Taller 3

Alejandra Aspirio

5.

a.

$$A \to \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{bmatrix} = A^{\dagger} \begin{bmatrix} z_1^* & z_3^* \\ z_2^* & z_4^* \end{bmatrix}$$

$z_1 = z_1^* =$ real
$z_4 = z_4^* =$ real
$z_2^* = z_3 =$ imaginario

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha\sigma_0 + \beta\sigma_1 + y\sigma_2 + \varepsilon\sigma_3 = 0$$

$y + \varepsilon = 0 \quad \to \quad y = -\varepsilon \quad \to \quad y = \alpha = \beta = \varepsilon = 0$

$\alpha - \beta i = 0 \qquad \alpha = \beta i$

$\alpha + \beta i = 0 \qquad \alpha = -\beta i$

$\varepsilon - y = 0 \qquad \varepsilon = y$

B.

Las matrices de pauli cumplen la identidad

$\sigma_i\sigma_j = \delta_{ij} I_2 + i\varepsilon_{ijk}\sigma_k \qquad Tr(I_2) = 2 \quad Tr(\sigma_k) = 0$

$i, j \in \{1, 2, 3\}$

$\langle \sigma_i | \sigma_j \rangle = Tr(\sigma_i\sigma_j) = Tr(\delta_{ij} I_2 + i\varepsilon_{ijk}\sigma_k) = 2\delta_{ij} + i\varepsilon_{ijk} Tr(\sigma_i)$

$= 2\delta_{ij}$

$\sigma_0 = I_2$

$\to \langle \sigma_0 | \sigma_0 \rangle = Tr(I_2 I_2) = Tr(I_2) = 2$

$\langle \sigma_0 | \sigma_i \rangle = Tr(I_2 \sigma_i) = Tr(\sigma_i) = 0 \quad \to \quad \langle A | B \rangle = Tr(A^{\dagger} B)$

$i = 1, 2, 3$

c.

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta + iy \\ \beta - iy & \epsilon \end{bmatrix}$$

$A^{\dagger} = A$, A hermíticas real es cuando y (parte ima) = 0

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \epsilon \end{bmatrix} \rightarrow \dim\{\alpha, \beta, \epsilon\}$$

$\rightarrow$ solo se tienen $\sigma_0; \sigma_1, \sigma_3$ $\| \rightarrow S_R = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_3\}$

por otro lado si.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & iy' \\ -iy' & 0 \end{bmatrix}, \quad y' \in R,$$

teniendo z en la diagonal debe cumplir $z = z^*$ pero $z = 0$ entonces solo existe parte ima pura

$$\rightarrow \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}$$

entonces $= S_R = \{\sigma_2\}$