*Feuille de TP no. 2 (deux séances)*

# Avant-goût du projet

Votre projet demandera de manipuler des points, des droites et des polygones simples, le tout dans un même plan muni d'un repère orthogonal. Le but de cette feuille de TP, portant sur deux séances, est d'écrire les premières fonctions de manipulation de ces objets géométriques, que vous réutiliserez par la suite.
Dans toute cette feuille d'exercices, on suppose que :

- il n'existe pas trois points consécutifs du polygone qui soient sur la même droite.
- tout point est donné par ses coordonnées réelles $x$ (abscisse) et $y$ (ordonnée) dans le plan.
- toute droite est donnée par trois valeurs $a, b, c$ telles que tous ses points satisfont l'équation $ax + by + c = 0$ (A noter qu'une infinité de triplets $a, b, c$ définissent la même droite.)
- tout polygone à $n$ sommets est donné par une suite contenant chacun de ses sommets exactement une fois, dans leur ordre d'apparition en tournant dans le sens opposé des aiguilles d'une montre ; le premier sommet est arbitraire.

Comme toujours, il faudra bien réfléchir à la complexité de vos algorithmes, et donc au choix des structures de données et à leur utilisation.

**Exercice 1**. Ecrire une fonction qui, étant donnés deux points distincts, calcule la droite qui passe par ces deux points.

**Exercice 2**. Soient un point de coordonnées $x, y$ et une droite définie par $a, b, c$. Ecrire une fonction qui retourne la valeur 0 si le point appartient à la droite, et qui - dans le cas contraire - identifie d'une manière ou d'une autre (que vous spécifierez) le demi-plan auquel appartient le point donné.

**Exercice 3**. Ecrire une fonction qui teste si deux droites s'intersectent et, si c'est le cas, retourne leur point d'intersection.

**Exercice 4**. Soient quatre points $A, B, C, D$. Ecrire une fonction qui teste si les deux segments fermés $[AB]$ et $[CD]$ s'intersectent et, si oui, retourne leur point d'intersection et indique s'il s'agit ou non de l'un des points $A, B, C, D$.

**Exercice 5**. Ecrire une fonction qui teste la position d'un point donné par rapport à un triangle donné, et qui l'indique en sortie : à l'intérieur du triangle, à l'extérieur du triangle, sur l'un des trois côtés du triangle ou dans un sommet du triangle.

**Exercice 6**. Soient un triangle et un carré définissant, avec leurs intérieurs respectifs, une surface triangulaire et une surface carrée. Ecrire une fonction qui teste si les deux surfaces s'intersectent en deux points ou plus, et qui l'indique en sortie.

**Exercice 7**. Etant donnés deux polygones, tester s'ils sont identiques (mêmes sommets).

**Pour aller plus loin ...**

**Exercice 8**. Etant donné un polygone convexe (dont on sait qu'il est convexe), écrire une fonction pour calculer une triangulation du polygone, c'est-à-dire partitionner le polygone et sa surface interne à l'aide de triangles dont les sommets sont des sommets du polygone.

**Exercice 9**. Cet exercice prépare le terrain pour calculer une triangulation d'un polygone possiblement concave. Etant donné un polygone et une droite, ecrire une fonction pour calculer le nombre d'intersections propres entre la droite et le polygone. Une *intersection propre* est :

(a) soit l'intersection de la droite avec un côté du polygone dans un point interne au côté

(b) soit le passage de la droite par un sommet $A$ du polygone, de sorte que les deux sommets voisins de $A$ sur le polygone soient situés dans des demi-plans différents de la droite

(c) soit le passage de la droite par deux sommets consécutifs $A, B$ du polygone (la droite contient alors le segment fermé $[AB]$), de sorte que l'autre sommet voisin de $A$ sur le polygone (càd celui qui n'est pas $B$) et l'autre sommet voisin de $B$ sur le polygone (càd celui qui n'est pas $A$) soient situés dans des demi-plans différents de la droite.

Ensuite, écrire une fonction pour calculer le nombre d'intersections propres entre un polygone et un segment ouvert $]MN[$ donné par les deux points $M$ et $N$ situés à ses extrémités. Dans ce cas, on comptera une intersection de type (a) seulement si le point d'intersection est à l'intérieur du segment ouvert $]MN[$, une intersection de type (b) seulement si le sommet est à l'intérieur du segment ouvert $]MN[$ et une intersection de type (c) seulement si le segment fermé $[AB]$ est inclus dans le segment ouvert $]MN[$.

**Exercice 10**. Etant donné un polygone (dont on ne sait pas s'il est concave ou convexe), écrire une fonction pour calculer une triangulation du polygone, c'est-à-dire partitionner le polygone et sa surface interne à l'aide de triangles dont les sommets sont des sommets du polygone. On pourra utiliser la méthode dite des oreilles (voir par exemple https ://fr.wikipedia.org/wiki/Triangulation_d'un_polygone). Cette méthode a besoin de tester si, étant donnés trois sommets consécutifs $A, B, C$ d'un polygone, la diagonale $AC$ est entièrement à l'intérieur du polygone ou non. Pour cela, vous utiliserez l'algorithme suivant :

1. Si l'un des autres points du polygone est à l'intérieur du triangle $ABC$ ou sur le segment $[AC]$, alors retourner Faux.
2. Construire un segment $AD$ tel que $C$ soit sur le segment $AD$ et $D$ soit à l'extérieur du polygone.
3. Si le nombre d'intersections propres entre le segment ouvert $]AD[$ et le polygone est impair, alors retourner Vrai ; sinon retourner Faux.