

META-HEURÍSTICAS

CCF-480

Prof. Dr. Marcus Henrique Soares Mendes
marcus.mendes@ufv.br
UFV - Campus Florestal

<http://lattes.cnpq.br/9729345585563115>

Roteiro

2

- Algoritmos Genéticos.
 - Cruzamento.
 - Codificação binária.
 - Cruzamento com um ponto de corte.
 - Cruzamento com n pontos de corte.
 - Cruzamento por variável.
 - Cruzamento uniforme.
 - Codificação real.
 - Cruzamento simples.
 - Cruzamento discreto.
 - Cruzamento flat.
 - Cruzamento aritmético ou convexo.
 - Cruzamento polarizado.
 - Cruzamento SBX.

Algoritmos Genéticos

3



Fonte: Adaptado da referência (1).

marcus.mendes@ufv.br

Cruzamento

4

- É aplicado nos indivíduos **progenitores** selecionados pelo operador de seleção.
- É um mecanismo dos algoritmos genéticos para **buscar por novas soluções** no espaço de busca.
- Esses progenitores reproduzem e geram novos indivíduos.
- Há uma **probabilidade** de ocorrência no cruzamento (p_c).
- No cruzamento, o mais comum, é que **dois indivíduos deem origem a outros dois**.
 - ▣ Outras formas são possíveis.
- Existem **diversas formas** na literatura de realizar o cruzamento.
 - ▣ A **representação do indivíduo** **influi** diretamente na forma de como a operação de cruzamento é implementada.

Cruzamento – Codificação Binária

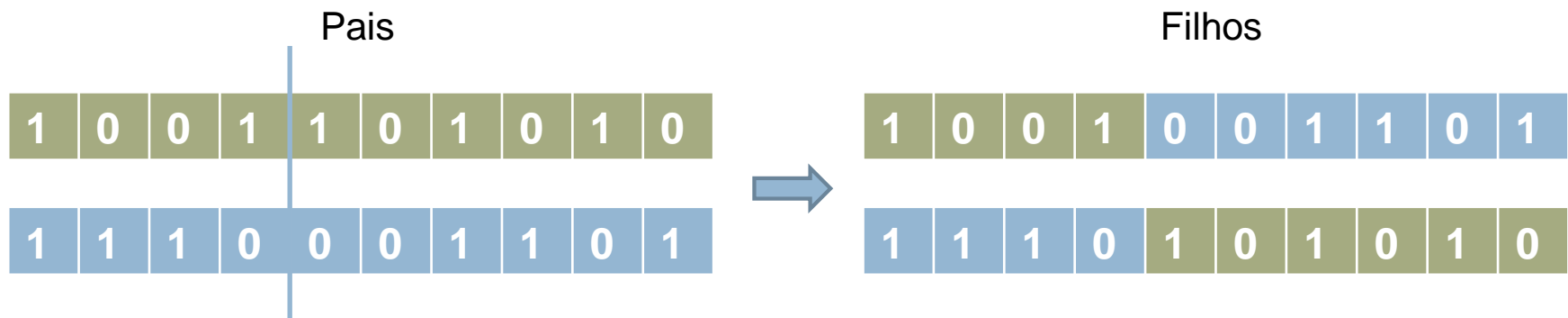
5

- ❑ Cruzamento com um ponto de corte.
- ❑ Cruzamento com n pontos de corte.
- ❑ Cruzamento por variável.
- ❑ Cruzamento uniforme.

Cruzamento – Codificação Binária

6

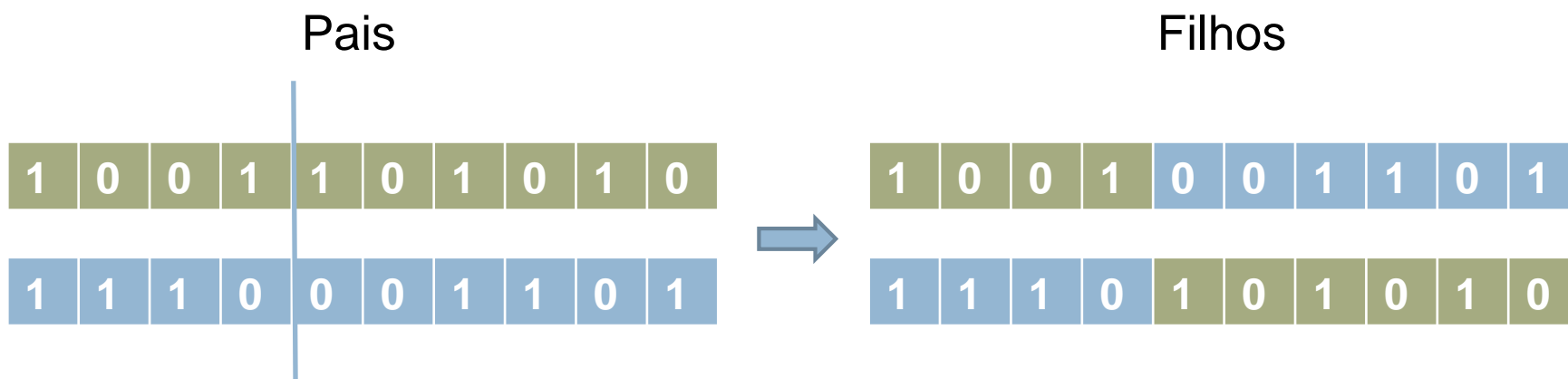
- Cruzamento com um ponto de corte.
 - ▣ Dado um casal de pais.
 - ▣ **Um índice** k é sorteado aleatoriamente tal que $1 \leq k \leq l - 1$, sendo l o número de bits do indivíduo.
- Cruzamento com um ponto de corte
 - ▣ $k = 4$
 - ▣ $l = 10$



Cruzamento – Codificação Binária

7

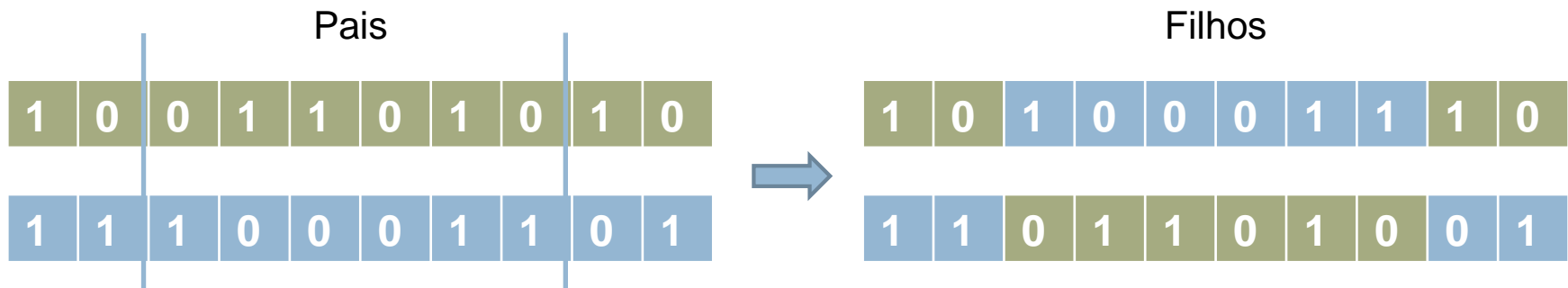
- Cruzamento com um ponto de corte.
 - ▣ Certas combinações de genes dos pais não podem ser passadas para os filhos.
 - ▣ Exemplos: 1 0 * * * * * 1 0, 1 1 * * * * 1 1 * *



Cruzamento – Codificação Binária

8

- Cruzamento com n pontos de corte.
 - ▣ Dado um casal de pais.
 - ▣ **n índices** são sorteados aleatoriamente no intervalo $[1, l - 1]$, sendo l o número de bits do indivíduo.
 - ▣ n deve ser menor que l .
 - ▣ $l = 10, n = 2$ ($i_1 = 2, i_2 = 8$) cortes em 2 e em 8.



Cruzamento – Codificação Binária

9

- Cruzamento por variável.
 - ▣ Dado um casal de pais.
 - ▣ Para cada **variável de decisão** no genótipo sorteia-se um ponto de corte aleatoriamente.
 - ▣ O objetivo é **garantir que cada variável será modificada**.
 - ▣ **Evita buscas ortogonais** no espaço das variáveis de decisão.
 - Busca ortogonal acontece quando o número de pontos de cortes é menor que o número de variáveis de decisão.

Cruzamento – Codificação Binária

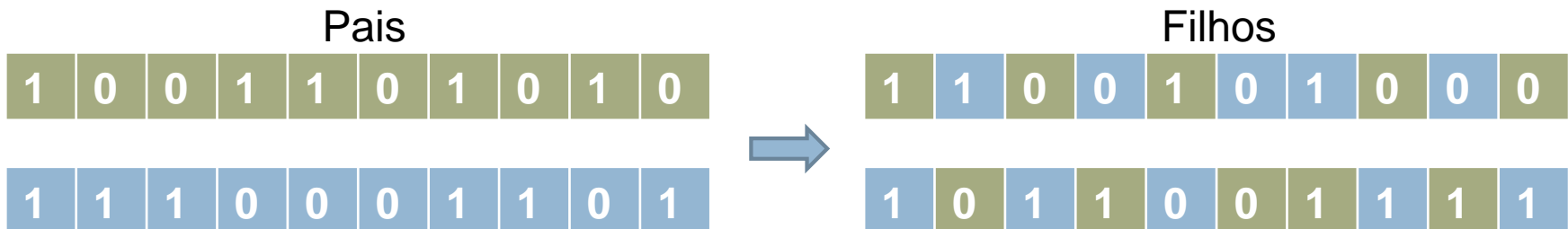
10

- Características dos cruzamentos baseados em pontos de corte
 - ▣ **Tendem a manter juntos** nos indivíduos filhos aqueles genes dos indivíduos pais que estão em **posições contíguas**.
 - ▣ Se o número de pontos de corte **é par** há uma tendência de **manter juntos** (no mesmo filho) os genes localizados nas **extremidades** do indivíduo.
 - ▣ Se o número de pontos de corte **é ímpar** há uma tendência de **separar** (cada extremidade vai para um filho) os genes localizados nas **extremidades** do indivíduo.
 - ▣ Essas tendências são chamadas na literatura de **polarização posicional**.

Cruzamento – Codificação Binária

11

- Cruzamento uniforme.
 - Para cada gene, o filho tem uma probabilidade p de herdá-lo do pai 1 ou do pai 2.
 - Faz-se o sorteio de um número aleatório no intervalo $(0,1)$ para cada gene a ser gerado.
 - Se o número aleatório for menor ou igual a p , o filho 1 herda o gene do pai 1 naquela posição.
 - Caso contrário, o filho 1 herda o gene do pai 2 naquela posição.
 - O segundo filho é gerado de maneira inversa.
 - Assumindo $p = 0.5$, $l = 10$ e os números aleatórios = $[0.1 \ 0.6 \ 0.4 \ 0.9 \ 0.25 \ 0.65 \ 0.8 \ 0.15 \ 0.7 \ 0.2]$



Cruzamento – Codificação Binária

12

- Cruzamento uniforme.
 - ▣ Não apresenta o problema da polarização posicional.
 - ▣ Porém, tende a **separar grupos** de genes adjacentes que sejam **coadaptados** (formem uma subsequência boa).
 - **Pode-se minimizar isso** aumentando a probabilidade de selecionar o gene i do pai k se o gene $i-1$ foi selecionado deste pai k .
 - ▣ **É possível polarizar o cruzamento** para priorizar o pai de melhor fitness, basta alterar o valor de p . Nesse caso, deve-se gerar cada filho de forma independente.

Cruzamento – Codificação Real

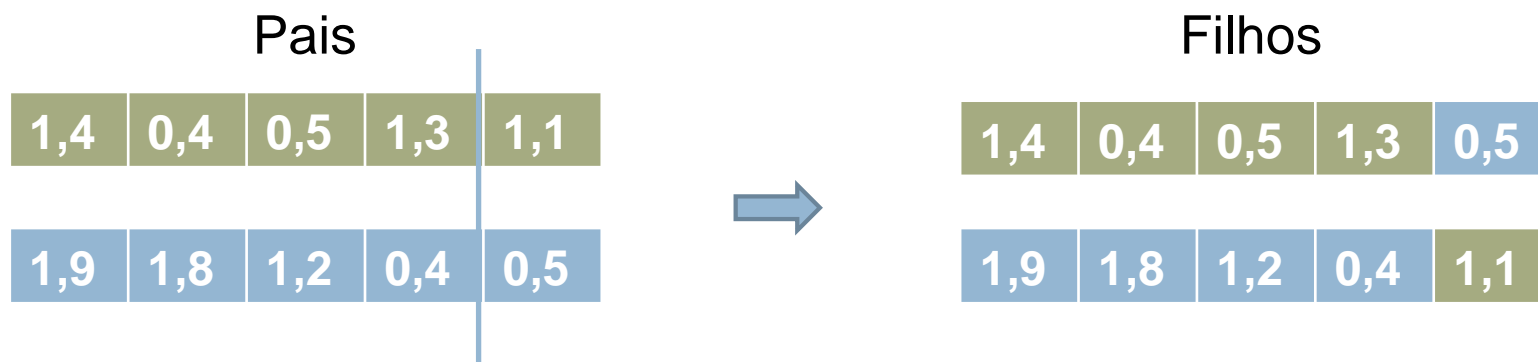
13

- ❑ Cruzamento simples.
- ❑ Cruzamento discreto.
- ❑ Cruzamento flat.
- ❑ Cruzamento aritmético ou convexo.
- ❑ Cruzamento polarizado.
- ❑ Cruzamento SBX.

Cruzamento – Codificação Real

14

- Cruzamento simples.
 - Versão real do cruzamento de um ponto de corte binário.



Cruzamento – Codificação Real

15

- Cruzamento discreto.
 - ▣ Versão real do cruzamento uniforme.
 - ▣ Assumindo $p = 0.5$, $l = 5$ e os números aleatórios = [0.1 0.6 0.4 0.9 0.25].



Cruzamento – Codificação Real

16

- Características do cruzamento simples e do cruzamento discreto.
 - ▣ Simples implementação.
 - ▣ Gera um **conjunto finito** de indivíduos (combinações dos valores existentes nos pais).
 - ▣ **Novos valores não são produzidos** nos indivíduos filhos.

Cruzamento – Codificação Real

17

- Cruzamento flat.
 - ▣ Estabelece um intervalo fechado para cada par de valores no cromossomo, do menor valor armazenado até o maior.
 - ▣ Escolher um valor aleatório dentro deste intervalo.
- Novos valores são produzidos nos indivíduos filhos.

1,4	0,4	0,5	1,3	1,1
-----	-----	-----	-----	-----

1,9	1,8	1,2	0,4	0,5
-----	-----	-----	-----	-----



1,5	0,6	1,1	0,5	0,9
-----	-----	-----	-----	-----

1,8	0,8	0,9	0,8	0,7
-----	-----	-----	-----	-----

Cruzamento – Codificação Real

18

- Cruzamento aritmético ou convexo.

- Simples

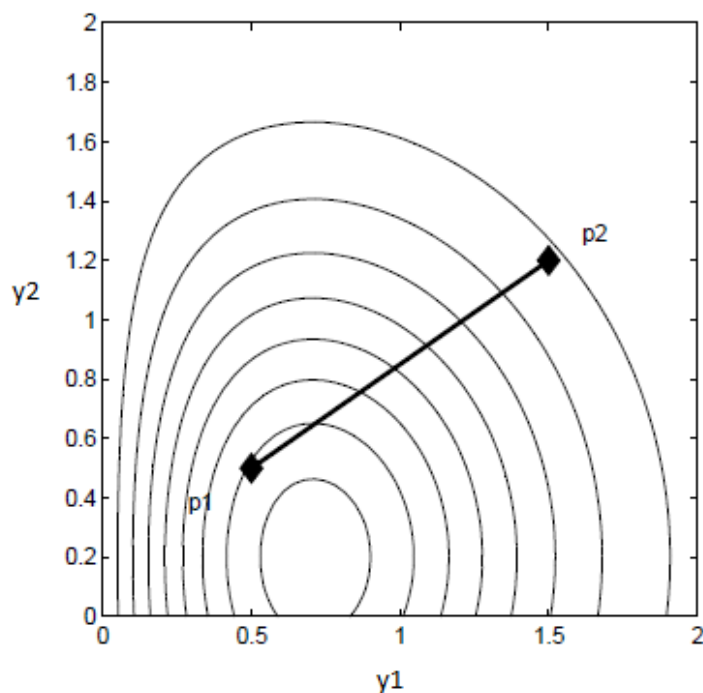
- Gera um vetor filho a partir da combinação de dois vetores pais e de um valor u no intervalo $[0,1]$ sorteado aleatoriamente.

$$\mathbf{y} = u\mathbf{p}_1 + (1 - u)\mathbf{p}_2$$

Cruzamento – Codificação Real

19

- Cruzamento aritmético ou convexo simples.
 - ▣ Duas variáveis de decisão, sendo o mesmo u para todas.
 - ▣ O filho é gerado na linha entre os dois pais.



Fonte: Referência (2).

marcus.mendes@ufv.br

Cruzamento – Codificação Real

20

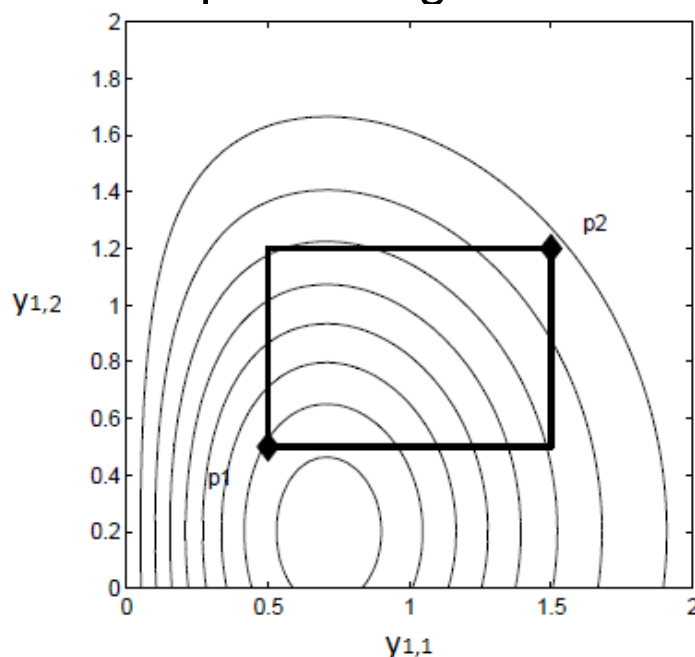
- Cruzamento aritmético ou convexo
 - ▣ Por variável.
 - O vetor filho pode ser gerado de acordo com valores de u no intervalo $[0,1]$ sorteado aleatoriamente para cada uma das variáveis de decisão.

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} y_{1,1} \\ \vdots \\ y_{1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 p_{1,1} + (1 - u_1) p_{2,1} \\ \vdots \\ u_n p_{1,n} + (1 - u_n) p_{2,n} \end{bmatrix}$$

Cruzamento – Codificação Real

21

- Cruzamento aritmético ou convexo por variável.
 - ▣ Duas variáveis de decisão, sendo o valor de u sorteado para cada variável de decisão.
 - ▣ O filho é gerado no hiper-retângulo formado pelos pais.



Fonte: Referência (2).

marcus.mendes@ufv.br

Cruzamento – Codificação Real

22

- Características do cruzamento aritmético ou convexo simples e por variável:
 - ▣ Simples implementação.
 - ▣ Reduz faixa de variação das variáveis.
 - ▣ Intensifica a busca, os valores das variáveis de decisão ficam concentrados.
 - ▣ Reduz diversidade, pois população fica homogênea.

Cruzamento – Codificação Real

23

- Cruzamento polarizado.
 - Um dos filhos tem maior probabilidade de gerar valores dos genes mais próximos dos valores dos genes de um dos pais (pai com melhor fitness).
 - É necessário definir um ponto de corte aleatoriamente.

$$\begin{array}{ll} \text{Pai}_1 = [2 & 4 & 6 & 8 & 10] & \text{Pai}_2 = [1 & 3 & 5 & 2 & 4] \\ \text{Filho 1} = [2 & 4 & 6] \cup 0,9 \times [8 & 10] + 0,1 \times [2 & 4] \\ & = [2 & 4 & 6 & 7,4 & 9,4] & \leftarrow \text{Polarizado} \\ \text{Filho 2} = [1 & 3 & 5] \cup 0,5 \times [8 & 10] + 0,5 [2 & 4] \\ & = [1 & 3 & 5 & 5 & 7] & \leftarrow \text{Linear} \end{array}$$

Fonte: Referência (1).

Cruzamento – Codificação Real

24

- Cruzamento SBX (*Simulated Binary Crossover*).
 - Visa criar na codificação real um comportamento similar ao do cruzamento com um ponto de corte por variável da codificação binária.
 - Tem um parâmetro de controle ($\eta > 0$) que controla a distribuição das novas soluções.
 - Quanto maior, mais concentrada em torno dos pais a distribuição fica.

Cruzamento SBX

25

Entrada: $\mathcal{P}^{(t)}$, η , ρ_c .

Saída: $\mathcal{C}^{(t)}$.

início

$\mathcal{C}^{(t)} = \emptyset$;

para $i \leftarrow 1$ até $\mu/2$ faça

$i_1, i_2 \leftarrow i, i + \mu/2$;

se $U(0, 1) \leq \rho_c$ então

para $j \leftarrow 1$ até n faça

$u_j \leftarrow U(0, 1)$;

se $u_j \leq 0.5$ então $\beta_j \leftarrow (2u_j)^{1/(\eta+1)}$;

senão $\beta_j \leftarrow [2(1 - u_j)]^{-1/(\eta+1)}$;

$c_{i_1,j}^{(t)} \leftarrow 0.5 [(1 + \beta_j)p_{i_1,j}^{(t)} + (1 - \beta_j)p_{i_2,j}^{(t)}]$;

$c_{i_2,j}^{(t)} \leftarrow 0.5 [(1 - \beta_j)p_{i_1,j}^{(t)} + (1 + \beta_j)p_{i_2,j}^{(t)}]$;

fim

Coloque $c_{i_1}^{(t)}, c_{i_2}^{(t)}$ em $\mathcal{C}^{(t)}$;

senão

Coloque $p_{i_1}^{(t)}, p_{i_2}^{(t)}$ em $\mathcal{C}^{(t)}$;

fim

fim

fim

retorna $\mathcal{C}^{(t)}$;

/* População de indivíduos filhos */

/* Efetua o cruzamento */

/* Copia os pais sem efetuar cruzamento */

Fonte: Referência (2).

Referências Bibliográficas

26

- Principais referências bibliográficas desta aula:
 - ▣ 1) João A. Vasconcelos. Notas de aula. UFMG, 2011.
 - ▣ 2) Jaime Ramírez et al. Notas de aula. UFMG, 2013.
 - ▣ 3) Joshua Knowles. Notas de aula. University of Manchester, 2014.
 - ▣ 4) Ricardo Linden. Algoritmos Genéticos. Ciência Moderna, 2012. www.algoritmosgeneticos.com.br