Exercício 1.2 – Resolução comentada

A partir do histórico com as quantidades consumidas dos produtos A e B em função dos preços (disponível na pasta "Dados Demanda"), pede-se:

i) Estime as funções de demanda $QD(P)$ dos dois produtos;

Inicialmente, sugere-se fazer um gráfico de dispersão a partir dos dados de demanda apresentados a respeito dos produtos A e B, relacionando os preços P (no eixo das ordenadas) com as quantidades consumidas Q (no eixo das abscissas). As Figuras 1 e 2, apresentam os gráficos de dispersão e as curvas obtidas ao aplicar o método dos mínimos quadrados, considerando uma função linear para representar a demanda do produto A e uma função exponencial para representar a demanda do produto B.

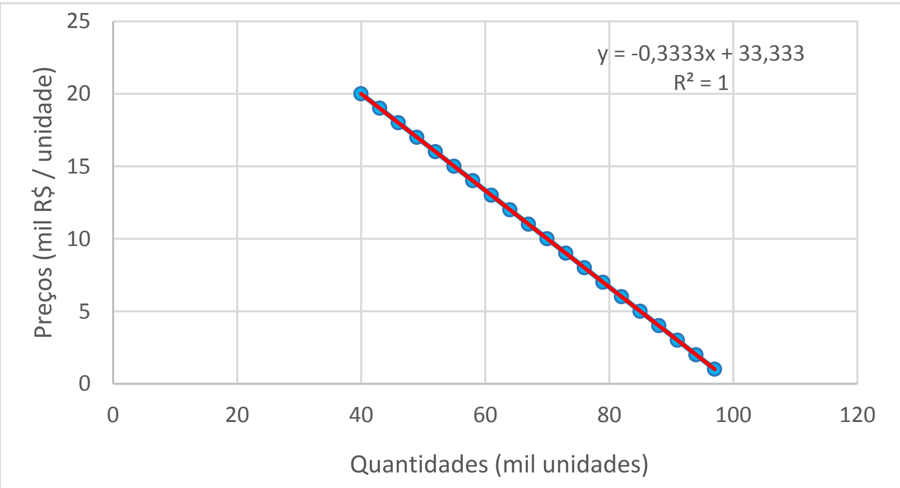

Figura 1 – Gráfico de dispersão relacionando quantidades consumidas com os preços do produto A.

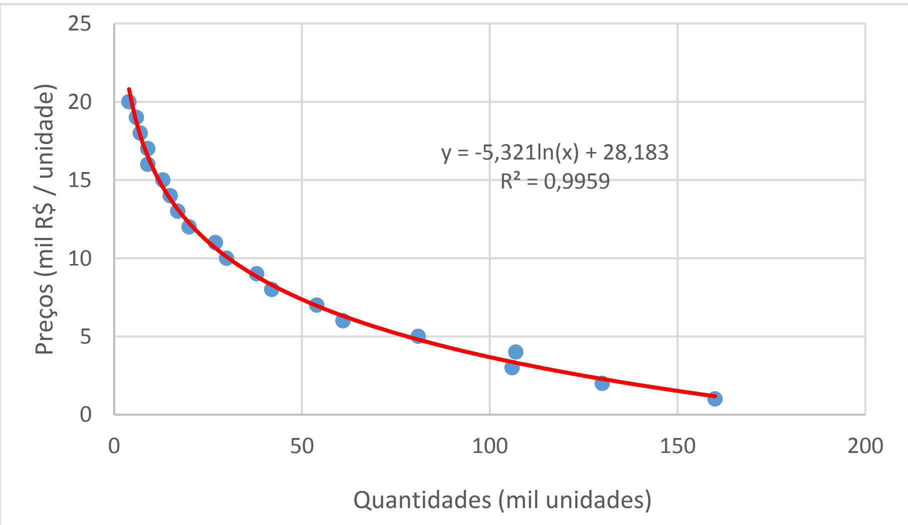

Figura 2 – Gráfico de dispersão relacionando quantidades consumidas com os preços do produto B.

Note-se que os dados de demanda do produto A apresenta perfeito ajuste (R^2: 1,00) a uma função linear expressa por:

$QD(P) = -3.P + 100$ (1)

A equação (1) também pode relacionar P em função de Q, como se segue:

$P(Q) = -\frac{1}{3}.P + \frac{100}{3}$ (1.1)

Verifique que os dados de demanda do produto B apresentam uma boa aderência (R^2: 0,98) à função exponencial apresentada a seguir:

$QD(P) = 198{,}05.e^{-0{,}187.P}$ (2)

Perceba que a função (2) foi apresentada através da Figura 2 na sua forma inversa:

$P(Q) = -5{,}321.\ln Q + 28{,}183$ (2.1)

ii) Calcule as elasticidades preço da demanda de cada função, no ponto com preço igual a R$ 5 mil;

A elasticidade preço em um ponto é dada por:

$E = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$ ou $E = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q}$

Aplicando a última expressão, tem-se como desenvolvimento:

Produto A:

$\frac{dQ}{dP} = -3$

No ponto $P = 5$ encontra-se:

$QD(5) = -3.5 + 100 = 85$;

$\frac{dQ}{dP} = -3$; e

$E_A = -3 \times \frac{5}{85} = -0{,}18.$

Produto B:

$\frac{dQ}{dP} = 198{,}05 \,.\, e^{-0{,}187.P}$

Fazendo $u = -0{,}187.P$, chega-se a derivada pela regra da cadeia:

$\frac{dQ}{dP} = 198{,}05.e^{u} = 198{,}5 \,.\, \frac{d}{du}\, e^{u}.\ \frac{d}{dP}\, u = 198{,}05 \,.\, e^{u}.-0{,}187$

$\frac{dQ}{dP} = -\,37{,}04.\,e^{-0{,}187.P}$

No ponto $P = 5$ encontra-se:

$QD(5) = 198{,}5.e^{-0{,}187.5} = 77{,}93$

$\frac{dQ}{dP} = -37{,}04.e^{-0{,}187.5} = -14{,}54$; e

$E_B = -14{,}54 \times \frac{5}{77{,}93} = -0{,}93.$

iii) Avalie qual seria o impacto estimado na receita gerada por cada produto decorrente de uma promoção para reduzir os preços de A e B em 5%;

Considerando as elasticidades preço calculas em (ii), então, a partir da redução de 5% no preço do produto A seria esperada uma variação $\Delta Q\% = -5\% . -0{,}18 = +\ 0{,}9\%$ na quantidade demandada desse produto.

A receita resultante do produto A no ponto $P = 5$ é igual a:

$R = 5.85 = \$425{,}00\ milhões$

Após a redução no preço a receita esperada seria:

$R = [5.(1 - 5\%)].[85.(1 +\ 0{,}9\%)] = \$407{,}38\ milhões$

No caso do produto B, tem-se o seguinte desenvolvimento:

$\Delta Q\% = -5\% . -0{,}93 = +\ 4{,}65\%$

Receita inicial:

$R = 5.77{,}93 = \$389{,}65\ milhões$

Receita esperada após 5% de desconto:

$R = [5.(1 - 5\%)].[77{,}93.(1 +\ 4{,}65\%)] = \$387{,}38\ milhões$

Note-se que um desconto de 5% aplicado ao preço do produto B, no ponto $P = 5$ resultaria em um impacto muito menor na receita total, em comparação com o efeito decorrente da redução de 5% no preço do produto A.

iv) Estime a função de oferta $\boldsymbol{QS(P)}$ do produto A;

A Figura 3 apresenta o gráfico de dispersão que relaciona os preços $\boldsymbol{P}$ com as quantidades ofertadas $\boldsymbol{QS(P)}$ do produto A e a curva de demanda definida anteriormente.

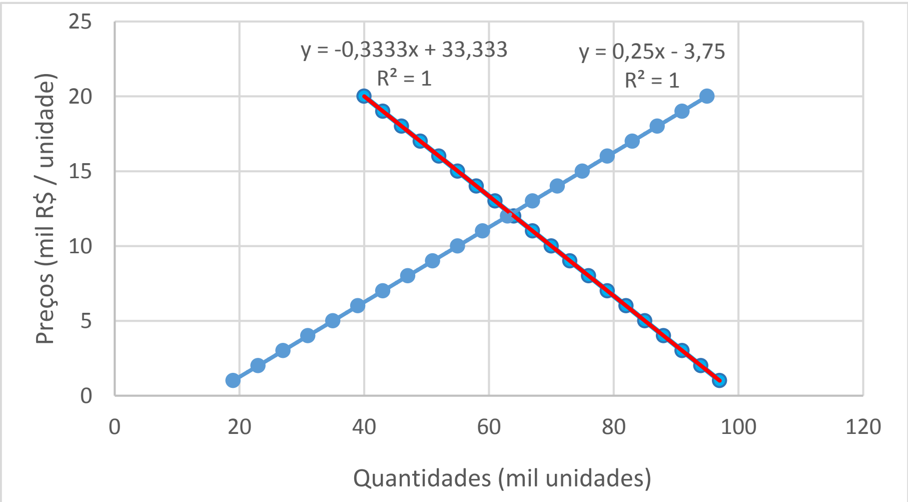

Figura 3. Gráfico de dispersão relacionando quantidades ofertadas e consumidas com os preços do produto A.

Note-se que a função linear expressa na equação (3) a seguir apresenta perfeito ajuste (R^2=1,00) aos dados de oferta.

$$QS(P) = 4.P + 15 \tag{3}$$

Que é equivalente a:

$$P = 0{,}25.Q - 3{,}75 \tag{3.1}$$

v) Calcule o preço que resultaria no equilíbrio entre oferta e demanda; e

Igualando as funções de oferta (3) e demanda (1) do produto A, encontra-se as condições de equilíbrio:

$QS(P) = QD(P)$

$4.P + 15 = -3.P + 100 \rightarrow P_e = 12{,}14$ e $Q_e = 63{,}57$.

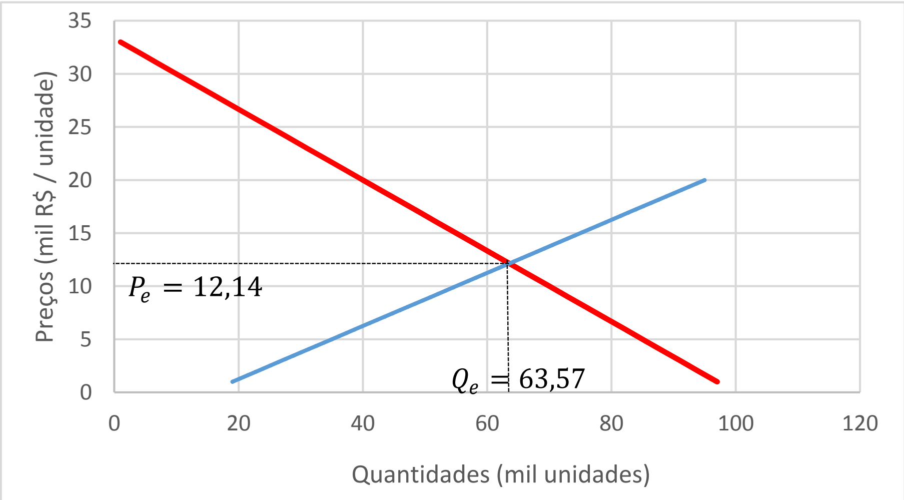

Figura 4. Equilíbrio de mercado

vi) Calcule o excedente do consumidor desse mercado.

O excedendo do consumidor é dado pela área formada abaixo da curva de demanda até a linha que define o preço de equilíbrio $P_e = 12{,}14$, no intervalo entre $Q = 0\ \ e\ Q_e = 63{,}57$.

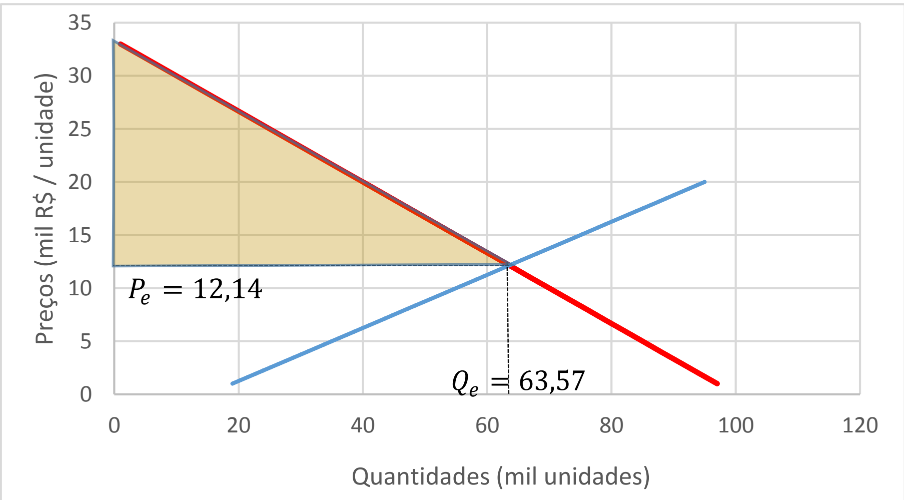

Figura 5. Excedente do consumidor

Portanto, o excedente do consumidor é dado pela área do triângulo assinalado na Figura 5:

$$EC = \frac{b.h}{2} = \frac{63{,}57.\left({}^{100}/_{3} - 12{,}14\right)}{2} = 673{,}63$$