

META-HEURÍSTICAS

CCF-480

Prof. Dr. Marcus Henrique Soares Mendes
marcus.mendes@ufv.br
UFV - Campus Florestal

<http://lattes.cnpq.br/9729345585563115>

Roteiro

2

- Tratamento de restrições em algoritmos bioinspirados.
 - ▣ Modelo matemático do problema de otimização mono-objetivo restrito.
 - ▣ Classificação dos métodos.
 - ▣ Métodos baseados em funções de penalidade.
 - ▣ Métodos baseados em regras de factibilidade.
 - ▣ Métodos baseados em operadores especiais e decodificadores.
 - ▣ Stochastic ranking.
 - ▣ ϵ -constrained Method.
 - ▣ Métodos baseados em otimização multiobjetivo.
 - ▣ Métodos Híbridos.

Modelo Matemático

3

□ Problema de otimização mono-objetivo restrito

$$x^* = \min_x f(x)$$

sujeito a: $\begin{cases} g_i(x) \leq 0; & i = 1, 2, \dots, r \\ h_j(x) = 0; & j = 1, 2, \dots, p \end{cases}$

Quantidade de restrições de desigualdade

Quantidade de restrições de igualdade

$$x \in \mathbb{R}^n, f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r, \text{ e } h(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$$

Fonte: Referência (2).

Modelo Matemático

4

□ Problema de otimização mono-objetivo restrito

$$\begin{aligned} x^* &= \min_x f(x) \\ \text{sujeito a: } &\begin{cases} g_i(x) \leq 0; & i = 1, 2, \dots, r \\ g_k(x) = h_j(x) - \epsilon \leq 0 & k = r + 1, \dots, r + p \\ g_j(x) = -h_j(x) - \epsilon \leq 0 & j = r + p + 1, \dots, r + 2p \end{cases} \end{aligned}$$

$$x \in \mathbb{R}^n, f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r, \text{ e } h(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$$

Fonte: Referência (2).

Classificação dos Métodos

5

- Na literatura, uma forma de **classificação** das técnicas de tratamento de restrições é:
 - ▣ Métodos baseados em funções de penalidade.
 - ▣ Métodos baseados em regras de factibilidade.
 - ▣ Métodos baseados em operadores especiais e decodificadores.
 - ▣ Stochastic ranking.
 - ▣ ε -constrained Method.
 - ▣ Métodos baseados em otimização multiobjetivo.
 - ▣ Métodos Híbridos.

Métodos Baseados em Funções de Penalidade

6

- A função fitness $F(\mathbf{x})$ é definida pela função objetivo $f(\mathbf{x})$ somada a um termo de penalidade relacionado com as restrições de desigualdade $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e igualdade $\mathbf{h}(\mathbf{x})$.

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^r \alpha_i [\max \{0, g_i(\mathbf{x})\}]^\gamma + \sum_{j=1}^p \alpha_j |h_j(\mathbf{x})|^a$$

usualmente γ e a são iguais a 1 ou 2. O parâmetro α_i corresponde ao parâmetro de penalidade para a i -ésima restrição de desigualdade e o parâmetro α_j corresponde ao parâmetro de penalidade para a j -ésima restrição de igualdade.

Fonte: Referência (2).

- α_i e α_j são constantes positivas.

Métodos Baseados em Funções de Penalidade

7

- Penalidade Estática
 - ▣ Os parâmetros de penalidade permanecem constantes durante todo o processo evolutivo.
- Penalidade Dinâmica
 - ▣ A geração atual influencia na definição dos parâmetros de penalidade.
 - Usualmente, os parâmetros de penalidade aumentam à medida que o número de gerações aumenta.
- Penalidade de Recozimento
 - ▣ Parâmetros de penalidade são modificados só quando a busca fica presa em ótimo local.
- Penalidade Adaptativa
 - ▣ Os parâmetros de penalidade são alterados considerando-se informações adquiridas durante o processo evolutivo.
- Penalidade por Morte
 - ▣ Indivíduos ineficazes são rejeitados.

Métodos Baseados em Regras de Factibilidade

8

- O método proposto por Deb (2000) consiste em realizar um torneio binário e comparar as soluções de acordo com o seguintes critérios:
 - Ao comparar duas soluções factíveis, escolhe-se a com melhor valor de função objetivo.
 - Ao comparar uma solução factível e uma infactível, escolhe-se a solução factível.
 - Ao comparar duas soluções infactíveis, escolhe-se aquela que menos viola as restrições.
- Para calcular a violação das restrições não necessitam-se de parâmetros definidos pelo usuário, pois a comparação é somente dos valores de restrição.
$$\sum_{i=1}^r \max \{0, g_i(x)\}^2 + \sum_{j=1}^p |h_j(x)|$$
 - A violação é dada por:
- Método pode conduzir à convergência prematura.

Métodos Baseados em Operadores Especiais e Decodificadores

9

- Operador Especial.
 - Objetiva preservar a factibilidade da solução; ou
 - Buscar em áreas de interesse do espaço de busca. Por exemplo, nos limites da região de factibilidade.
- Decodificadores.
 - A ideia é mapear a região factível em um espaço que seja mais fácil para os métodos evolutivos trabalharem.

Stochastic Ranking

10

```
Begin
  For i=1 to N
    For j=1 to P-1
      u=random(0,1)
      If ( $\phi(I_j) = \phi(I_{j+1}) = 0$ ) or ( $u < P_f$ )
        If ( $f(I_j) > f(I_{j+1})$ )
          swap( $I_j, I_{j+1}$ )
        Else
          If ( $\phi(I_j) > \phi(I_{j+1})$ )
            swap( $I_j, I_{j+1}$ )
      End For
      If (not swap performed)
        break
    End For
  End
```

Comparação com base no valor da função objetivo.
Se soluções são factíveis, só entra neste caso.
Mas, se não forem, mesmo assim, pode entrar.
Vai depender do valor aleatório u .

Comparação com base na soma de violação das restrições

I is an individual of the population.
 $\phi(I_j)$ is the sum of constraint violation of individual I_j .
 $f(I_j)$ is the objective function value of individual I_j .

ε -constrained Method

11

- Possui dois componentes principais:
 - ▣ Relaxamento do limite para considerar uma solução viável, com base na sua soma de violação das restrições, com o objetivo de usar seu valor de função objetivo como critério de comparação; e
 - ▣ Mecanismo de ordenação lexicográfica em que a minimização da soma da violação de restrições precede a minimização da função objetivo de um determinado problema.

$$(f(\vec{x}_1), \phi(\vec{x}_1)) <_{\varepsilon} (f(\vec{x}_2), \phi(\vec{x}_2))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(\vec{x}_1) < f(\vec{x}_2), & \text{if } \phi(\vec{x}_1), \phi(\vec{x}_2) \leq \varepsilon \\ f(\vec{x}_1) < f(\vec{x}_2), & \text{if } \phi(\vec{x}_1) = \phi(\vec{x}_2) \\ \phi(\vec{x}_1) < \phi(\vec{x}_2), & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(f(\vec{x}_1), \phi(\vec{x}_1)) \leq_{\varepsilon} (f(\vec{x}_2), \phi(\vec{x}_2))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(\vec{x}_1) \leq f(\vec{x}_2), & \text{if } \phi(\vec{x}_1), \phi(\vec{x}_2) \leq \varepsilon \\ f(\vec{x}_1) \leq f(\vec{x}_2), & \text{if } \phi(\vec{x}_1) = \phi(\vec{x}_2) \\ \phi(\vec{x}_1) < \phi(\vec{x}_2), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Fonte: Referência (1).

Métodos Baseados em Otimização Multiobjetivo

12

- Ideia é reescrever o problema mono-objetivo restrito como um problema multiobjetivo.
 - ▣ Pode ser um problema bi-objetivo.
 - Um objetivo é a função objetivo original e o outro é a soma da violação de todas as restrições (veja equação abaixo).

$$\sum_{i=1}^r \max \{0, g_i(x)\}^2 + \sum_{j=1}^p |h_j(x)|$$

- ▣ Ou um problema multiobjetivo.
 - Um objetivo é a função objetivo original e, além disso, cada uma das restrições é um objetivo adicional.
- Qualquer algoritmo de otimização multiobjetivo pode ser usado para resolver o problema.

Métodos Híbridos

13

- São métodos que utilizam alguma técnica de otimização, em geral, numérica ou heurística, para lidar com as restrições dentro de um algoritmo evolutivo.

Características Principais dos Métodos de Tratamento de Restrições

14

Summary of main features of the recent constraint-handling techniques: *FR*: feasibility rules, *SR*: stochastic ranking, *ε -CM*: ε -constrained method, *NPF*: novel penalty functions, *NSO*: novel special operators, *MOC*: multi-objective concepts, *ECHT*: ensemble of constraint-handling techniques.

Technique	Core concept	Pros	Cons
FR SR	Three criteria for pairwise selection Ranking process	Simple to add into a NIA no extra parameters. Easy to implement	May cause premature convergence. Not all NIAs have ordering in their processes one extra parameter
ε -CM	Transforms a CNOP into an unconstrained problem	Very competitive performance	Extra parameters required. Local search for high performance
NPF	Focus on adaptive and dynamic approaches	Well-known transformation process.	Some of them add extra parameters.
NSO	Focus on boundary operators and equality constraints	Tendency to design “easy to generalize” operators	Still limited usage
MOC	Focused on bi-objective transformation of a CNOP	Both, Pareto ranking and dominance still popular	May require an additional constraint-handling technique
ECHT	Combination of two or more constraint-handling techniques	Very competitive performance	Requires the definition of several parameter values

Fonte: Referência (1).

Referências Bibliográficas

15

- Principais referências bibliográficas desta aula:
 - 1) Efrén Mezura-Montes and Carlos A. Coello Coello. Constraint-Handling in Nature-Inspired Numerical Optimization: Past, Present and Future, Swarm and Evolutionary Computation, Vol. 1, No. 4, pp. 173-194, December 2011.
 - 2) A. Gaspar-Cunha, R. Takahashi, C. H. Antunes. Manual de Computação Evolutiva e Meta-heurísticas. Editora UFMG e Imprensa da Universidade de Coimbra. 2013.
 - 3) K. Deb, An efficient constraint handling method for genetic algorithms. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 186 (2000) 311–338.
 - 4) T.P. Runarsson, X. Yao, Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 4 (2000) 284–294.
 - 5) T. Takahama, S. Sakai, N. Iwane, Constrained optimization by the epsilon constrained hybrid algorithm of particle swarm optimization and genetic algorithm, in: AI 2005: Advances in Artificial Intelligence, in: Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 3809, Springer-Verlag 2005, pp. 389–400.
 - 6) <http://www.cs.cinvestav.mx/~constraint/>