

Actividad 6

Glenda Carranco.

November 2019

1 Oscilador armónico

Se dice que un sistema cualquiera, mecánico, eléctrico, neumático, etc., es un oscilador armónico si, cuando se deja en libertad fuera de su posición de equilibrio, vuelve hacia ella describiendo oscilaciones sinusoidales, o sinusoidales amortiguadas en torno a dicha posición estable.

El ejemplo es el de una masa colgada a un resorte. Cuando se aleja la masa de su posición de reposo, el resorte ejerce sobre la masa una fuerza que es proporcional al desequilibrio y que está dirigida hacia la posición de equilibrio. Si se suelta la masa, la fuerza del resorte acelera la masa hacia la posición de equilibrio. A medida que la masa se acerca a la posición de equilibrio y que aumenta su velocidad, la energía potencial elástica del resorte se transforma en energía cinética de la masa. Cuando la masa llega a su posición de equilibrio, la fuerza será cero, pero como la masa está en movimiento, continuará y pasará del otro lado. La fuerza se invierte y comienza a frenar la masa. La energía cinética de la masa va transformándose ahora en energía potencial del resorte hasta que la masa se para. Entonces este proceso vuelve a producirse en dirección opuesta completando una oscilación.

Si toda la energía cinética se transformase en energía potencial y viceversa, la oscilación seguiría eternamente con la misma amplitud. En la realidad, siempre hay una parte de la energía que se transforma en otra forma, debido a la viscosidad del aire o porque el resorte no es perfectamente elástico. Así pues, la amplitud del movimiento disminuirá más o menos lentamente con el paso del tiempo. Se empezará tratando el caso ideal, en el cual no hay pérdidas. Se analizará el caso unidimensional de un único.

2 Metodo de euler

En matemática y computación, el método de Euler, llamado así en honor a Leonhard Euler, es un procedimiento de integración numérica para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias a partir de un valor inicial dado. El método de Euler es el más simple de los métodos numéricos para resolver un problema de valor inicial. El método de Euler es nombrado por Leonhard Euler, quien lo trató en su libro *Institutionum calculi integralis*.

3 Actividad 6

En esta actividad, resolveremos la ecuación de movimiento del péndulo simple, de una masa m suspendida de un hilo de longitud l .

El movimiento de la masa de un pendulo esta regido por la siguiente ecuación:

$$F = ma = -mgsin\theta$$

$$X = l\theta$$

$$V = l\dot{\theta}$$

$$a = l\ddot{\theta}$$

$$ml\ddot{\theta} = -mgsin\theta$$

$$\ddot{\theta} = ((-g)/(l))sin\theta(1)$$

Si las oscilaciones son pequeñas, $\sin \theta \approx \theta$, lo cual simplifica la ecuación de movimiento, y que se conoce como la ecuación del oscilador armónico.

Queremos resolver la ecuación diferencial simplificada utilizando un método de solución numérica, el más sencillo: Método de Euler.

Para ello necesitamos reescribir la ecuación diferencial de segundo orden, como un sistema de dos ecuaciones de primer orden.

$$dy/dt =$$

$$d^2y/dt^2 = -(g/l) y \quad (2)$$

Si definimos a un vector $y(t) = ((t), (t))T$, entonces podemos escribir la ecuación diferencial de segundo orden, como un sistema de dos ecuaciones diferenciales de primer orden

$$y'(t) = dy/dt = Ay \quad (3)$$

donde A es una matriz 2x2.

El codigo que use:

```
Program eulerp
Implicit none
real, parameter :: l = 9.81
real, parameter :: g = 9.81
real, parameter :: m = 1
real :: A, h, wo, t, y, b
Integer :: j, k
real, dimension(2) :: resp

wo = sqrt(g/l)
print*, 'Angulo y pasos'
read (*,*) A,h
```

```
open(20,file = 'pendata.dat', status = 'unknown')
```

```
do k = 0, 7000
  t = float(k) * h
  if (t>6.3) exit
  y = A * cos(wo * t)
  write (20,*) t, y, 1
end do
```

```
write(20,*) " "
```

```
B = A
```

```
do k = 0, 7000
  t = float(k) * h
  if (t>6.3) exit
  call eulermethod(A,wo,h,g,l,resp)
  write(20,*) t, resp(1), 2
  A = resp(1)
  wo = resp(2)
end do
```

```
close(20)
print*, abs((B-A)/B)
end program eulerp
```

```
!=====
```

```
subroutine eulerm(A,wo,h,g,r,resp)
  implicit none
  real, dimension(2) :: prev
  real, dimension(2) :: nex
  real, intent(in) :: A, wo, h, g, r
  real, dimension(2), intent(out) :: resp
  real :: ap, w, a2, w2
  ap = A
  w =wo
  a2 = h*w
  w2 = -h*g /r*a
  prev = (/a, w /)
  nex = (/a2, w2/)
```

```
resp = prev + nex  
end subroutine eulerm
```