

# 2022 年第十届成都工业学院数学建模竞赛题目

## 血管机器人的订购与生物学习

(提示：请尽量完成)

随着微机电系统的发展，人类已经可以加工越来越小的机器。这些机器小到一定程度就可以放进血管开展疾病治疗，这就是血管机器人。血管机器人可以携带药物放入血管里定点治疗与血管有关的疾病，还可以充当血管清道夫，清除病毒，保持人体健康。因而，血管机器人越来越受到人们的关注。

血管机器人有多种类型，其中某医院使用的是 ABLVR 型号的血管机器人。这种血管机器人有两大特点：①可以组装。机器人有一个容器艇（类似于潜艇），有动力，可在血液中游动。容器艇四周安装了 4 个操作手，操作手类似于人，有生物大脑和机械臂，生物大脑控制着机械臂进行工作。操作手可以从容器艇上拆卸、安装、更换。②需要学习。这种血管机器人没有直接的信息复制功能，新购买的操作手在工作之前需要提前进行生物学习（训练），类似于人脑学习，需要在特定的环境中由已经学习好的操作手（熟练工）“指导”若干个生物大脑芯片空白的操作手（新手）在仿真血管中进行学习，直到“新手”能够达到“熟练工”的水平为止，时间为一周。

血管机器人在患者血管中工作时间是一周，一周后必须取出。取出后操作手拆卸下来需要进行一周的保养才能再次开展工作，如没有安排工作，则一直需要保养。新购买的容器艇需要经过一周的检查调试后才可以投入使用，使用结束后容器艇并不必须要保养，可以连续使用，但如果不使用也需要保养。假定购买的容器艇和操作手在每周开始时到货并立即安排检查调试和生物学习（训练）。相关成本数据见附件 1。附件 2 是第 1-104 周该医院所需要的血管机器人数量。

该医院从第 1 周开始开展血管机器人治疗业务，并假定开始前已经有了 13 个容器艇和 50 个熟练操作手。请建立数学模型，回答下列问题。

问题 1：在每周开始时，医院可以购买到操作手和容器艇。每个熟练操作手可以作为指导者“指导”10 个购买的新操作手进行生物学习。如果仅仅考虑第 1-8 周，请问每周需要购买多少容器艇和操作手，既满足治疗又能够使运营成本达到最低？

问题 2：血管机器人在患者血管中工作有风险，一旦碰上巨噬细胞，如果躲避不及，将会完全损毁。假设每周有 20% 的血管机器人损毁（损毁的个数按四舍五入取整），其他条件遵循问题 1，通盘考虑第 1-104 周，请问总共需要购买多少容器艇和操作手，既满足治疗又能够使运营成本达到最低？并将相关结果填入表 1。另外，将第 1-8 周的结果数据与问题 1 的第 1-8 周的结果数据进行对比分析。

表 1：问题 2 相关结果数据

周次	购买的容 器 艇 数量	购买的操 作手数量	保养的操 作手数量	保养的容 器艇数量	参与训练的操作手数量（含 “熟练工”和“新手”）	总成本 （单位：元）
第 12 周						
第 26 周						
第 52 周						
第 78 周						
第 101 周						
第 102 周						
第 103 周						
第 104 周						
1-104 周 （总计）						

问题 3：如果每名熟练操作手可以“指导”新操作手的数量调整为不超过 20 个，假设每周有 10% 的血管机器人损毁（损毁的个数按四舍五入取整），同问题 2，请研究第 1-104 周里总共需要购买多少容器艇和操作手既满足治疗又能够使运营成本达到最低？将相关结果数据填入表 2。

表 2：问题 3 的相关结果数据

周次	购买的容 器 艇 数量	购买的操 作手数量	保养的操 作手数量	保养的容 器艇数量	参与训练的操作手数量 （含“熟练工”和“新手”）	总成本 （单位：元）
第 12 周						
第 26 周						
第 52 周						
第 78 周						
第 101 周						
第 102 周						
第 103 周						
第 104 周						
1-104 周 （总计）						

问题 4：如果购买操作手和容器艇有优惠政策，即容器艇一次性购买量不超过 5 个时的单价为 200 元/个；容器艇一次性购买量超过 5 个但不超过 10 个时，超过 5 个的那部分单价为 180 元/个；容器艇一次性购买量超过 10 个时，超过 10 个的那部分单价为 160 元/个。同样，操作手一次性购买量不超过 20 个时的单价为 100 元/个；操作手一次性购买量超过 20 个但不超过 40 个时，超过

20 个的那部分单价为 90 元/个；操作手一次性购买量超过 40 个时，超过 40 个的那部分单价为 80 元/个。其他条件遵循问题 3，则第 1-104 周里总共购买的容器艇和操作手将如何调整？将相关结果数据填入表 3。

表 3：问题 4 的相关结果数据

周次	购买的容 器艇数量	购买的操 作手数量	保养的操 作手数量	保养的容 器艇数量	参与训练的操作手数量 (含“熟练工”和“新手”)	总成本 (单位：元)
第 12 周						
第 26 周						
第 52 周						
第 78 周						
第 101 周						
第 102 周						
第 103 周						
第 104 周						
1-104 周 (总计)						

问题 5：预测第 105-112 周的血管机器人的使用需求。为了研究第 105-112 周的血管机器人的使用成本，在遵循问题 4 条件的基础上，有两种方案可以考虑。

方案 1：在第 1-104 周最优结果的基础上，医院在第 105 周开始时有可能需要以每个 300 元的高价购买能够直接使用的容器艇和每个 150 元购买熟练操作手，而后续每周均按问题 4 中的优惠政策购买合适数量的新容器艇和新操作手，满足第 105-112 周的血管机器人的需求。

方案 2：通盘考虑第 1-112 周的血管机器人的需求。

请比较两种方案的第 1-112 周最低运营成本的差额。

附件 1 血管机器人相关成本

类别	价格（成本）
容器艇	200 元/个
操作手	100 元/个
操作手保养	5 元/个/周
容器艇保养	10 元/个/周
操作手（含“熟练工”）训练	10 元/个

附件 2 第 1-104 周血管机器人使用数量（单位：个）

第 1-8 周	11	5	4	7	16	6	5	7
第 9-16 周	13	6	5	7	12	5	4	6
第 17-24 周	9	5	5	11	29	21	17	20
第 25-32 周	27	13	9	10	16	6	5	7
第 33-40 周	11	5	5	6	12	7	7	10
第 41-48 周	15	10	9	11	15	10	10	16
第 49-56 周	26	21	23	36	50	45	45	49
第 57-64 周	57	43	40	44	52	43	42	45
第 65-72 周	52	41	39	41	48	35	34	35
第 73-80 周	42	34	36	43	55	48	54	65
第 81-88 周	80	70	74	85	101	89	88	90
第 89-96 周	100	87	88	89	104	89	89	90
第 97-104 周	106	96	94	99	109	99	96	102