Calcul Numeric – Tema #10

Ex. 1 Să se afle funcţia de interpolare spline pătratică S asociată funcţiei $f(x) = sin(x)$ relativ la diviziunea $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$.

Ex. 2 Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă.

a) Să se construiască în Matlab procedura **SplineP** având sintaxa $[y, z]$ =**SplineP**(X, Y, fpa, x), conform metodei de interpolare spline pătratică. Datele de intrare: vectorul X, componentele căruia sunt nodurile de interpolare, i.e. $a = X_1 < X_2 < ... < X_{n+1} = b$; vectorul Y definit prin $Y_i = f(X_i), i = \overline{1, n+1}$; derivata funcţiei f în capătul din stânga a intervalului, $fpa = f'(a)$; variabila scalară $x \in [a, b]$. Datele de ieşire: Valoarile numerice y, z reprezentând valoarile funcţiei spline pătratică $S(x)$ şi derivatei $S'(x)$ calculate conform metodei spline pătratice. Indicaţie: $z = b_j + 2c_j(x - x_j)$.

b) Fie datele: $f(x) = sin(x)$, $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$; $n = 2, 4, 10$; X - o diviziune echidistantă a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu $n + 1$ noduri; $Y = f(X)$. Să se construiască grafic funcţia f, punctele de interpolare (X, Y) şi functia spline $S(x)$ calculată conform procedurii **SplineP**, corespunzător unei discretizări x a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu 100 de noduri.

c) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata funcţiei spline şi derivata funcţiei f.

d) Să se modifice procedura $[y, z]$ =**SplineP**(X, Y, fpa, x), astfel încât parametrii de intrare/ieşire x şi respectiv y, z să poată fi vectori.

Ex. 3 Fie $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă.

a) Să se construiască în Matlab procedura **SplineC** având sintaxa $[y, z, t]$ =**SplineC** (X, Y, fpa, fpb, x), conform metodei de interpolaree spline cubice. Datele de intrare: vectorul X, componentele căruia sunt nodurile de interpolare, i.e. $a = X_1 < X_2 < ... < X_{n+1} = b$; vectorul Y definit prin $Y_i = f(X_i), i = \overline{1, n+1}$; derivata funcţiei f în capetele intervalului, $fpa = f'(a)$ şi $fpb = f'(b)$; variabila scalară $x \in [a, b]$. Obs.: Pentru rezolvarea sistemului din care determină coeficienţii $b_i, i = \overline{1, n+1}$ se va apela metoda Jacobi pentru matrice diagonal dominante. Se va considera $\varepsilon = 10^{-8}$. Datele de ieşire: Valoarile numerice y, z, t reprezentând valorile funcţiei spline cubice $S(x)$, primei derivate $S'(x)$ şi derivatei a doua $S''(x)$ determinate numeric. Indicaţie: $z = b_j + 2c_j(x - X_j) + 3d_j(x - X_j)^2$; $t = 2c_j + 6d_j(x - X_j)$.

b) Fie datele: $f(x) = sin(x)$, $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$; $n = 2, 4, 10$; X - o diviziune echidistantă a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu $n + 1$ noduri; $Y = f(X)$. Să se construiască grafic funcţia f, punctele de interpolare (X, Y) şi funcţia S calculat conform procedurilor **SplineC**, corespunzător unei discretizări x a intervalului $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ cu 100 de noduri.

c) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata funcţiei spline şi derivata funcţiei f.

d) Într-o altă figură să se construiască grafic derivata a doua a funcţiei spline şi a funcţiei f.

e) Să se modifice procedura y =**SplineC**(X, Y, fpa, fpb, x), astfel încât parametrii de intrare/ieşire x şi respectiv y să poată fi vectori.