静电场

1. 电荷

在电学中，电荷是一个堪比力学中质量的物理量，电磁学中相关概念也都是从最基本的电荷出发而推得，在某种程度上电学中分析电荷与力学中分析一定质量的物体是一样的思路，不过相较而言，分析电荷的难度会更大，原因在于电荷是可以移动的，即电荷密度是可以改变的。放到力学中，这就意味着物体的密度分布是可以改变的，然而我们并不擅长分析“流体”，故此，在大多数定量分析的情景下，我们的对象都是**电荷分布均匀的绝缘体**，此外，我们也仿照了力学中的质点来引入电学中的研究对象——点电荷，进一步，我们考虑到电荷间的相互作用力也是非接触力(超距力)，于是，我们效仿天体物理中研究万有引力一样，引入研究电学理想模型——检验电荷(试验电荷)，检验电荷(试验电荷)同时具有一下特征：①**质点，甚至有时不考虑质量；②电荷分布均匀的绝对绝缘体，不会受到外部电场的作用而改变电荷分布状态；③产生的电场可以忽略不计，对其他电荷的电荷分布无影响。**接下来，我们就可以在静电场中套用力学的模型来分析点电荷的运动和能量变化了。

1.1 电荷与电荷守恒定律

电荷不会凭空产生与消失，只会转移，转移过程中电荷总量不变。一般而言，转移的通常是负电荷(电子)，缺电子的地方表现为正电，富电子的地方表现为负电。进一步，即使正负电子相互湮灭，在代数和上电荷量仍不发生变化，由此，我们有，**电荷守恒定律：在一个孤立系统中，无论发生何种物理过程，该系统电荷的代数和保持不变。**无论是宏观过程还是微观过程，这一定律均普遍成立。

> 根据电荷在带电体中**是否可以自由移动**，我们将带电体分为**导体**和**绝缘体**。通常，绝缘体不带电只是生活中的说法，在物理上，任何实在的东西都可以带电，至于如何带电，则不是我们研究的范畴了。

电性：同性相斥，异性相吸。(区别于通电导线)

- 摩擦起电：绸玻正，毛胶负。
- 接触起电：电量均分定律 (**适用于导体**)，由于电荷移动速度较快，电量达到平衡在导体中几乎是瞬时的。
- 感应起电：遵循同电性相远离，异电性相靠近的规律(**适用于导体**)，静电感应的结果是使局部表现为接近电中性(**静电屏蔽**原理)。
  静电感应：受附近带电体影响而使导体上的电荷重新分配的现象称为**静电感应**。

尖端效应：在同一带电**导体**上，与平滑部位相比，其尖端部位面电荷密度较大，尖端附近的电场强度较强，且容易由尖端向周围空气或邻近的接地体放电的现象。

由于电荷在导体内部可以移动，又由同种电荷相互排斥，我们可以简单得初步推导电荷会占据在无外部电场影响下电荷会自然占据导体的最大空间，即电荷只分布在导体表面。

静电平衡：在外部电荷影响下，导体内部的电荷会做定向移动，直至达到平衡后电荷不再移动，该平衡称为静电平衡。由于电荷转移十分迅速，导体达到静电平衡的时间极短，在电荷守恒定律的基础上，我们有，导体的电荷均分定律：**两个带电量不同的导体相互接触后，各导体所带的电荷量均分。**

1.2 电荷量子化

带电体所带的电荷量并不是连续的，而是某一最小电荷量的正整数倍。

基本电荷/元电荷：电子所带的电荷量，亦是最小电荷，用 e 表示，有时 e 也可以代指电子。
$e = 1.6 \times 10^{-19} \mathrm{C} \Rightarrow$ 1909年密立根油滴实验

公式表达为：$Q = N \cdot e$

通常宏观系统中物体的电荷量都极大，因而不考虑量子化问题。（类比于化学的物质的量）

1.3 电荷的相对论不变性

大量实验证明，电荷不具有相对论效应，即在不同参考系下，同一带电物体的带电量和电性是不变的。

> 尽管在引入电学时我们将电荷量与力学中的质量相类比，建立了形式上的相似性，但仍要明确电学和力学的差异，虽然静电场多以力学的形式体现，但二者仍然时不同的学科，追更溯源，这种不同就来自于电荷和场，同时，富于变化的电荷和场也为电学中的力学分析带来了更大的复杂性与难度。

2. 库仑力与静电场

> 场：场是物质存在的一种形式，与实物一样具有能量与动量，有自己的运动规律，静质量为0，若干个场可以占据同一空间，场可以相互叠加。电荷之间的作用就是通过电荷的电场发生的。

库仑定律：

真空中两个静止的点电荷之间的相互作用力 F 的大小，与它们的电荷量 q_1、q_2 的乘积成正比，与它们的距离 r 的二次方成反比；
作用力的方向沿着它们的连线，同种电荷相互排斥，异种电荷相互吸引。

公式表达：

$$\mathrm{F_{12} = F_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

静电力常量 $\mathrm{k = 9.0 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2}$，若引入真空介电常数 $\varepsilon_0 = \mathrm{8.85 \times 10^{-12} C^2/(N \cdot m^2)}$，则有 $\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

库仑力 $\mathrm{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}} \Leftrightarrow$ 万有引力 $\mathrm{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$ ；库仑力和万有引力的形式相似性，可以类比出一些结论和方法：

- 在平面内，圆环、圆盘对外部感应电荷的库仑力可等效为由位于圆心处的等电荷量的点电荷作用；
  在空间内，球体、球壳对外部感应电荷的库仑力可等效为由位于圆心处的等电荷量的点电荷作用。
- 在平面内，圆环对内部感应电荷的库仑力为 0；在空间内，球壳对内部感应电荷的库仑力为 0。
- 空间中某检验电荷电荷受到多个点电荷的库仑力可以直接叠加，遵循矢量相加原则。（类似于万有引力的空间叠加原理）

2.1 静电力与静电力场

宏观上，带电物体会在其周围产生电场（电场的存在与否只与场源的存在与否有关，而与外部电荷的存在与否无关），对处于其中的电荷产生电场力，当场源物体不发生变化时，产生的电场为静电场（即静电场不随时间变化），处于其中的电荷受到的力称为静电力，静电力为库仑力宏观表现（当场源物体为点电荷时，库仑力就是静电力），因而，静电力也遵循叠加原理。

静电力叠加原理：空间中某检验电荷受到的静电力等于其他电荷单独作用存在时作用于该电荷的静电力的矢量和。

公式表达为：

当场源为离散的点电荷时：

$$\overrightarrow{\mathrm{F}}=\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\overrightarrow{\mathrm{F}_{\mathrm{i}}}$$

当场源电荷为带电物体时：

$$\overrightarrow{\mathrm{F}}=\int\overrightarrow{d\mathrm{f}}$$

其中 f 为单位电荷产生的单位电场力大小

若定义 $\overrightarrow{r_0}$ 为电荷所受静电力方向的单位矢量，则进一步可得：

当场源为离散的点电荷时：

$$\overrightarrow{\mathrm{F}}=\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\overrightarrow{\mathrm{F}_{\mathrm{i}}}=\mathrm{kq}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\frac{\mathrm{Q_i}}{\mathrm{r_i^2}}\overrightarrow{\mathrm{r}_{0_{\mathrm{i}}}}$$

当场源电荷为带电物体时：

$$\overrightarrow{\mathrm{F}}=\int\overrightarrow{d\mathrm{f}}=\mathrm{kq}\int\frac{d\mathrm{Q}}{r^2}\overrightarrow{r_0}$$

其中 f 为单位电荷产生的单位电场力大小

至于 $d\mathrm{Q}$ 如何计算，我们将在后续引入电荷密度后做更深入的探讨。

由于检验电荷受到的电场力既与场源电荷 Q 的大小有关，也与检验电荷 q 的大小有关，因而决定检验电荷受到的电场力的因素并不唯一，因而，为了定量衡量空间中各处电场强度，我们通过比值定义法定义空间中某一点的电场强度为检验电荷 q 在该点所受电场力大小F与检验电荷电荷量 q 的比值，规定电场方向与正电荷所受电场力方向，即电场强度 $\mathrm{E}=\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{q}}$，反之，我们可以通过计算空间中电场强度的分布，来用 $\mathrm{F}=\mathrm{qE}$ 来计算检验电荷 q 在电场强度为 E 的位置所受电场力的大小。

> 值得注意的是，由于检验电荷是也一个理想化的模型，故而在实际应用中，通过定义法测量出来的电场强度往往比实际略小。

与电场力相同，**电场也遵循矢量叠加的原理**，相关公式不再赘述。

2.2 电场线

尽管电场看不见摸不着，但我们仍然可以借助物理模型来形象化得表示空间中的电场，这一**模型**就是电场线。

在电场中画一组曲线，曲线上每一点的**切线方向**与该点的电场方向一致，则这一组曲线被称为电场线。同时，我们规定，电场中某点的电场强度大小等于该点的电场线密度。

由于电场由场源决定，我们也可以通过电场线推断场源的形态。

因而，我们由以下结论：

- 电场线是假想的模型，并不真实存在，但电场真实存在
- 电场线越密集的区域电场强度越大，反之，电场线越稀疏的区域电场强度越小
- 电场线之间不相交，不中断，不重合，不相切，不闭合，始于正电荷或无穷远处终止于无穷远或负电荷
- 电场线垂直于导体表面
- 电场线反应空间中电场的分布，即电场力的方向，因而，其不表示真实的运动方向

2.3 点电荷的电场

对于孤立点电荷 Q，在空间中距其 r 处产生的电场强度为 $\mathrm{E}=\mathrm{k}\dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{r}^2}$，其中，场强方向有中心电荷电性决定，正电荷径向向外，负电荷径向向内。

对于 n 个点电荷构成的点电荷系 $(\mathrm{Q}_1,\ \mathrm{Q}_2,\ \cdots,\ \mathbb{Q}_\mathrm{n})$，其在空间中产生的场强为 $\overrightarrow{\mathrm{E}}=\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\overrightarrow{\mathrm{E}_\mathrm{i}}=\mathrm{k}\dfrac{\mathrm{Q}_\mathrm{i}}{\mathrm{r}_\mathrm{i}^2}\overrightarrow{\mathrm{r}_{0_\mathrm{i}}}$

电荷对的电场：(注意对称性的应用)

- 等量同种电荷：
  中垂线上(轴向上)从中心向外电场强度大小先从 0 增大到 $\dfrac{16\sqrt{3}kQ}{9r^2}$ (其中 r 为电荷间距)在减小到无穷远处为 0，关于电荷连线两侧对称
- 等量异种电荷：
  中垂线上(轴向上)电场强度方向相同，均与电荷连线方向平行，但大小不同，中心最大，向外减小到无穷远处为 0，关于电荷连线两侧对称

电偶极子(相距很近的等量异种电荷)连线上与中垂线上的电场强度：

$$\text{记电偶极子的轴长(正负点电荷距离)为 } l,\ \text{电荷量为 } Q,\ \overrightarrow{l_0} \text{ 为负电荷指向正电荷的单位向量}$$

$$\text{则连线上距中心 } r(r\gg l) \text{ 处的场强 } \overrightarrow{E_\parallel} \text{ 为：}$$

$$\overrightarrow{E_\parallel}=\frac{2kQrl}{r^4(1-\frac{l}{2r})^2(1+\frac{l}{2r})^2}\overrightarrow{l_0}\approx\frac{2kQl}{r^3}\overrightarrow{l_0}$$

$$\text{中垂线上中心 } r(r\gg l) \text{ 处的场强 } \overrightarrow{E_\perp} \text{ 为：}$$

$$\overrightarrow{E_\perp}=-\frac{2kQl}{r^3(1+(\frac{l}{2r})^2)^{\frac{3}{2}}}\overrightarrow{l_0}\approx-\frac{2kQl}{r^3}\overrightarrow{l_0}$$

记电偶极矩 $\overrightarrow{p}=Q\overrightarrow{l}\quad(\overrightarrow{l}=\overrightarrow{l_0}\cdot l)$，则有 $\overrightarrow{E_\parallel}=-\overrightarrow{E_\perp}=\dfrac{2k\overrightarrow{p}}{r^3}$，**从而 $\overrightarrow{E_\parallel}$、$\overrightarrow{E_\perp}$ 与 $\overrightarrow{p}$ 成正比，与 r^3 成反比**，实际上，空间中任意一点(要求 $r\gg l$)的电场强度大小都满足这一点，其中 $\overrightarrow{E_\parallel}$ 与 $\overrightarrow{p}$ 同向，$\overrightarrow{E_\perp}$ 与 $\overrightarrow{p}$ 反向。

2.4 匀强电场

受到匀强电场的点电荷相当于受到恒力的质点，注意力的方向受到电荷电性影响。

如果一组电场线相平行，那么其必表示匀强电场。

匀强电场的产生：

- 两带电平行金属板(平行板电容器)的中间区域
  边缘效应：金属板电容器边缘场强分布不均匀，并非匀强电场
- 带电或感应起电的金属平面的表面区域
- 均匀带电平面的两侧区域

2.5 静电场的计算

为了方便积分，我们需要引入一组新的概念：电荷密度(线电荷密度 τ、面电荷密度 σ 和体电荷密度 ρ)。在此基础上，任何**电荷分布均匀**的绝缘体(在以此为对象的时候，我们通常会忽略带电体边缘的尖端效应)产生的电场都可以通过电荷密度转成对库仑定律的积分运算。

即：

$$Q=\tau l=\sigma S=\rho V$$
$$\mathrm{d}Q=\tau\mathrm{d}l=\sigma\mathrm{d}S=\rho\mathrm{d}V$$
$$\text{再代入 } \overrightarrow{E}=\int\mathrm{d}\overrightarrow{E}=k\int\frac{\mathrm{d}Q}{r^2}\overrightarrow{r_0}\text{ 计算}$$

静电场的运算遵循「**矢量运算法则**」，除一般情况下的「**积分运算**」外，常用「**对称性**」和「**高斯定律**」。

- 无限大匀质均匀带电**平面**周围的电场为**匀强电场**。
- 无限长匀质均匀带电**直线**周围的电场为**辐状分布，与到直线的垂直距离 r 成反比**。

对称性：利用矢量运算需要同时计算大小和方向的特点，利用对称性抵消某些方向的场强，或是通过构造对称性、构造正负电荷将难以计算的场强分解为多个易于计算的场强的矢量和。

- 球对称性
- 轴对称性
- 平面对称性
- 中心对称性

在此基础上，可以将 带电球体/带电球面 与 点电荷 相联系，将 带电圆环 与 等量同种电荷 相联系，将 带电圆柱/带电圆柱面 与 带电直线 相联系

> **对称性** 是解决矢量运算中很常见的一种做法。
> **高斯定律** 的内容和运算均不做要求，仅需掌握结论即可。

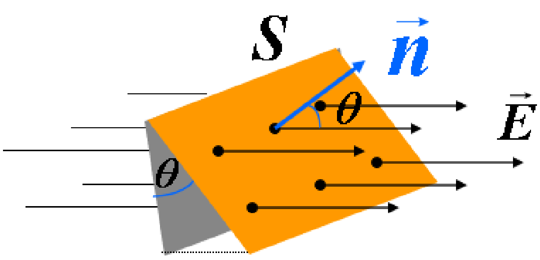
高斯定律：

电场强度在一封闭曲面上的面积分与封闭曲面所包围的电荷量成正比，且等于电荷量的代数和除以真空中的绝对介电常数

公式表达：

$$\oint_{\mathrm{S}}\overrightarrow{\mathrm{E}}\cdot\mathrm{dS}=\frac{\mathrm{Q}}{\varepsilon_0}$$

为了计算方便，我们定义静电场中通过某面的电场线个数为电通量(类比于磁通量)，用 Φ_e 表示。



从而，我们有 $\Phi_{\mathrm{e}}=\overrightarrow{\mathrm{E}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{S}}=\mathrm{E}\cdot\mathrm{S}\cos\theta$，进一步，我们有 $\mathrm{E}=\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}}{\mathrm{dS}_{\perp}}$ 表示在空间中任意一点，电场线密度与电场强度相同，其中 $\mathrm{dS}_{\perp}$ 表示面元，$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}$ 表示通过该面元的电通量。

进一步，高斯定理可以写成：$\Phi_e=\frac{Q}{\varepsilon_0}$，通过选取适当的对称封闭曲面，我们就能通过高斯定理求出闭合曲面的电通量，进一步求出电场强度。

高斯定律是从库仑定律直接导出的，它完全依赖于电荷间作用力的平方反比律。即使不明白如何推导与运用，你也可以尝试推导以下结论：

- 处在**静电平衡**条件下的金属导体，导体内部的总电场始终为0，导体内部无净电荷。
  由导体达到静电平衡可知，导体上的电荷不再移动，即导体内部总电场处处为0，从而由高斯定律可得导体内部无净电荷，则导体的电荷只能分布在导体的表面。
- $\Phi_e > 0$ 表明电场线从正电荷出发穿出闭合曲面，$\Phi_e < 0$ 表明电场线穿入闭合曲面指向负电荷
- 带电球面/柱面内部电场为0，均匀带电绝缘球体内部电场强度与到球心的距离成正比

3. 电势能与电势

检验电荷在静电场中的运动时，静电力做功只与检验电荷的初末位置有关，而与检验电荷的运动形式无关，因而，静电力是保守力，进一步，静电场是保守力场，而有保守力场就有势能(能量的高低只与系统的相对位置有关)的概念，从电荷在电场中运动我们知道电场也是有能量的，故而，我们将电场的能量称为电势能，电场做功对应电势能的变化量，即：

$$\mathrm{W} = \Delta \mathrm{E}_{\mathrm{p电}} = \mathrm{E}_{\mathrm{p末}} - \mathrm{E}_{\mathrm{p初}}$$

由此我们知道，电势能的变化量远比电势能的大小重要的多，为了衡量电场对外部电荷做功能力的强弱，我们用比值定义法引入电势的概念，即 $\varphi = \frac{\mathrm{E_p}}{\mathrm{q}}$，结合电场对外部电荷做功 $\mathrm{W} = \mathrm{qEl}$ 可得 $\mathrm{Ed} = \varphi_{末} - \varphi_{初} = \Delta\varphi = \mathrm{U}$，其中，U 表示初末两点之间的电势差，在此公式上，我们可以导出电场电势的计算公式：

$$\varphi_{ab} = -\varphi_{ba} = U_{ab} = \int_b^a E\mathrm{d}l$$

3.1 环路定理

环路定理：在静电场中，电场强度的环流（沿任意闭合路径的线积分）恒为零。

公式表达：

$$\oint \overrightarrow{\mathrm{E}} \cdot \mathrm{l} = 0$$

$$\varphi_{a-c-b} = \varphi_{a-d-b} = -\varphi_{b-e-a}$$

有了环路定理，我们可以很简单得说明为什么不存在平行且不等距的电场线。

3.2 等势面

为了形象化静电场时，我们引入了电场线来辅助理解空间中的电场分布，同样，为了形象化电势能，我们也可以引入势能面的概念来辅助理解空间中的能量分布，我们讲空间中势能相等的点构成的面称为等势面。由于势能是系统共有能量，其参考平面可以任意选取，故而，为了研究方便，我们通常选取无穷远处作为零。于是，我们不加运算地给出常见模型的势能公式与常用结论：

- 对于正点电荷，其电势分布为同心球面：$\varphi = \frac{kQ}{r}$。负点电荷则取反。
- 对于电偶极子，其在中垂线上电势为0，在连线电势上近似为：$\varphi = \frac{kp}{r^2}$，靠近正电荷则取正，反之则取负。
- 对于匀强电场，其电势分布为平行面，电势差满足：$U = Ed$，计算电势时，可以采用构造的方法，乃至采用建系的做法。
- 对于均匀带电直线，其电势为柱面，满足：$\varphi \propto \mathrm{In}r$，r 为到直线的垂直距离。

电势叠加原理：由于不同场源的电荷在运算时单独积分，从而不同场源在同一点产生的电势是直接进行标量相加的，表示为公式则为：

$$\varphi=\int E_1\mathrm{d}l+\int E_2\mathrm{d}l+\cdots+\int E_n\mathrm{d}l=\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_n$$

由 $\overrightarrow{E}=-\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\overrightarrow{l}}$ 并结合等势面的定义，我们有以下结论：

- 在同一等势面上移动电荷电场力始终不做功
- 等势面不相交，不相切，不重合
- 等势面一定与电场线垂直
- 电场线总是从电势高的等势面指向电势低的等势面，且电场线是等势面的梯度方向，即沿电场线方向电势降低最快
- 电场线与等势面之间是导数的关系，即二者没有绝对的大小关系，电场强度大的地方电势不一定高，反之，电势高的地方电场强度不一定大
- 靠近正电荷的地方电势高，靠近负电荷的地方电势低
- 导体是等势体，导体表面是等势面

4. 导体、电介质与电容器

在学习静电场的过程中，我们会往往刻意注重对象的力学性质而选择忽略对象的电学性质，比如，为了研究方便，我们常常预定义对象的一些属性，以致形成思维上的惯性，像是对象处在真空或是空气中(库仑定律只在真空中成立)，在静电场中受力对象往往是绝缘体等等，尽管思维上的惯性能让我们快速理解一个新的模型，但在更深入研究电学时，这些思维惯性往往会成为我们认知的阻力，因此在这一部分我会专门论述对象的电学性质及其电学应用。

4.1 导体

- 导体接地等效于接到无穷远处，其电势变为0，处于静电感应下的导体，接地后只会保留被感应出来的一部分电荷。
- 静电感应与静电屏蔽都是导体独有的性质，感应起电也只对导体起作用，导体在受到静电感应发生电荷分离时，同电性电荷会尽可能远离，异电性电荷会尽可能靠近，且这种电荷分离基于电子的移动，除非导体发生物理上的分离，否则，电荷分离的过程是可逆的。
- 静电感应的实质是使相对内部(局部)**表现**为电中性，两个及多个导体相互接触时，应等效为一个导体分析。
- 导体的电荷均分定律。
- 处于静电平衡的导体内部没有净电荷，静电平衡下的导体表面电荷也不发生移动，导体内部净电场永远为零。
- 在电场中，导体是等势体，导体表面是等势面。
- 导体表面的电荷分布情况由导体的形状和周围的电场共同决定，孤立带电导体其面电荷密度只与该处表面的曲率有关，其中越尖锐突出的部分，电荷面密度越大，反之则越小，对于球体而言，有：$\sigma\propto\frac{1}{r}$。

导体壳和静电屏蔽：

- 导体空腔内外均无带电体时，腔体内表面不带电量，腔体外表面所带的电量为带电体所带的总电量。

- 导体空腔内有带电体而外部无时，腔体内表面带上异种电荷，导体外表面由电荷守恒定律决定剩余带电量。
- 导体外有带电体而导体内部没有带电体时，腔体外表面带上异种电荷，内表面由电荷守恒定律决定剩余带电量。
- 导体接地时，无论导体原来带多少电荷，导体壳上只会保留被感应出来的电荷。
- 封闭导体壳内部的电场不受外部影响，封闭的**接地**导体壳外部的电场不受内部影响

4.2 电介质

一些绝缘体在外部电场作用下发生电极化，这样的物质称为电介质。通常，气体、电离微弱的液体和绝缘性较好的固体都是电介质。发生极化的电介质会在与外电场垂直的表面出现相异电荷，该电荷称为极化电荷(束缚电荷)，同时，与导体不同，电介质内部的电场可以不为 0。

- 无极分子电介质：分子正负电荷中心重合(化学中的非极性分子)
- 有极分子电介质：分子正负电荷中心不重合(化学中的极性分子)

> 通过受力分析我们知道，电偶极子会在外部电场作用下自发朝向外部电场方向。

电极化：

- 畸变极化：电子云在电场作用下变形产生电偶极矩
- 位移极化：非极性分子的正负电荷中心在电场作用下偏移产生电偶极矩
- 转向极化：在电场作用下极性分子的电偶极矩转向外部电场方向

电极化强度：单位空间内电偶极矩的矢量和，用来衡量电介质电极化的程度。即 $\overrightarrow{P}=\frac{\sum\overrightarrow{p}}{\Delta V}$，若取极化电荷面密度 σ' 则有 $\sum\overrightarrow{=}\sigma'\Delta S\cdot L$，从而 $\overrightarrow{P}=\sigma'$，这表明在均匀电介质在发生均匀电极化后，其表面上某点的极化电荷面密度等于该处电极化强度的大小。

> 在电介质产生极化电荷后，极化电荷也会产生一个电场，它会与产生它的电场相互作用，起到削弱的作用。

进一步，根据试验我们有：$\overrightarrow{P}=\chi\varepsilon_0\overrightarrow{E}$，在该式中 χ 表示电介质的极化率，为无量纲量，ε_0 表示真空中的绝对介电常数，$\overrightarrow{E}$ 表示**介质中**的电场强度。

在此基础上，我们引入电位移矢量 $\overrightarrow{D}=\overrightarrow{P}+\varepsilon_0\overrightarrow{E}=(1+\chi)\varepsilon_0\overrightarrow{E}$，令相对介电常数 $\varepsilon_r=1+\chi$，电介质的绝对介电常数 $\varepsilon=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r$ 则有 $\overrightarrow{D}=\varepsilon\overrightarrow{E}$，在真空中，有 $\overrightarrow{D}=\varepsilon_0\overrightarrow{E}_0$，在上式中 $\overrightarrow{E}_0$ 表示**真空中**的电场强度，$\overrightarrow{E}$ 表示**电介质中**的电场强度。

> 为什么要引入电位移矢量？
> 要回答这个问题，我们就要回到电极化强度的定义与高斯定理，通过电极化强度我们可以求出极化电荷数 $q'=-\oint\overrightarrow{P}\mathrm{d}S$ (取负的原因是电偶极矩的方向是负电荷指向正电荷，而电场方向是正电荷指向负电荷)，通过高斯定理我们知道真空中的场源电荷满足 $q_0=\oint\varepsilon_0\overrightarrow{E}\mathrm{d}S$，而我们知道，对介质中的场源取一闭合平面包裹，这时，我们再用 $\oint\varepsilon_0\overrightarrow{E}\mathrm{d}S$ 计算出来的电荷实际上电介质和场源电荷看作一个整体算出来的等效场源电荷 q_0 (换言之，在真空中 q_0 在其周围空间的电场强度为实际场源电荷 q 在介质中的电场强度 $\overrightarrow{E}$)，其内部场源电荷 q 实际应满足 $q=q_0-q'=\oint(\overrightarrow{P}+\varepsilon_0\overrightarrow{E})\mathrm{d}S$，若代入电位移矢量的定义则有 $q=\oint\overrightarrow{D}\mathrm{d}S$，此即**普适的高斯定律**，但更本质来讲，电位移矢量 $\overrightarrow{D}$ 反映的实际上是任意空间内的场源电

> 荷(为区别于极化电荷，也称自由电荷)分布情况，也就是说，将场源电荷从电介质移到真空中，其电位移矢量是不变的。
> 电位移矢量也称为电通量密度。

进一步，对同一场源电荷，我们有 $\varepsilon\overrightarrow{E}=\varepsilon_0\overrightarrow{E_0}$，于是我们可以得到 $\overrightarrow{E_0}=\varepsilon_r\overrightarrow{E}$，此即说明同一场源电荷在真空与电介质中产生的场强大小只与介质有关，且与电介质的相对介电常数成正比，同时，电场的方向是相同的。

在电介质中，环路定律仍然成立。而在进行其他的运算时，将真空中的绝对介电常数 ε_0 $(\varepsilon_0=\dfrac{1}{4\pi k})$ 换成电介质中的绝对介电常数 ε 即可，如库伦定律改写为:

$$F_{12}=F_{21}=\frac{kq_1q_2}{\varepsilon_r r^2}$$

4.3 电容与电容器

一般来说，电荷在导体内会受电场力而移动，但导体内、导体之间存在介质时，则阻碍了电荷的移动使导体累积电荷，存储的电荷量称为电容，而导体及电介质构成的整体则称为电容器。

通常，电容器都由两个不相连的导体及其间电介质构成，这时，电容器的电压 U 就是两导体间的电势差，电容器的电荷量 Q 即任一导体所带电荷量大小(因为静电感应的存在两导体所带电荷量大小总是相同的)，但也存在由单个导体构成的电容器，这时，我们一般认为孤立导体与无穷远处构成电容，电容器的电荷量即导体所带电荷量电容器的电压即导体的电势，通常，孤立导体构成的电容较小，同时，孤立导体的电容与 Q、U 无关，只与导体的形状和周围的介质有关。

电容器电压的计算:$U=\int\overrightarrow{E}\overrightarrow{\mathrm{d}l}$，再根据 E 与 Q 的关系，即可进一步求出电压与 Q 的关系。

电容器的电容: 为了衡量电容器容纳电荷量能力的大小，通过比值定义法定义电容器的电容大小 C 满足 $C=\dfrac{Q}{U}$

电容器的极限电压: 通常电介质会起到绝缘的作用，但当导体间电压过大时则会超过电介质的极限从而击穿电容器，电容器的极限电压即为击穿电容器电压的临界值。

常见电容器的电容($\varepsilon=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0=\dfrac{\varepsilon_r}{4\pi k}$):

- 平行板电容器: $C=\dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}=\dfrac{\varepsilon S}{d}$
  - 孤立平面电容器: $C=0$
- 同心球型电容器: $C=\dfrac{4\pi\varepsilon r_a r_b}{r_b-r_a}$, $(r_b>r_a)$
  - 孤立球型电容器: $C=4\pi\varepsilon r$
- 同轴圆柱型电容器: $C=\dfrac{2\pi\varepsilon(r_b-r_a)}{\mathrm{In(r_b/r_a)}}$, $(r_b>r_a)$

可以证明，在 r_b, $r_a\gg d=r_b-r_a$ 时，同心球型电容器和同轴圆柱型电容器是等价的。

电容器的动态分析与所有动态过程的分析思路一样，寻找不变量和变化关系即可。

4.4 电容器的串并联

电容器相互并联后，由于导体相连，总电荷为各电容器电荷量之和，但电压相同，从而有并联后的等效电容满足:

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q_1+Q_2+\cdots+Q_n}{U}=C_1+C_2+\cdots+C_n$$

电容器相互串联后，由于静电感应，各电容器所带电荷量相同，但电压为各电压之和，从而有串联后的等效电容满足：

$$\frac{Q}{C}=U=U_1+U_2+\cdots+U_n=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\cdots+\frac{Q}{C_n}$$

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

在平行板电容器之间插入金属板等价于电容器的串联，电容减小，进一步量化，即平行板间距的减小。

4.5 电容器的能量

> 谈及电容器的能量时往往是在电路中考察，这是，虽然我们常说电荷从正极流向负极，但这种说法只是站在电流反向上来看，实际是负电荷从负极流向正极，但出于对电路更简化的理解，我们仍然保留前一种说法。

在电路中，电容器本身也是一个电学元件，电容器储存电荷的实质是储存能量，反映电容器能量变化的过程即电容器的充电和放电。

电容器的放电过程实际上就是电荷从电容器正极流向负极，能量从静电场流向电流，而电流做的功即电荷在电容器的电场下从正极流向负极释放的能量，根据 $\mathrm{d}W=E\mathrm{d}q$ 可得 $W=\frac{1}{2}qU=\frac{1}{2}CU^2$ 即电容器储存的电场能 $E=\frac{1}{2}qU=\frac{1}{2}CU^2$。

电容器的充电过程则与之相反，即负极的电荷在外部电压 U 的作用下流向正极，并最终使电容器的电压与外部电压 U 相等的过程，在这一过程中，外部电压 U 对电荷做的功为 $W=qU$，但最终电容器存储的电场能 $E=\frac{1}{2}qU$，这说明在电容器充电的过程中会有能量损失，这一部分损失的能量会以电磁波的形式耗散掉。

5. 带电粒子/物体在静电场中的运动

带点粒子/物体受到的电场力相当于不带电时额外获得一个外力，按照力学分析即可。

5.1 匀强电场

匀强电场对电荷的作用相当于额外提供一个恒力。

- 电性 $\Rightarrow$ 场强方向与电场力方向
- 对象 $\Rightarrow$ 重力是否能忽略
- 运动学分析 $\Rightarrow$ 初速度大小与方向

高考物理对匀强电场的考察，多集中在于类平抛运动的考察，请注意温习平抛运动相关的知识~。

5.2 非匀强电场

通常情况下非匀强电场只做定性分析，少数情况会要求计算(如匀速圆周运动)。
做定性分析时，根据电场线方向可获知手里方向，进而分析对象的初速和电场的变化等分析运动情况，最后分析能量变化。其中，运动学分析需参照曲线运动的知识来分析。

- 电性 $\Rightarrow$ 场强方向与电场力方向

- 场分析 $\Rightarrow$ 场强大小，电场线越密集场强越大，反之电场线越稀疏场强越小
- 运动学分析 $\Rightarrow$ 初速度大小与方向，物体运动轨迹总是位于速度与合外力所成角内侧，且凹出指向受力方向
- 能量分析 $\Rightarrow$ 沿电场力方向运动电势能降低，反之电势能增大，沿电场线方向电势降低最快，若使用 $\Delta E_p = qU$ 时应注意电性