	64.11	5.94
December 1993 - July 1999	Equity (0)	104.76	6.89	15.21
	Bonds (1)	75.64	18.92	4.00
	Credits (2)	363.80	37.65	9.66
	Comm (3)	87.78	5.54	15.85
	Gold (4)	69.47	8.55	8.13
	HY (5)	498.55	60.73	8.21
July 1999 - November 2003	Equity (0)	90.13	11.49	7.84
	Bonds (1)	191.50	19.24	9.95
	Credits (2)	490.56	38.69	12.68
	Comm (3)	100.21	7.46	13.43
	Gold (4)	97.61	7.94	12.30
	HY (5)	229.98	43.86	5.24
November 2003 - August 2018	Equity (0)	156.31	12.99	12.03
	Bonds (1)	156.70	25.14	6.23
	Credits (2)	308.93	23.66	13.05
	Comm (3)	68.79	7.48	9.20
	Gold (4)	109.89	13.30	8.26
	HY (5)	399.39	39.22	10.18
August 2018 - February 2021	Equity (0)	154.83	7.25	21.35
	Bonds (1)	184.28	22.49	8.19
	Credits (2)	284.27	15.43	18.43

Period	Asset	AR (%)	SD (%)	SR
	Comm (3)	58.89	7.87	7.48
	Gold (4)	171.50	12.95	13.25
	HY (5)	346.22	23.86	14.51

Пункт 3: Структура дерева

На рисунке ниже представлена визуализация одного из построенных Asset Allocation деревьев. В узлах показаны условия разбиения по макроэкономическим переменным (Earnings Yield, Financial Conditions, Risk Subindex), а в листьях — оптимальные веса портфеля для данного режима.

Важно, что это дерево построено на всём пространстве признаков. При этом его разделение используется для деления на периоды таблицы выше.

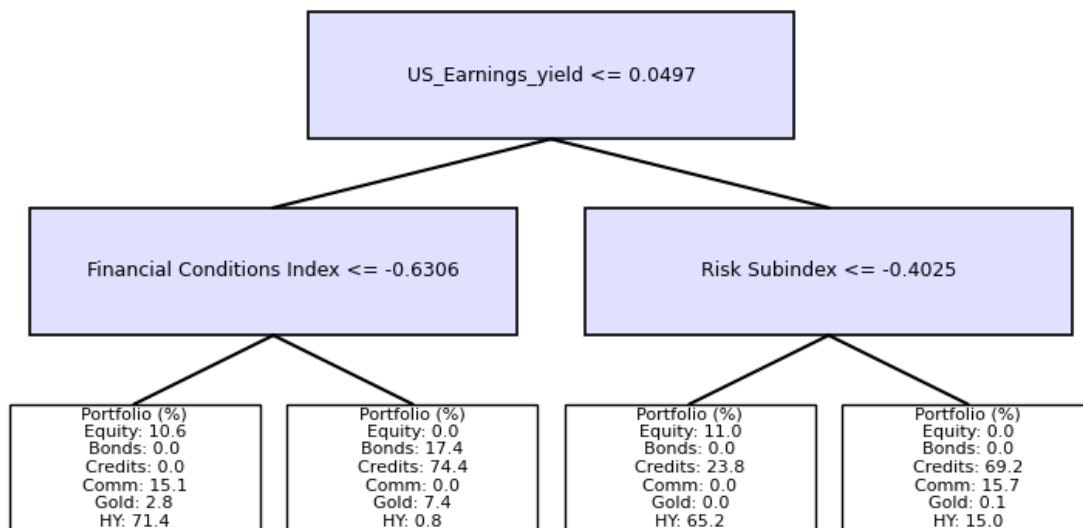


Рис. 1: Asset allocation tree and the corresponding portfolio weights.

Пункт 4: Динамика весов (AAF)

График показывает эволюцию весов портфеля во времени, полученную с помощью ансамбля деревьев (AAF).

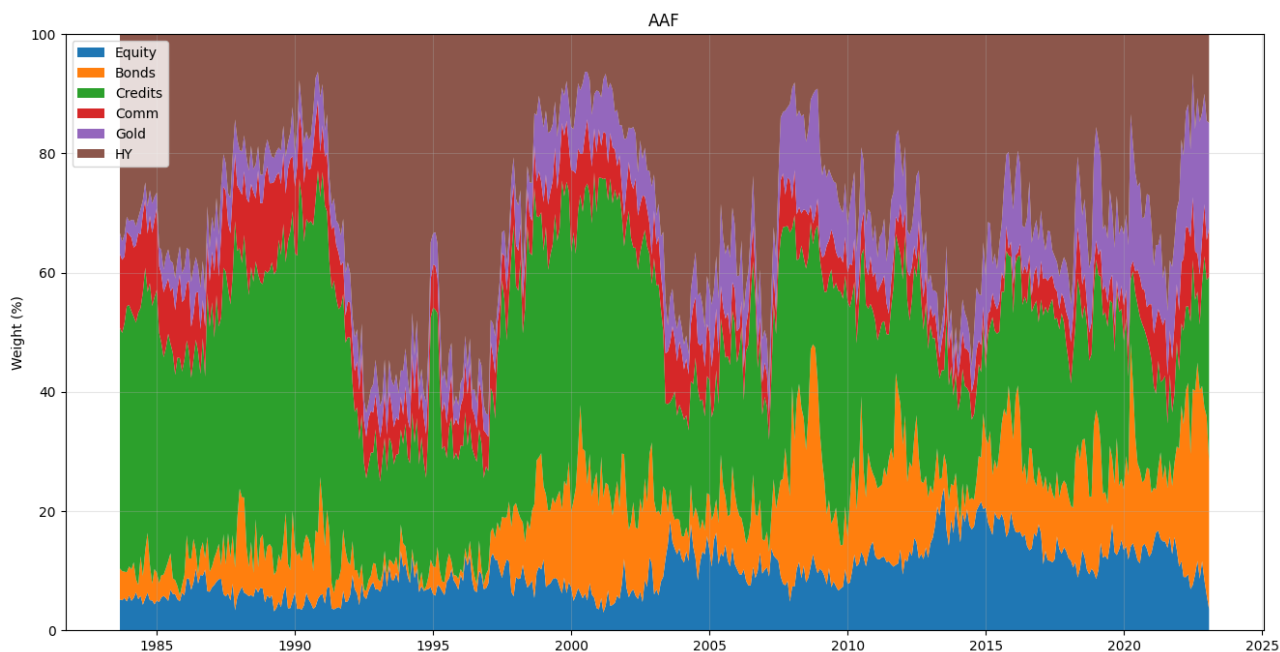


Рис. 2: Evolution of portfolio weights over time for the AAF strategy.