

数形结合专题

函数与不等式

函数中数形结合主要为合理利用函数图像，快速找到零点，交点等（有时也会与导数，二次函数的零点列方程式问题相结合）。另外，一些最值问题，若能巧妙构造为点到点，转化为图像距离问题，也会变得容易。

1. $f(x) = \frac{2\ln(-x)}{x}$, $g(x) = \frac{x-2m}{3x^2}$, $h(x) = g(f(x)) + \frac{1}{m}$ 有3个零点，且 $x_1 < x_2 < x_3$. 那么 $f(x_1) + f(x_2) + 2f(x_3)$ 取值可能为 () .

A. $\frac{2}{e}$ B. $-\frac{2}{e}$ C. $\frac{1}{e}$ D. $-\frac{1}{e}$

2. $f(x) = \begin{cases} 3x - x^3 & x < 0 \\ 2^{-x} - 1 & x \geq 0 \end{cases}$

$4f^2(x) - 4af(x) + 2a + 3 = 0$, 有5个不同实根, a 可能值 () .

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $-\frac{7}{6}$

3. $f(x) = \begin{cases} |\ln x| & 0 < x \leq 2 \\ f(4-x) & 2 < x < 4 \end{cases}$, $f(x) = m$ 有4个不等实根

$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. 有不等式 $kx_3x_4 + x_1^2 + x_2^2 \geq k + 11$ 恒成立, k 最小值为.

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + 1 & x \leq 1 \\ |\ln(x-1)| & x > 1 \end{cases}$, 则函数

$F(x) = f[f(x)] - 2f(x) - \frac{1}{2}$ 的零点个数为_.

5. $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 - 6x + 13} - \sqrt{x^4 - x^2 + 1}$ 的最大值为_.

6. $k, b \in R$, 关于 x 不等式 $kx + b \geq \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 恒成立, 求 $\frac{b}{k}$ 最小值.

复数

虽然在近几年的数学高考中，复数考察要求有所淡化，但复数与平面向量、解析几何等等，高中数学的其他重要分支（高考主体和核心）之间，有着非常丰富、至关重要的关联（特别是复数的几何意义）。

复数的四种表示：代数形式，三角形式，几何形式，指数形式。

1. 复数 $|z+i|+|z-i|=2$, 则 $|z+1+i|_{\min} =$ _.
2. $z=(x-2)+yi, (x, y \in R), |z|=\sqrt{3}$, 则 $\frac{y}{x}$ 范围是_.
3. 复数 $z \cdot \bar{z} + iz - i\bar{z} \leq 0$, 则 $|z|$ 范围为_.
4. $|z_1|=|z_2|=1, |z_1+z_2|=\sqrt{2}$, 则 $|z_1-z_2| =$ _.
5. 复数 $|z|=1$, 则 $(|z-1||z-i|)_{\max} =$ _.
6. 复数 $|z+2-2i|=1$, 则 $(|z-2-2i|-3)_{\max} =$ _.
7. 复数 z 满足 $|z|=2|z-3-3i|$, 则 $|z|$ 范围为_.
8. 复数 z_1 对应的点在两复数 $1+i, 1-i$ 分别对应的点为端点的线段上运动, 复数 z_2 对应点在以原点为圆心, 以1为半径的圆上运动, 则复数 z_1+z_2 对应的点的轨迹围成的图形面积为_.

平面向量

主要讨论平面向量的几何意义。

1. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=2\sqrt{2}, \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{4}, (\vec{c}-\vec{a}) \cdot (\vec{c}-\vec{b}) = -1$. 求 $|\vec{c}-\vec{a}|$ 最大值.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $(3\vec{AB} + 2\vec{AC}) \cdot \vec{BC} = 0. t \in R, |\vec{BA} - t\vec{BC}|$ 最小值为 $\frac{6}{5}|\vec{BC}|$, 求 $\angle BAC$.
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=5, BC=7, t \in R$, 当 $(|\vec{AB} + t\vec{AC} - (t-2)\vec{BC}|)$ 取最小值时, t 的取值为__.