

# Capítulo 1

## Conceptos básicos

Computadora : Máquina electrónica de cálculo, compuesta por circuitos lógicos que generan conexiones.

Componentes de circuitos lógicos

- Amplificador operacional:
- Biestable:
- PDL:
- Diac:
- Diodo:
- FGPA:
- Memoria:
- Microprocesador:
- Pila:
- Tiristor:
- Puerta lógica:
- Transistor:
- Triac:

## 1.1. Componentes electrónicos

### 1.1.1. Componentes electrónicos pasivos

Los componentes electrónicos pasivos son elementos que actúan como cargas de manera que no generan ni amplifican la señal. No necesitan polarización.

Es posible reducir los espacios aquí ?

- Resistores: Es la mayor o menor oposición que presenta el elemento del circuito al paso de la corriente eléctrica.
- Condensadores: Componente capaz de almacenar temporalmente cargas electrónicas
- Inductores (bobinas): Son elementos lineales y pasivos que pueden almacenar y liberar energía basándose en fenómenos relacionados con campos magnéticos.

### 1.1.2. Componentes electrónicos activos

Los componentes electrónicos activos son capaces de generar, modificar y amplificar el valor de una señal eléctrica.

- Diodos: Son aquellos materiales que a temperatura ambiente tienen una resistencia que se halla comprendida entre la de los metales y aislantes. y los \* aislantes
- Transistores: Dispositivo que regula el flujo de corriente o de tensión actuando como un interruptor o amplificador para señales electrónicas.
- Circuitos integrados: Es una pastilla o chip muy delgado en el que se encuentran una cantidad enorme de dispositivos microelectrónicos.

## 1.2. Representación de punto flotante

Representación de punto flotante

$$a \times 10^b$$

$$1 > |a| \geq 0.1$$

exceptuando cuando:  $a = 0.0b$

$$0.1 \leq a < 1$$

Tipo de datos	Espacio de almacenamiento
float	4 bytes
double	8 bytes
long double	16 bytes

## 1.3. Tipos de error y la serie de Taylor

### 1.3.1. Error de corte

Epsilon de la máquina (EPS): ~~El EPS~~ es el número más pequeño tal que  $(1 + EPS) > 1$  para la máquina que realiza la suma. El siguiente código permite conocer el epsilon de tu computadora.

```
double EPS=1.0;
int k=0;
while((EPS+1.0)>1.0){
    EPS/=2.0;
    K++
}
EPS*=2.0;
K--;
```

falta la impresion del  
valor

### 1.3.2. Error de redondeo

Pérdida de cifras decimales a medida que se aumenta el exponente.

### 1.3.3. Error de truncamiento

Teorema de Taylor: Si  $f(x)$  es una función suave en un intervalo abierto  $(a, b)$  que contiene a  $c$ , para un número  $c + h$  contenido en  $(a, b)$

$$f(c + h) = f(c) + f'(c)h + f''(c)\frac{h^2}{2!} + f'''(c)\frac{h^3}{3!} + \dots + f^n(c)\frac{h^n}{n!}$$

El hecho de perder cifras debido a limitar el resultado a ciertas decimales es a lo que llamamos error de truncamiento.

### 1.3.4. Complejidad algorítmica y costo computacional

usar "símbolo" para log;  
log

#### Tiempo de tendencia a funciones

$\log(n)$ $n$ $n\log(n)$	Tiempos lineales
$n^2$ $n^3$ $n^4$	Tiempos polinómicos
$2^n$ $n!$	NP-Duro NP-Completo

### 1.3.5. Convergencia

Un ciclo de cálculo se traduce a una iteración

Sea  $x_k$  una sucesión de valores. Si existe un número  $x^*$  tal que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = x^*$$

La sucesión converge a  $x^*$ , si eso no ocurre, entonces la sucesión diverge.

#### Velocidad de convergencia

$x_k$  converge a  $x^*$

1. Si existe un  $k \geq 1$  a partir del cual se observa que  $|x_{k+1} - x^*| \leq C|x_k - x^*|$  donde  $C$  es constante entre  $(0, 1)$  se tiene velocidad de convergencia lineal.
2. Igual que el anterior pero  $|x_{k+1} - x^*| \leq c_k|x_k - x^*|$  con  $c_k \in (0, 1)$  y  $C_k \rightarrow 0$  cuando  $k \rightarrow \infty$ , se tiene velocidad de convergencia lineal.
3. A partir de la iteración  $k$  se observa que  $|x_{k+1} - x^*| \leq C|x_k - x^*|^P$  donde  $C$  y  $P$  son constantes  $C \in (0, 1)$  y  $P \geq 2$ , se tiene convergencia de orden  $P$ .

Pendiente para jacob

(este simbolo se inserta usando \in)

## Capítulo 2

# Derivadas numéricas

$$\frac{d(f(x))}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$h \geq \sqrt{EPS}$

en el mismo renglon.  
Utiliza "; \quad " para  
que quede separado de  
la formula

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Derivada numérica hacia adelante

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Derivada numérica hacia atrás

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Derivada numérica al centro

Por lo pronto no nos estamos  
enfocando en imagenes pero  
estas si son super importantes de  
incluir. Aunque sean fotos de  
dibujos a mano incluyamos estas  
tres.

Para el cálculo de derivadas numéricas se parte del análisis de una segunda derivada hacia adelante.

$$f''(x) = \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} = \frac{\frac{f(x+2h) - f(x+h)}{h} - \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}{h}$$

De la cual obtenemos la ecuación para calcular  $f''$  hacia adelante

$$f''(x) = \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2}$$

Segunda derivada numérica hacia adelante

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x-h) + f(x-2h)}{h^2}$$

Segunda derivada numérica hacia atrás

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

Segunda derivada numérica al centro

Para obtener un buen resultado en el cálculo de segundas derivadas numéricas es necesario que  $h \geq \sqrt[3]{EPS}$

Ejemplo

Cálculo de la 1<sup>ra</sup> y 2<sup>da</sup> derivada en  $x = 0.78$  de la función  $3x^2 \sin^2 x$

Analíticamente

$$u = 3x^2 \quad v = \sin^2 x$$

## Capítulo 3

# Interpolación

$\{x_i; y_i\}$   $y = f(x)$   $E = \frac{1}{2} \sum (y_i - f(x_i))^2$  es lineal en los parámetros  
aj son los parámetros de interpolación  $y_i(x)$  es una función exclusivamente de  $x$

### 3.1. Mínimos cuadrados no lineales

### 3.2. Método de Gauss-Newton

### 3.3. Interpolación polinómica

#### 3.3.1. Interpolación por segmentarias

- Pedazos de polinomios
- Que salgan curvas suavitas
- Son dependientes de la orientación del sistema de coordenadas
- Si la continuidad sólo se exige en valores, clase  $C^0$
- Cuando la continuidad es en pendientes clase  $C^1$
- Si se exige continuidad en pendiente y curvatura, clase  $C^2$  (evaluar en segundas derivadas)

deben ser superíndices  
 $C^0$

Características

1. Grado del polinomio
2. Clase de la segmentaria. (Tipo de continuidad en los tipos de unión)

Cada tramo tiene 4 incógnitas.  
Por cada punto hay una ecuación.  
Más una adicional que se deriva (ecuación de enlace).

Supongo que aquí falta  
más cosas, (se ven  
desligadas estas  
oraciones)

### 3.4. Integración numérica

Teorema fundamental del cálculo integral

Teorema de Green 2D (Simplificar integrales)

Teorema de divergencia de Gauss Teorema de Stokes

Formulas de Newton - Cotes Cuadraturas de Gauss

#### 3.4.1. Por trapecio

#### 3.4.2. Simpson 3 puntos

#### 3.4.3. Para 4 puntos

### 3.5. Cuadraturas Gaussianas

Se escoge la posición óptima de los puntos de integración para poder asegurar el resultado

#### 3.5.1. Cuadratura de orden 1

#### 3.5.2. Cuadratura de orden 2

#### 3.5.3. Cuadratura de orden 3

#### 3.5.4. Cuadraturas Gaussianas

Da la solución de polinomis  $P = 2n+1$

#### 3.5.5. Cuadratura de orden 1

#### 3.5.6. Cuadratura de orden 2

#### 3.5.7. Cuadratura de orden 3

#### 3.5.8. Cuadraturas Gaussianas

Da la solución de polinomios  $P = 2n+1$



**3.6. Integrales Múltiples****3.7. Fórmulas de Newton - Cotes****3.8. Indeterminaciones****3.9. Ecuaciones Diferenciales****3.10. Solución de sistemas no lineales****3.11. Eigenvalores y eigenvectores**

Los vectores propios son los vectores no nulos que cuando son transformados por el operador dan lugar a un múltiplo escalar de sí mismos, con lo que no cambian su dirección, este escalar se llama eigenvalor. Los eigenvalores son las raíces del polinomio característico.

- Método de la potencia  
Este método puede encontrar el eigenvalor más grande en valor absoluto y su correspondiente eigenvector. No precisan del cálculo polinomio característico
- Método de la potencia inversa  
Calcula el valor propio de módulo mínimo y un vector propio asociado. La matriz A debe ser invertible.
- Método de la potencia inversa desplazada Aproximar un valor propio  $\lambda$  y un vector propio asociado a partir de la estimación  $\simeq \lambda$
- Método del polinomio Sensible al desbordamiento, se puede aplicar desplazamiento.

Interpolación: Proceso en el cual se calculan valores numéricos desconocidos a partir de otros ya conocidos mediante la aplicación de algoritmos concretos. Encontrar un valor intermedio entre dos o más puntos base conocidos, los cuales se pueden aproximar mediante polinomios.

Interpolación lineal: Se interpola con líneas rectas entre una serie de puntos  $(x_0, y_0)$ . La idea básica es conectar los 2 puntos dados en  $x_i$ , es decir  $(x_0, y_0)$  y  $(x_1, y_1)$ . La función interpolante es una línea recta entre los dos puntos. La función se sustituye por la recta que pasa por los puntos conocidos.

Mínimos cuadrados lineales

Mínimos cuadrados no lineales

Método de Gauss Newton: Para funciones no lineales (logaritmos, exponenciales

Aqui faltan ecuaciones verdad ? Sino es asi avisame.

y trigonométricas)

Interpolación polinómica: La función incógnita se sustituye por un polinomio que coincide con aquella en los puntos conocidos.

Polinomios de Lagrange: Encontrar una función polinómica que pase por esos  $n+1$  puntos y que tengan el menor grado posible un polinomio que pase por varios puntos determinados se llama polinomio de interpolación. El polinomio de Lagrange pasan por todos los  $n+1$  puntos dados:

Interpolación por segmentarias o splines: El término spline referencia a una amplia clase de funciones que son utilizadas en aplicaciones que requieren la interpolación de datos o un suavizado.

El spline cúbico ( $k=3$ ) es el spline más empleada, debido a que proporciona un ajuste a los puntos tabulados y su cálculo no es excesivamente complejo.

## Capítulo 4

# Integración numérica

Fórmulas de Newton-Cotes: Estas fórmulas se basan en la idea de integrar una función polinómica en vez de  $F(x)$ . Puntos arbitrarios (datos experimentales).

- Fórmulas cerradas: Se conocen los valores de  $f(a)$  y  $f(b)$ .
- Fórmulas abiertas: