MS211 - PROJETO 2- TURMA Y

Aluno: Daniel Danilo Nunes dos Reis RA: 169250
Aluno: Felipe Santos de Souza RA: 234497
Aluna: Josiane Aragão de Oliveira RA: 219127

Exercício A) Implemente um programa que utilize o m´etodo de Euler para obter a solu¸c˜ao aproximada no intervalo de tempo [0, 4]. Utilize α = 0.5, K = 10, v = 1, h = 0.05, t0 = 0 e Y0 = 1 ***("parâmetros originais")***. Mostre um gráfico sobrepondo as solu ¸c˜oes aproximada e exata e um outro gr´afico do erro relativo. Analise o resultado.

Resposta:

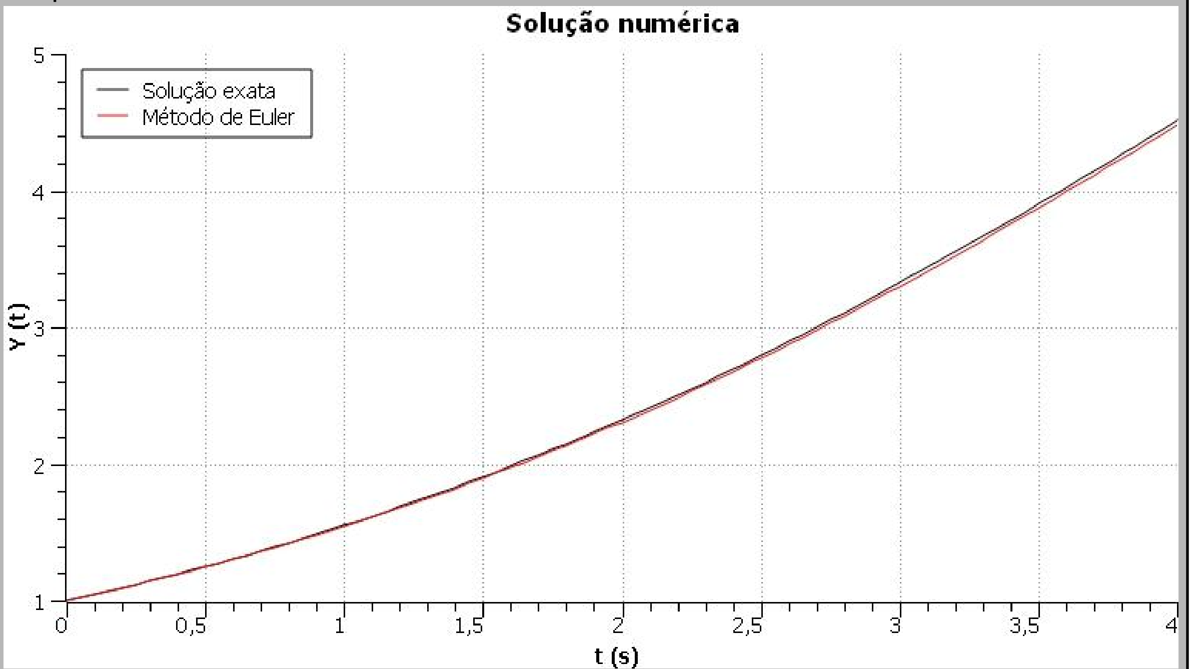

Imagem 1 - Gráfico da Solução Numérica.

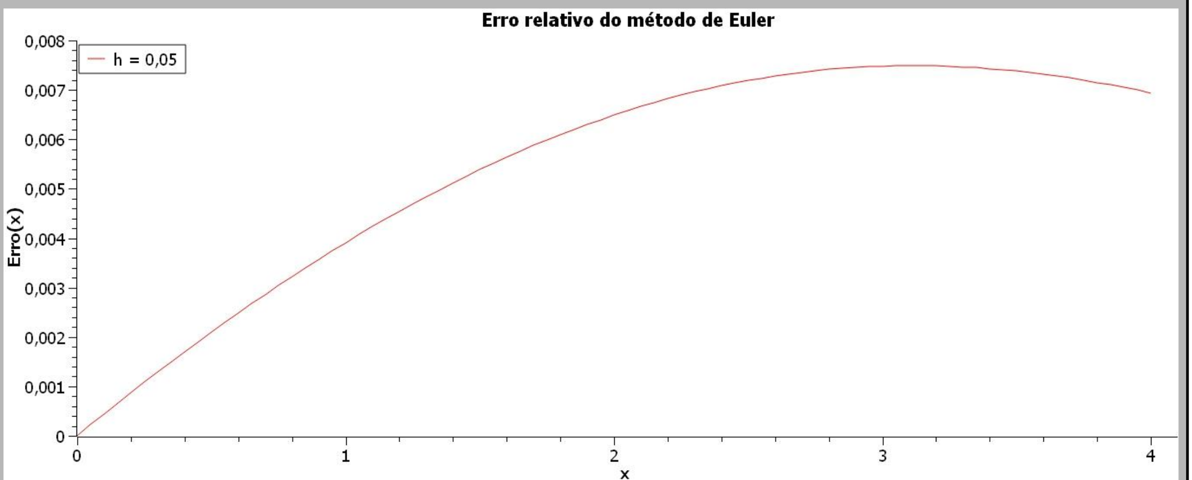

Imagem 2 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler.

Exercício B) Utilize outros valores para h, K, α e Y0. Mostre gráficos sobrepondo as soluções aproximadas e exatas e gráficas do erro relativo em cada caso. A aproximação obtida pelo método de Euler ainda é boa?

Resposta:

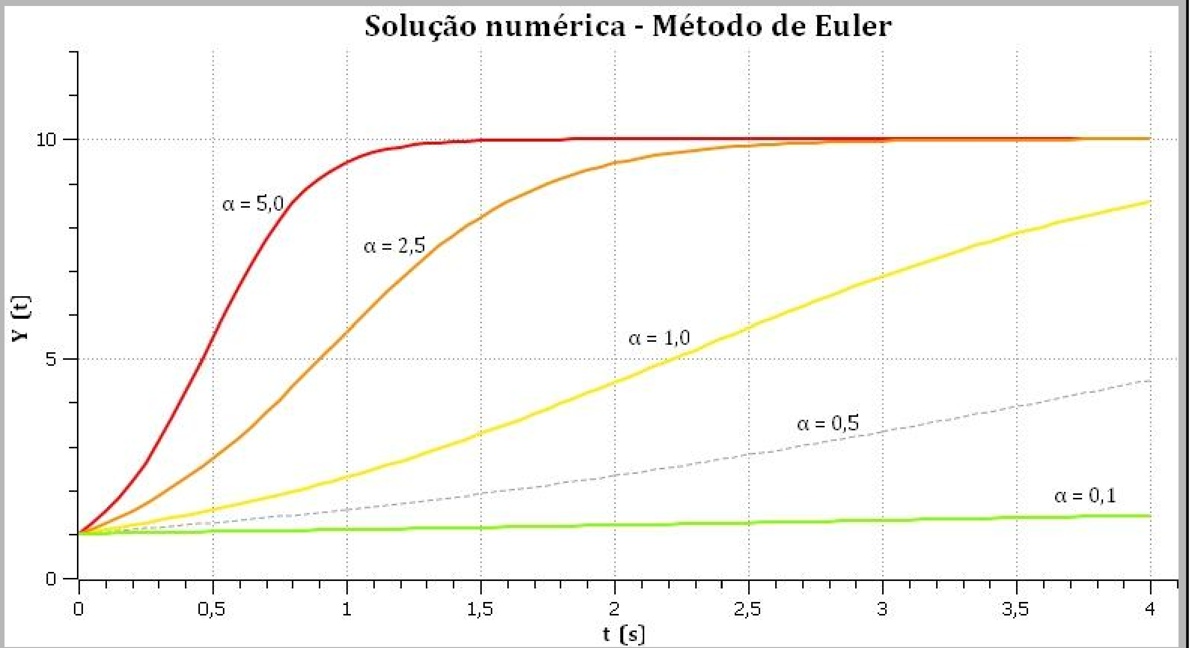

Imagem 3 - Gráfico da Solução Numérica pelo Método de Euler.

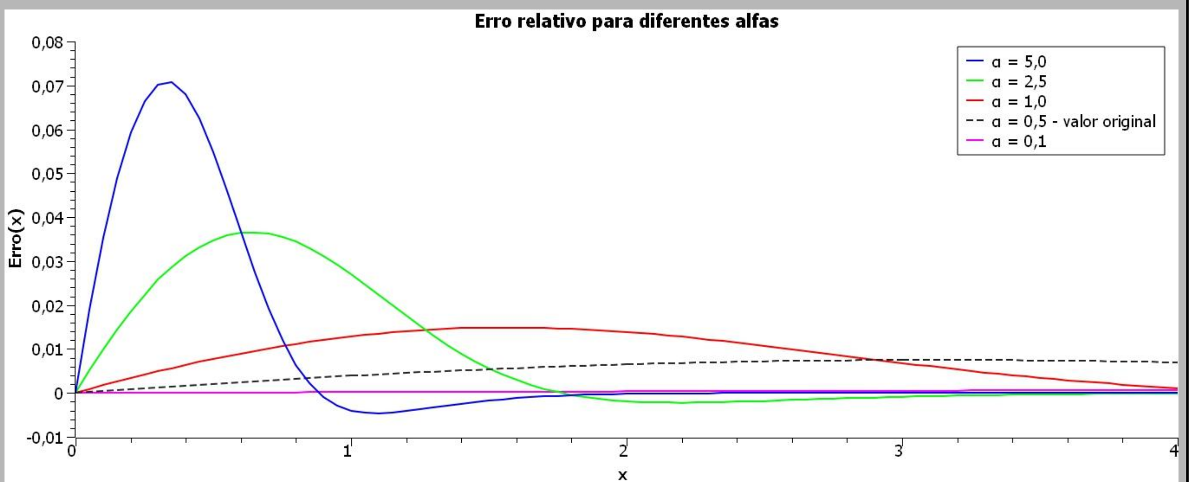

Imagem 4 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler.

Resposta:

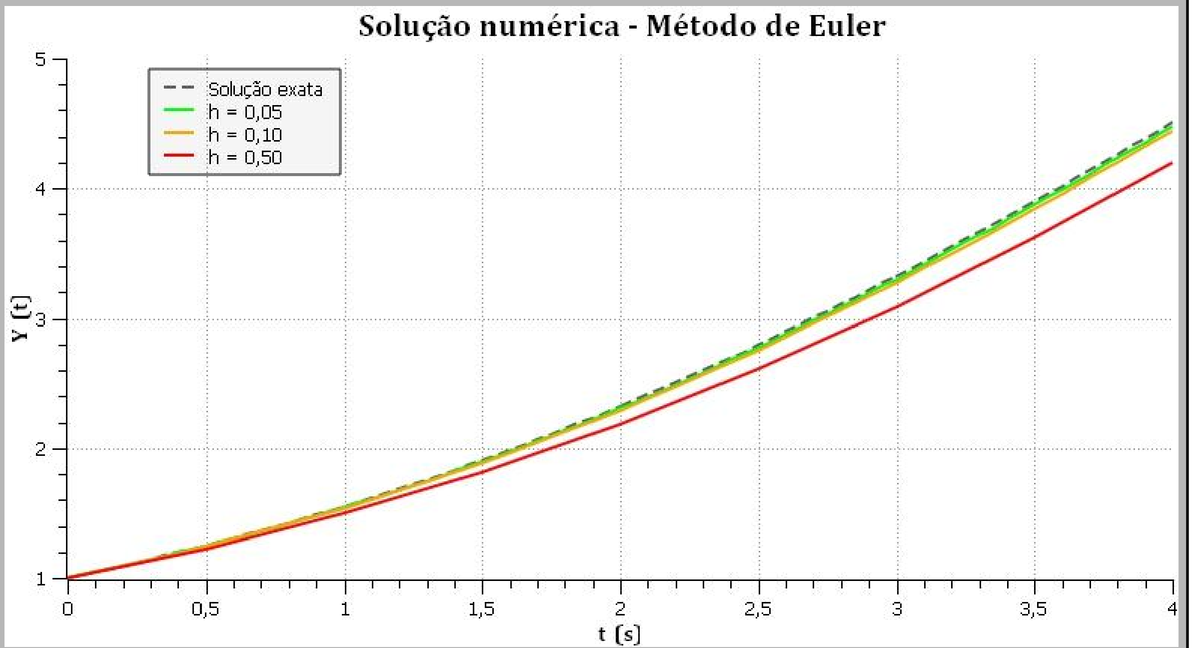

Imagem 5- Gráfico da Solução Numérica pelo Método de Euler variando o passo, h.

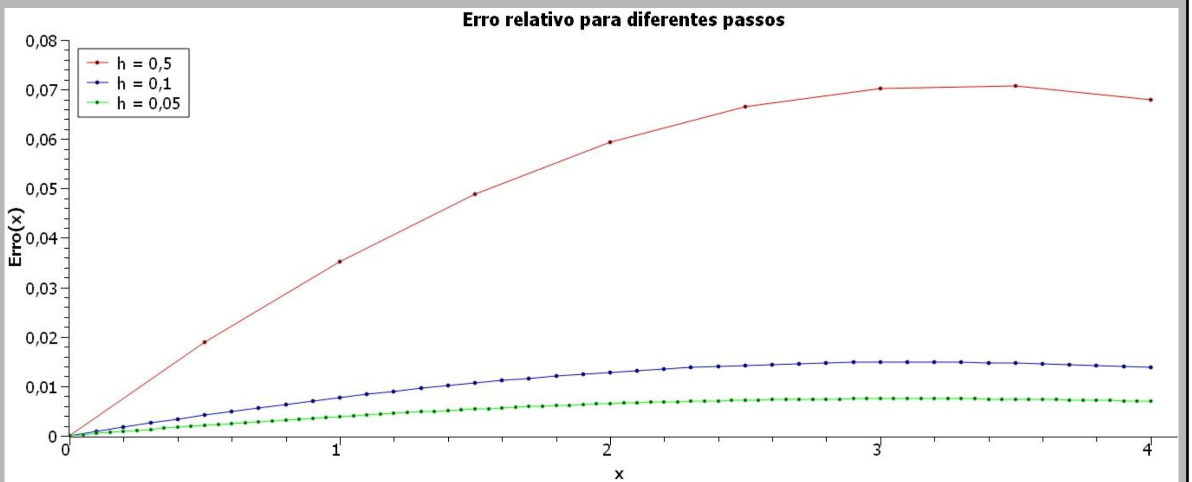

Imagem 6 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler para diferentes passos.

Resposta:

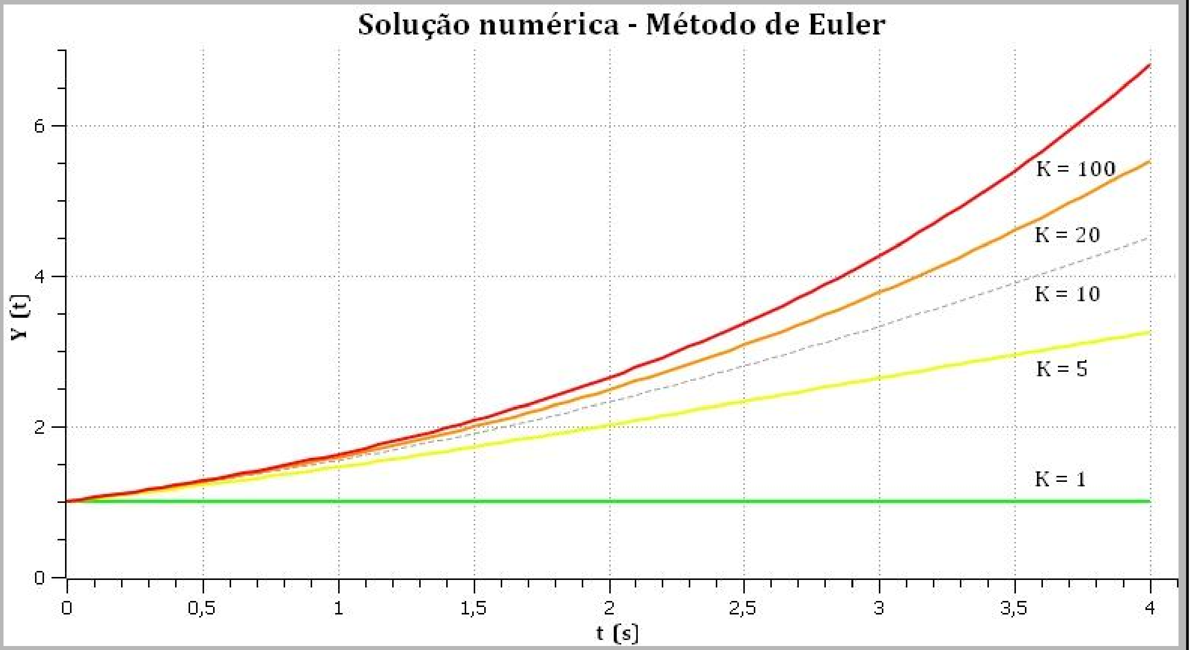

Imagem 7 - Gráfico de Solução Numérica pelo método de Euler variando K.

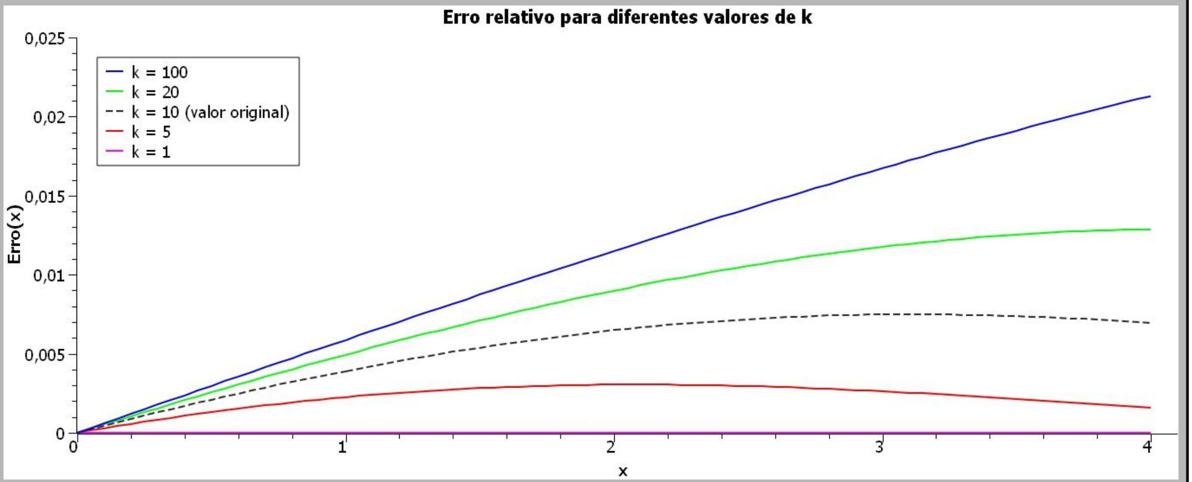

Imagem 8 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler para diferentes K.

Resposta:

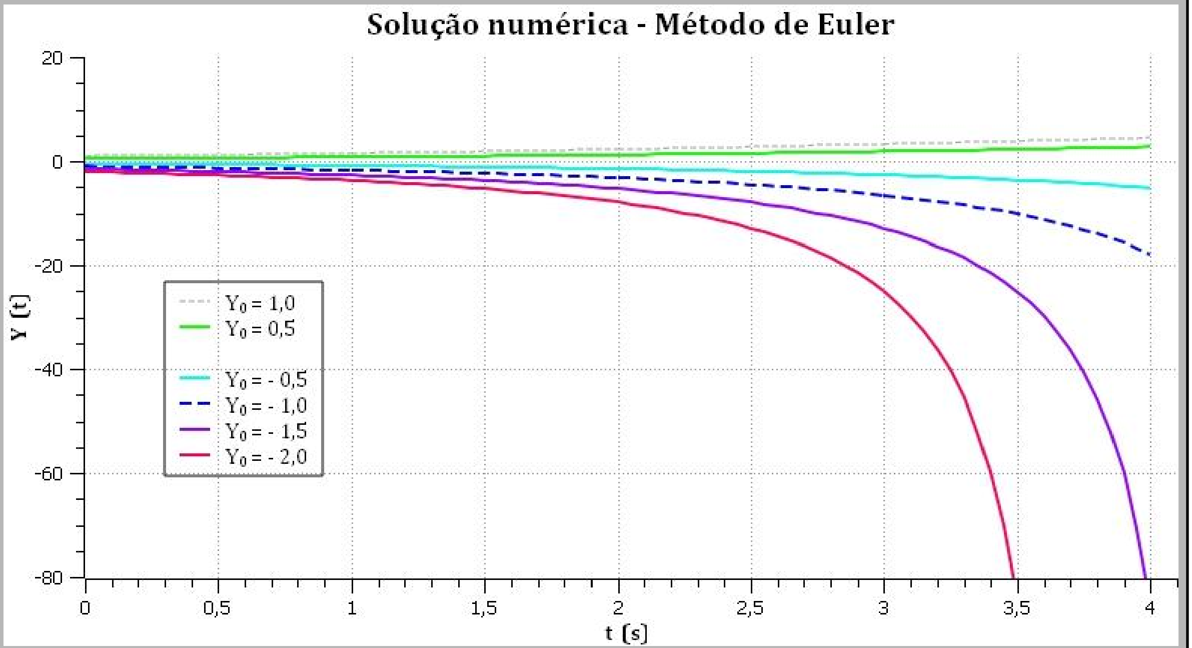

Imagem 9 - Gráfico da Solução Numérica pelo Método de Euler variando Y_0.

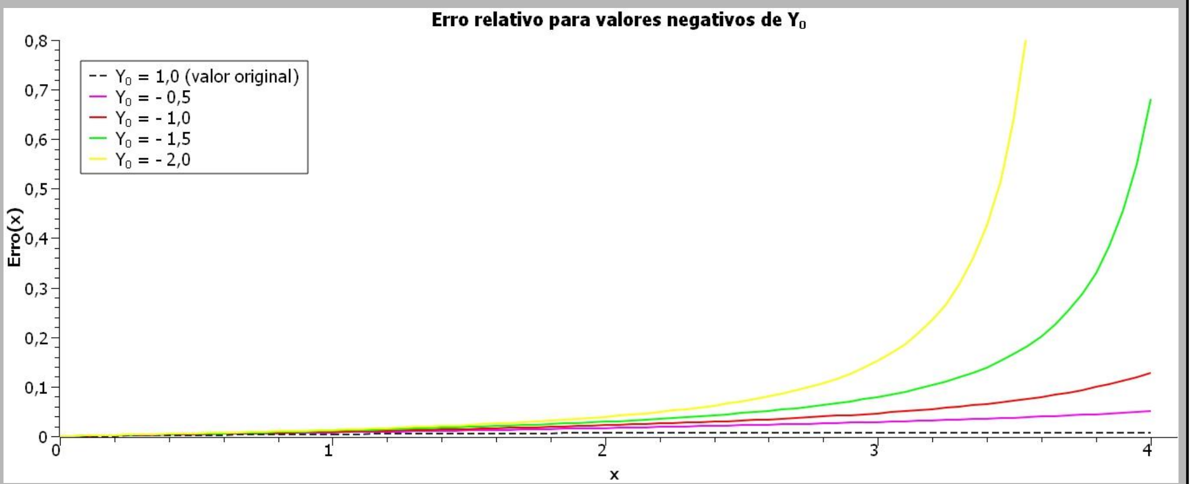

Imagem 10 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler, para valores negativos. Note que o erro parece aumentar exponencialmente de forma clara conforme Y_0 vai ficando cada vez mais negativo.

Resposta:

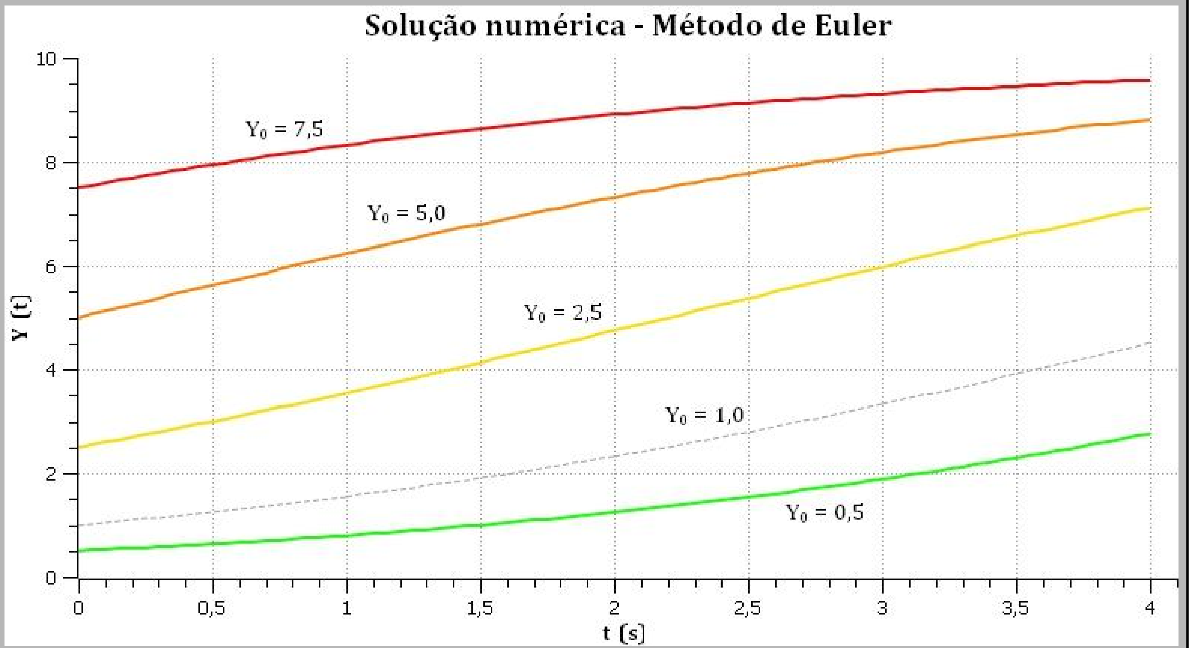

Imagem 11 - Gráfico de Solução Numérica pelo método de Euler variando Y_0.

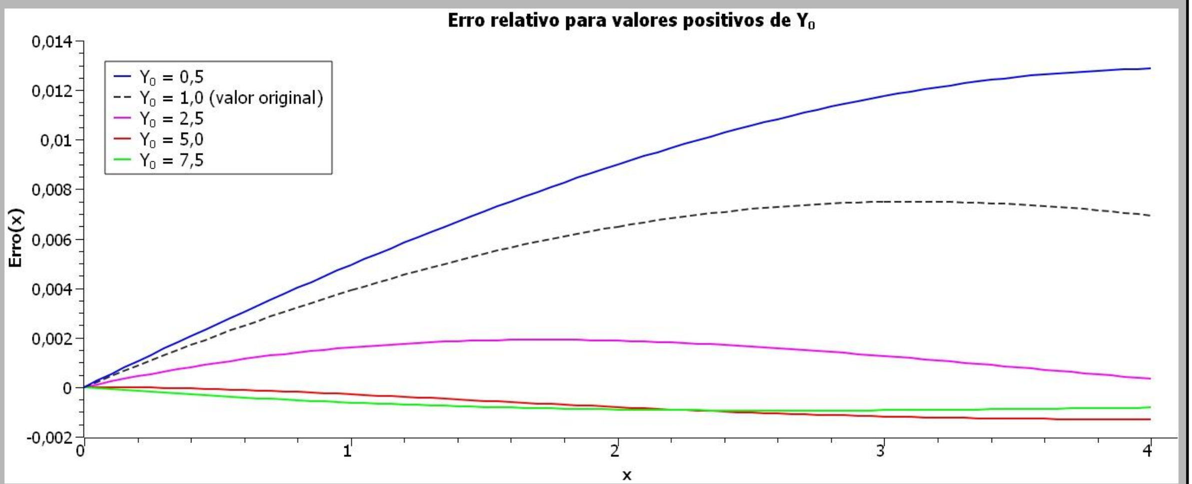

Imagem 12 - Gráfico do Erro Relativo do método de Euler para valores positivos de Y_0.

Todas as variações foram controladas, i.e. ao variar um dos parâmetros, mantivemos todos os outros constantes.

Apenas para $h > 0,1$ ou $Y_0 < -0,5$ (com $h = 0,05$) que o erro relativo foi maior que 0,5, de forma que concluímos que Euler é um método razoável para a maioria dos casos investigados se desejamos meramente determinar a forma geral das curvas, ou seja, suas possíveis regiões crescentes, regiões decrescentes, pontos de máximo ou mínimo, patamares, etc. Entretanto, veremos adiante que se o objetivo é prezar amplamente por precisão, o método de Euler de ordem 1 não é o mais indicado. Não estimamos o custo computacional para que fosse possível comparar mas, para ambos os métodos, não foi necessário aguardar longos períodos para os computadores utilizados fornecerem as saídas.

Exercício C) Implemente o método de Runge-Kutta de ordem 4 para encontrar a solução numérica da equação de Richards. Utilize as mesmas condições do item (a) e depois teste para o intervalo de tempo [0, 10]. Mostre gráficos sobrepondo as soluções aproximada e exata e gráficos do erro relativo em cada caso.

Resposta:

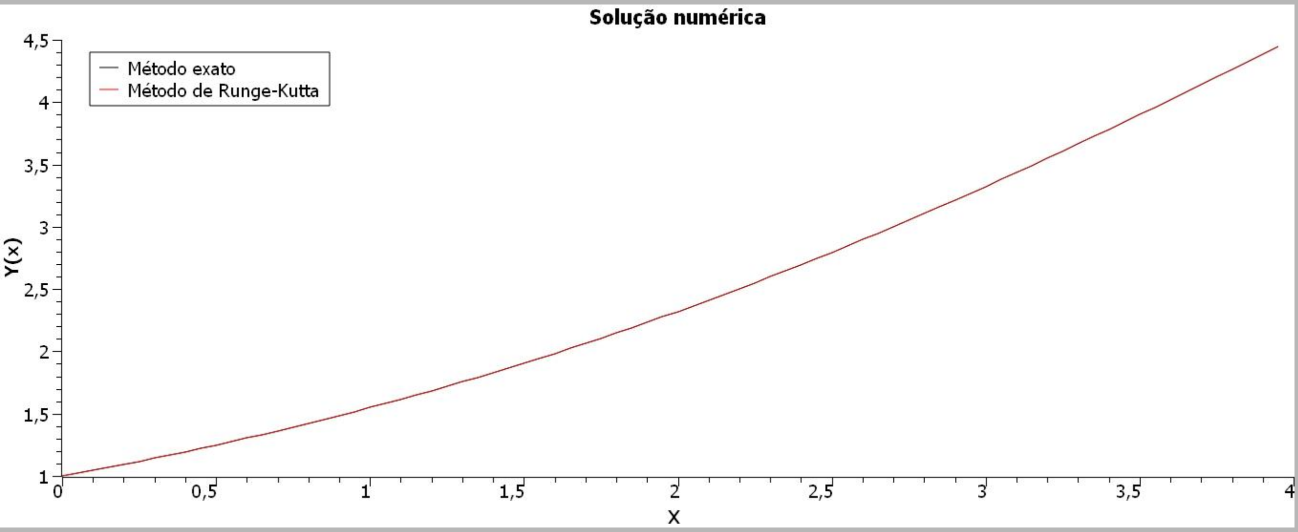

Imagem 13 - Gráfico da solução numérica para [0,4]. Observe que ambas as curvas estão praticamente sobrepostas.

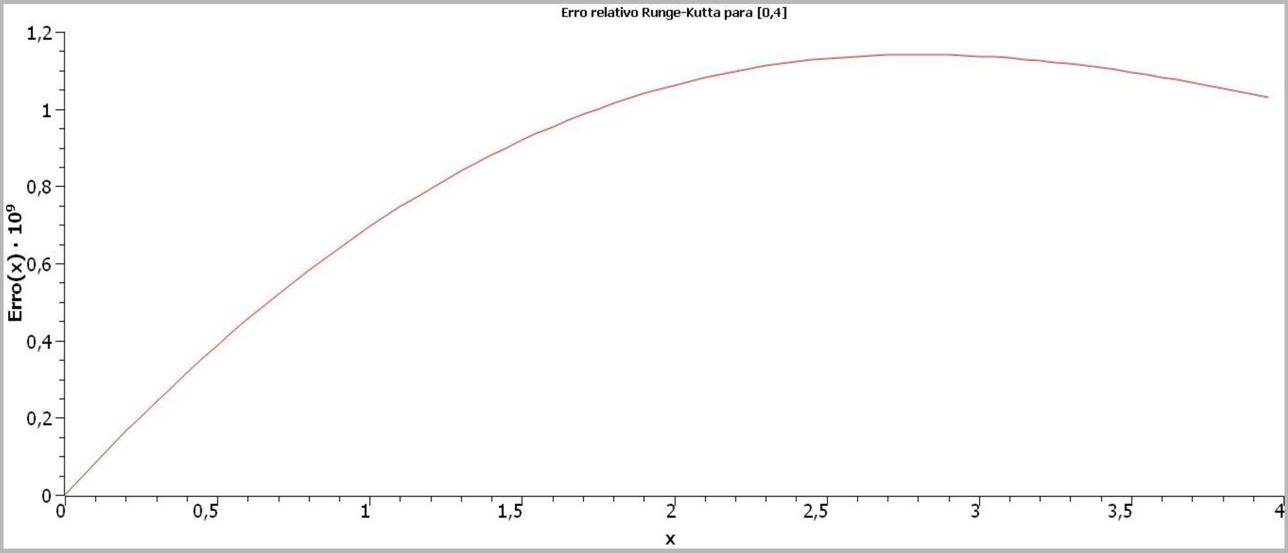

Imagem 14 - Gráfico do Erro Relativo Runge-Kutta para [0,4].

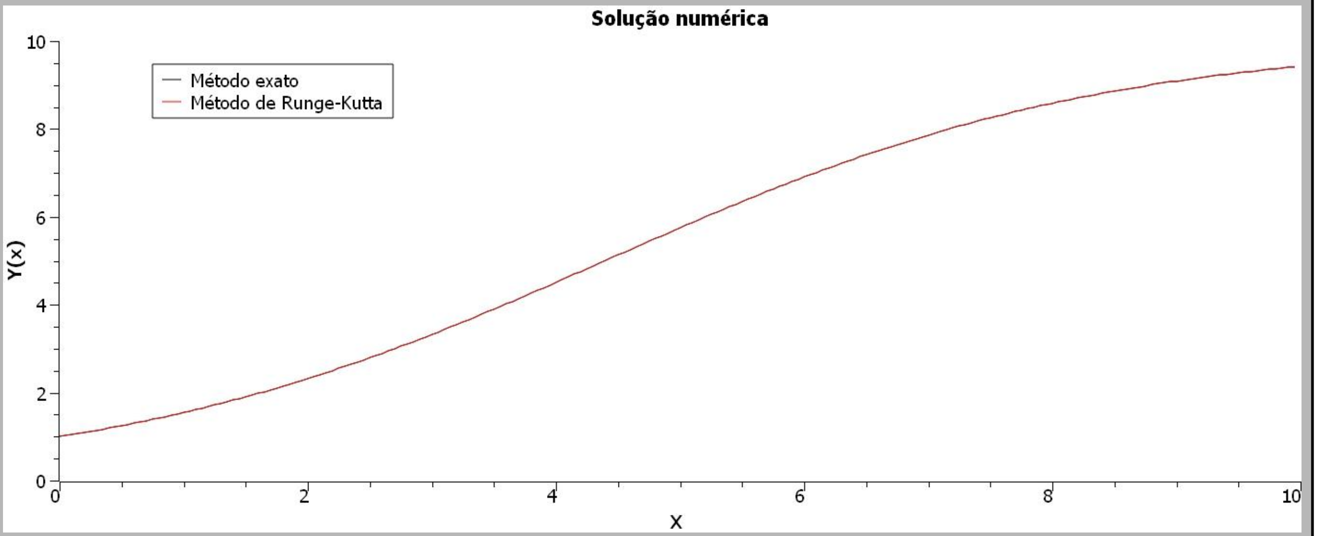

Imagem 15 - Gráfico da solução numérica para [0,10]. Observe que ambas as curvas estão praticamente sobrepostas.

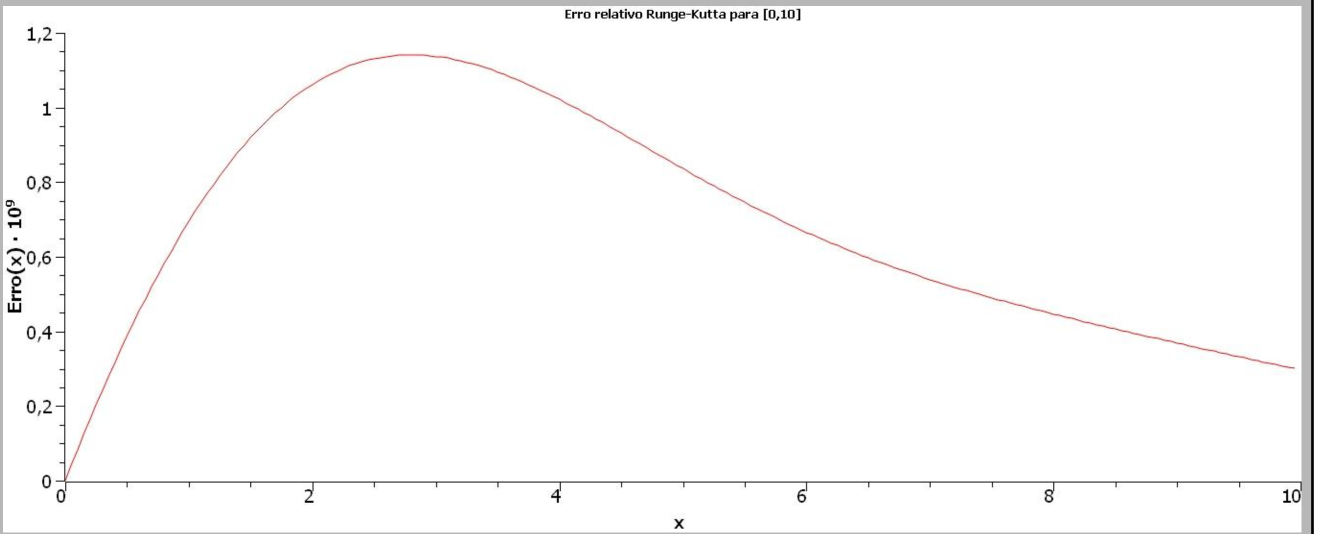

Imagem 16- Gráfico do Erro Relativo Runge-Kutta para [0,10].

Exercício D) Qual método utilizado foi mais condizente com a solução exata? Isto era esperado? Justifique sua resposta.

Resposta:

Era esperado que o método de Runge-Kutta (RK) fosse mais eficiente para aproximar a solução buscada e, de fato, verificamos isso. Enquanto por Euler obtemos um erro relativo da ordem de 10^{-2}, Runge-Kutta fornece erros relativos da ordem de 10^{-9} quando comparamos os resultados obtidos no item (a) com os do item (c). Atribuímos isso à diferença na ordem das aproximações no que tange às suas respectivas séries de taylor: Temos respectivamente, ordem 1 e ordem 4. Além disso, é também conhecido que o método de Runge-Kutta sempre contém os termos do método de Euler de mesma ordem ("Newton melhorado"), de forma que mesmo se aplicassemos RK de ordem 1 no item (c), ainda esperaríamos alguma melhora em relação ao item (a).