QUANT FINANCE 6

JUAN I. SANCHEZ VIETTO

CLASE 6: ESTRATEGIAS, COTAS Y VOL. IMPLICITA

Programa de Finanzas Cuantitativas QUANt

UCEMA

COTAS

- LAS PROBAMOS SUPONIENDO QUE LA COTA NO SE CUMPLE Y LLEGANDO A LA CONCLUSIÓN DE QUE EXISTE UNA ESTRATEGIA QUE SIEMPRE ES GANADORA. COMO ESTO NO PUEDE PASAR EN UN MERCADO SIN ARBITRAJE

$\Rightarrow$ LA COTA DEBE CUMPLIRSE.

COTAS

(C: CALL , P: PUT
SUBINDICE A INDICA AMERICANA)

- C NUNCA PUEDEN VALER MÁS QUE EL UNDERLIER

$$C \leq S_0 \; ; \; C_A \leq S_0 .$$

$$\begin{array}{c} t=0 \\ -C \\ S_0 \\ \hline C - S_0 \geq 0 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} t=T \\ -(S-K)^+ \\ S \\ \hline \geq 0 \\ +\text{int.} \end{array} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{S>K} \; -(S-K)+S = +K > 0. \\ \xrightarrow{S<K} \; -0+S = S > 0 \end{array}$$

- DE MANERA SIMILAR:

$$P \leq K \; ; \; P_A \leq K .$$

[DE LO CONTRARIO, SI VENDO UN PUT (POR LO MENOS) TENGO K Y SI ME EJERCEN ME QUEDO CON LA ACCIÓN → GANÉ, SINO ME QUEDO CON K (POR LO MENOS)]

COTAS

- ES MÁS: $p \leq Ke^{-rT}$ (EUROPEAS)

  YA QUE CONOZCO EL t DE EJERCICIO (T)

  Y PUEDO PONER $p > K$ A HACER TASA.

- INFERIORES:

  $c \geq S_0 - Ke^{-rT}$ ó $c \geq \max(S_0 - Ke^{-rT}, 0)$

  $p \geq Ke^{-rT} - S_0$ ó $p \geq \max(Ke^{-rT} - S_0, 0)$

- VEAMOS $C \geq S_0 - Ke^{-rT}$

$$\begin{array}{r|l} t=0 & t=T \\ C - S_0 + Ke^{-rT} & C - S + K \\ \hline \text{CASH BALANCE: } -C + S_0 - Ke^{-rT} > 0 & > 0 + \text{int} \end{array}$$

$S>K$: $(S-K) - S + K = 0$.

$S<K$: $0 - S + K > 0$.

$$\boxed{\text{ADEMAS } C>0 \Rightarrow C \geq \max(S_0 - Ke^{-rT}, 0)}$$

- VEAMOS $p \leq Ke^{-rT}$:

$p - Ke^{-rT}$

$$\begin{array}{l|l} t=0 & t=T \\ -p & -(K-S)^+ \\ Ke^{-rT} & K \\ \hline p - Ke^{-rT} > 0 & > 0 + \text{int.} \end{array}$$

$S>K$: $0 + Ke^{rT} > 0$

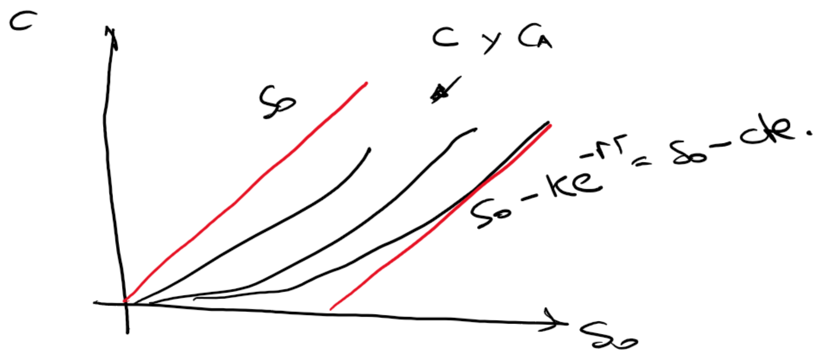
$S<K$: $-K + S + K = S > 0$

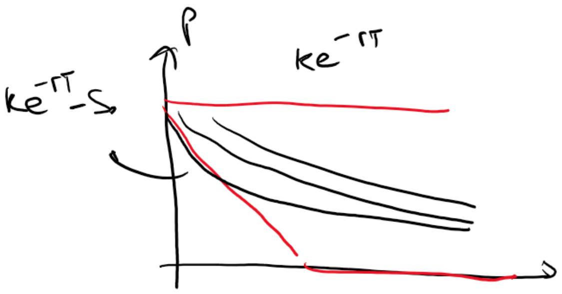
$\Rightarrow \boxed{p \leq K}$

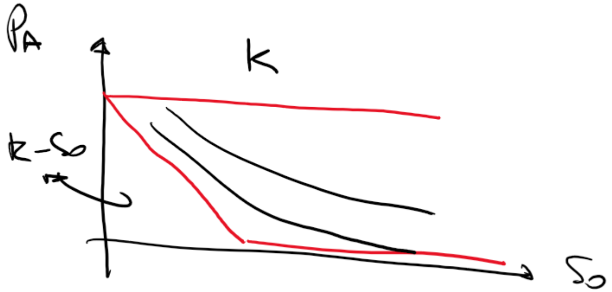
EN LAS DEMOSTRACIONES ME ARMO UN PORTFOLIO A PARTIR DE PASAR TODO PARA UN LADO DE LA DESIGUALDAD (INVERSA A LA COTA)

COTAS

CALL







AMERICANAS

- TIENEN MÁS OPCIONALIDAD

$\Rightarrow C \leq C_A \quad , \quad P \leq P_A$

- VEAMOS $C_A = C$:

$$C \geq S_0 - Ke^{\overset{<0}{-rT}} > S_0 - K$$

COTA INFERIOR DE C

$$\Rightarrow C_A > (S_0 - K) \quad \forall t < T$$

PARA QUE SEA ÓPTIMO EJERCER ANTES DE T DEBERÍA CUMPLIRSE QUE $C = (S_0 - K)$ PARA ALGÚN $t < T$ $\Rightarrow \boxed{C = C_A}$

RESUMEN

- DERIVADOS: INST. DEPENDEN DEL VALOR DE OTROS INSTRUMENTOS

  FORWARDS, FUTUROS, OPCIONES { SOBRE STOCKS / SOBRE TASA DE INTERÉS *.
  SWAPS*

- PRECIO DE DERIVADOS ↔ NO-ARBITRAJE $p(t) = P(\text{MERCADO EN } t)$.

- NO DEPENDE DEL PASADO NI DEL FUTURO ($C = N(d_+) S_t - N(d_-) K \, DF$)

  STOCK HOY.

  RATE HOY

  $d_\pm = d_\pm(r, t, T, \sigma)$

  VOL HOY

  RATE HOY

- SELL-SIDE: PRICING, MANEJO DE RIESGO (DE MERCADO).

  → NO ES PREDICCIÓN Ej: FUTUROS DÓLAR.

RESUMEN

- SELL-SIDE (CONT.):

  1. CLIENTES BUSCAN INST. DE INVERSIÓN → EN GRAL. EXÓTICOS YA QUE STANDARDS ABUNDAN EN EXCHANGES.
  2. BANCOS PROVEEN (MARKET-MAKERS) → QUEDAN EXPUESTOS A MOV. DEL MERCADO

     ej: LONG/SHORT EN STOCK

  3. SALEN A HEDGEARSE (CON INST. MÁS SENCILLOS)
  4. HEDGING DINÁMICO → REBALANCEO DEL PORTFOLIO.

- MODELOS
  - → INST. LINEALES NO ES NECESARIO
  - → INST. NO-LINEALES ES NECESARIO

RESUMEN

INST. LINEAL: INDICE DE STOCKS (MERVAL)

$$I = \sum_{i=1}^{N} w_i S_i = w_1 S_1 + w_2 S_2 + w_3 S_3 + \dots$$

GGAL YPF , ETC.

$$\boxed{\begin{aligned} f_I(t) &= I_t - I_0 e^{rt} \\ &= I_t - I_0 e^{rT} e^{-r(T-t)} \\ &= I_t - K e^{-r(T-t)} \end{aligned}}$$

INST. NO-LINEAL: payoff = $|S_T - K|^+ \neq$ C.L. de S_T. (NO ES COMBINACION LINEAL DE UNDERLIERS)

	$t=0$	t	$t=T$
$=0.$	$-f_I(0)$	$-f_I(t)$	$-f_I(T)$
	I_0	I_t	I_T
	$-I_0$	$I_0 e^{rt}$	$-I_0 e^{rT}$

$\rightarrow$ $f_I(T) = (I_T - I_0 e^{rT})$

NO NECESITAMOS PROPONER UNA DINAMICA DE $I(S_i)$ PARA ESTO

VOLATILIDAD IMPLICITA

$$C = C(S_t, t) = N(d_1)S_t - N(d_2)Ke^{-r(T-t)}$$

$$d_{1,2} = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}\left[\ln(S_t/K) \pm \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right]$$

- Del mercado tenemos precios de calls en función de K

DESPEJANDO σ DE LA FORMULA : $C = C(K, \sigma)$ $\quad S_t, T, t, r$ ctes

$$\Rightarrow \quad \sigma = (C, K) = \sigma(K)$$

USANDO LOS PRECIOS DE MERCADO

VOLATILIDAD IMPLICITA

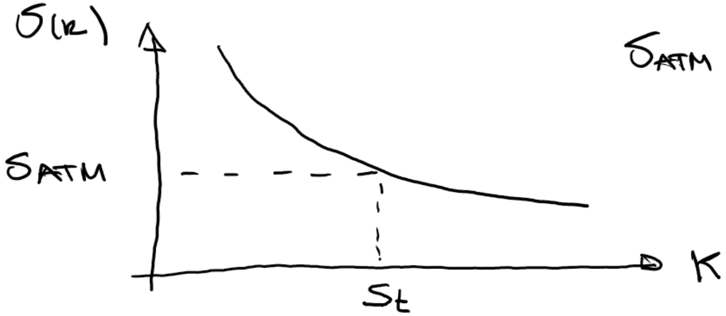
Vol IMPL.

$$C = C(S_t,t) = N(d_1)S_t - N(d_2)Ke^{-r(T-t)}$$

Vol IMPL.

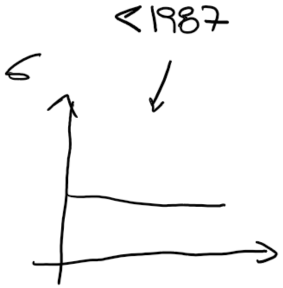
$$d_{1,2} = \frac{1}{\boxed{\sigma(K)}\sqrt{T-t}}\left[\ln(S_t/K) \pm \left(r + \boxed{\frac{\sigma^2(K)}{2}}\right)(T-t)\right]$$

$\Rightarrow$ $C(K)$ son los precios de mercado (por definición)



σ_{ATM} : AT-THE-MONEY VOL.

VOLATILIDAD IMPLICITA



- ¿Por qué sonrisa (smile) de volatilidad?
  - Antes de 1987 $\longrightarrow$ $\sigma = \sigma_{BS} = cte.$
  - Después del crash '87 $\longrightarrow$ smile (sonrisa) (o mejor skew)

es razonable que $\sigma \uparrow$ cuando $S \downarrow$

$\sigma \uparrow$ cuando $S \uparrow$

otra forma $\rightarrow$ miedo a un crash $\Rightarrow$ traders quieren vender puts OTM más caros.

VOLATILIDAD IMPLICITA

- C y P TIENEN LA MISMA VOL. IMPL. POR PUT-CALL PARITY:

$$C_{BS} - P_{BS} = S_t - K$$

$$C_r - P_r = S_t - K \quad \text{Si no hay arbitraje}$$

C_r, P_r precios de mercado.

$$\Rightarrow \quad C_{BS} - P_{BS} = C_r - P_r$$

$$\text{ó} \quad C_r - C_{BS} = P_r - P_{BS}$$

ELIGIENDO σ PARA QUE BS DE PRECIOS DE MERCADO $\rightarrow$ $C_{BS}(\sigma) = C_r \Rightarrow P_{BS}(\sigma) = P_r$

$$\boxed{\text{MISMA } \sigma \text{ PARA C Y P}}$$

VOLATILIDAD IMPLICITA

$$C = C(S_t, t) = N(d_1) S_t - N(d_2) K e^{-r(T-t)}$$

$$d_{1,2} = \frac{1}{\sigma(K)\sqrt{T-t}} \left[\ln(S_t/K) \pm \left(r + \frac{\sigma^2(K)}{2} \right)(T-t) \right]$$

Mundo BS:

$$dS = \mu S \, dS + \sigma S \, dW(t)$$

$$\Rightarrow \quad C = C(S_t, t, \sigma(K)) \quad , \quad \sigma(K) = \sigma = cte$$

VOLATILIDAD IMPLICITA

tambien mundo BS:

$$dS = \mu S\,dt + \sigma(t) S\,dW(t)$$

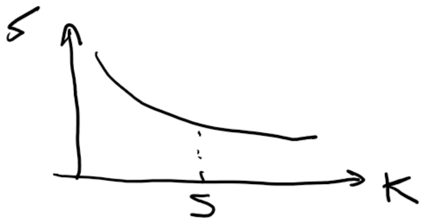
$$\sigma = \int_t^T \sigma(t)\,dt \longrightarrow C = C(S_t, t, \sigma)$$

Se pone más interesante si:

$$dS = \mu S\,dt + \sigma(t, S) S\,dW(t)$$

"local vol models"

$$C = C(S_t, t, \sigma) = ???$$



$$C = C_{BS}(S_t, t, \sigma(K))$$

(VER NOTEBOOK DE LOCAL VOLATILITY)

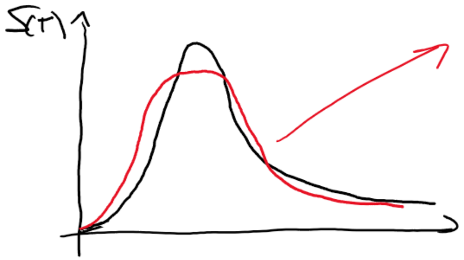
VOLATILIDAD IMPLICITA

Mundo BS: $S(T) = S_t e^{\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \sigma W(T)\right]}$

lognormal distribution.

Mundo real:

vol impl ≠ cte

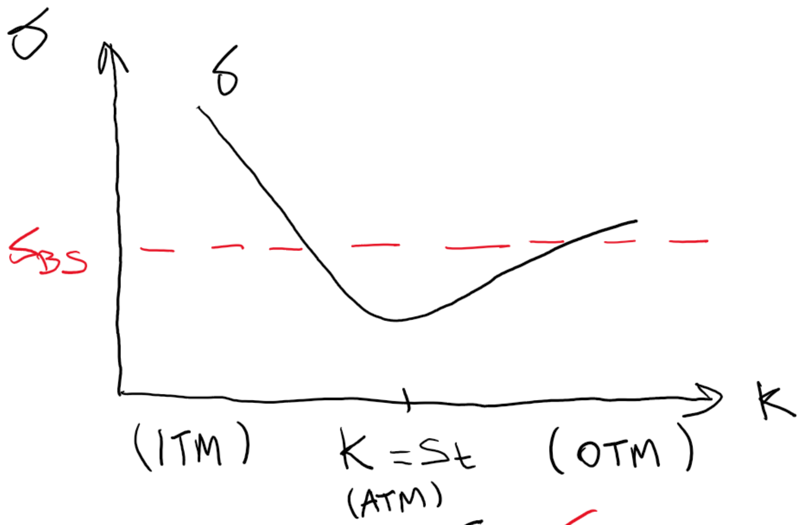


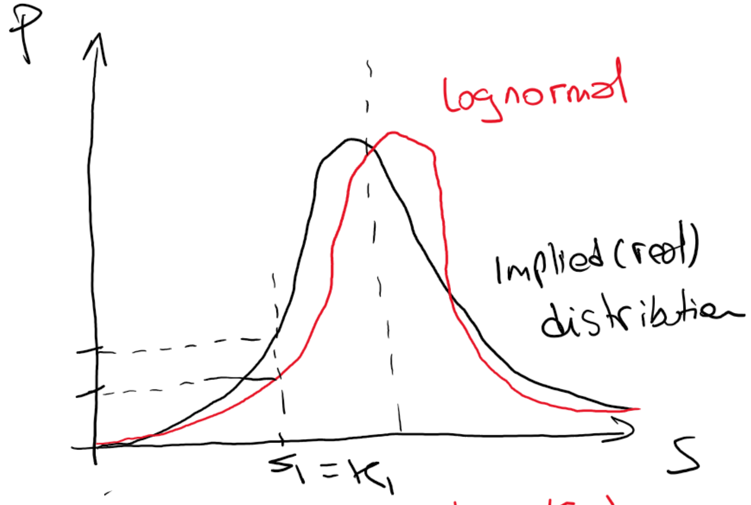
Implied distribution

$\neq$

lognormal distribution

VOLATILIDAD IMPLICITA





$\text{prob}(S_1) > \text{prob}_{BS}(S_1)$

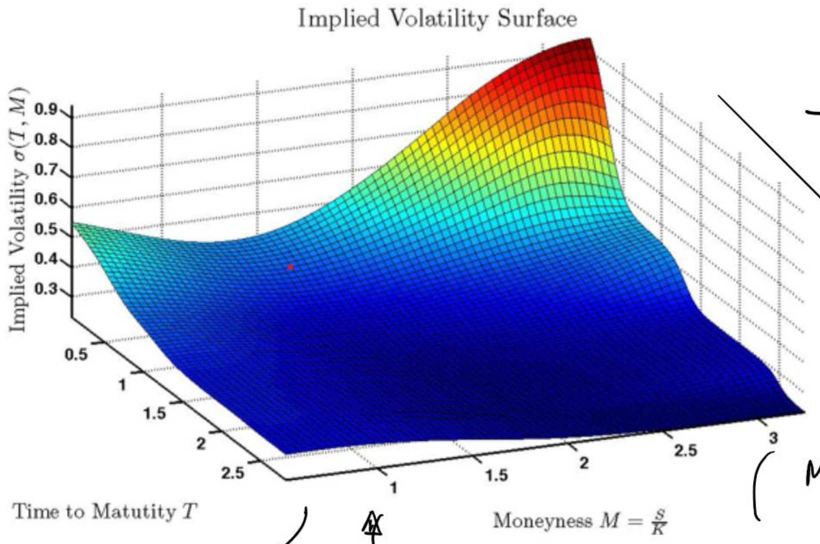
$p\uparrow \Rightarrow S\uparrow \Rightarrow \sigma > \sigma_{BS} \quad \Longleftarrow \quad P(K_1) > P_{BS}(K_1)$

VOLATILIDAD IMPLICITA

$T \nearrow \Rightarrow \sigma \searrow$

$\sigma: \sigma(T, M)$

$\sigma(T, K)$



($M > 1$ ITM)

($M < 1$ OTM)

Moneyness $= 1 = \frac{S_0}{K} \leftarrow S_0 = K$ (At-the-money

BIBLIO :

- CAPITULO 9 DE HULL (7ma edición)
- CAPITULO 18 DE HULL (" ")