Tarea 4 Demostraciones

Sean X y Y variables aleatorias $\wedge$ $c \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Se cumplen las siguientes propiedades

i) $E(c) = c$. • Considerando $E[H(x)] = \sum_x H(x) f(x)$

Demos:

$$E[c] = \sum_x c f(x)$$

$$= c \sum_x f(x) \xrightarrow{} 1$$

$$= c$$

ii) $E[cx] = cE[x]$.

Demos:

1. $E[cX] = \sum_x cx f(x)$ • Por definición.

2. $= c \sum_x x f(x)$ • Prop. Σ en constantes.

3. $= c\, E[x]$ • Por def. siendo $H(x) = x$

iii) $E[a+bx+cY] = a + bE[x] + cE[Y]$.

Demos: Considerando que X y Y son independientes.

1. $E[a+bx+cY] = \sum_y \sum_x (a+bx+cy) f(x) \cdot f(y)$ • def de E[H(x,y)]

2. $= \sum_y \sum_x a f(x) \cdot f(y) + \sum_y \sum_x b f(x) f(y) + \sum_y \sum_x c f(x) f(y)$ • Prop de Σ en 1.

3. $= a \sum_y \big(\overbrace{\sum_x f(x)}^{1}\big) \overbrace{f(y)}^{1} + b \sum_y \big[\sum_x x f(x)\big] f(y) + c \sum_y y \big[\overbrace{\sum_x f(x)}^{1}\big] f(y)$ • Prop Σ en 2.

4. $= a + b E[x] \cdot \sum_y \overbrace{f(y)}^{1} + c \sum_y y f(y)$ • Como $E[x]$ es cte en 3.

5. $= a + b E[x] + c E[y]$ • Por definición de $E[s]$. en 4.

Considerando que ‘x’ y ‘y’ son V.A. independientes.

iv) $\mathcal{E}[xy] = \mathcal{E}[x] \cdot \mathcal{E}[y]$

Demos:

1. $\mathcal{E}[x] \cdot \mathcal{E}[y] = \sum_{x} x f(x) \cdot \sum_{y} y \cdot f(y)$ ∘ Conmutación de =
2. $= \sum_{x} \left(x f(x) \cdot \sum_{y} y f(y) \right)$ ∘ Distribución de $\underline{\sum_{x} f(x)}$ en 1.
3. $= \sum_{x} \left(\sum_{y} x \cdot y f(y) \right) f(x)$ ∘ Distribución de $\underline{x}$ en 2.
4. $= \mathcal{E}[x \cdot y] \cancel{f(x)}$ ∘ Definición de $\mathcal{E}[H(x,y)]$