CALCUL NUMERIC

TEMA 2

Maciuca Gloria - Ruxandra
Grupa 344

Exercitiul 1

Sa se rezolve manual, conform algoritmilor: metoda Gauss fara pivotare, metoda Gauss cu pivotare partiala si metoda Gauss cu pivotare totala, urmatoarele sisteme:

$$a.\ \begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 5 \cdot x_3 = 5 \\ 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

a.1 Metoda Gauss fara pivotare

Aplicam metoda Gauss fara pivotare pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii a.

Observam ca primul pivot a_{11} este 0, asadar cautam pe coloana 1 primul element diferit de 0, care se afla pe linia L_2. Interschimbam liniile L_1 si L_2:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{2} & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}. Observam ca elementul a_{21} are deja valoarea 0, asadar vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{2} & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{4}{2} \cdot L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{2} & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -9 & -9 \end{array}\right)$$

Observam ca pivotul a_{22} are valoare diferita de 0.
Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Cum elementul a_{32} are deja valoarea 0, matricea ramane nemodificata.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -9 & -9 \end{array}\right)$$

Am obtinut o matrice superior trunghiulara.
Aplicam metoda Substitutiei Descendente pentru a rezolva sistemul:

$$x_3 = \frac{-9}{-9} \qquad x_2 = \frac{3 - 1 \cdot 1}{1} \qquad x_1 = \frac{5 - (1 \cdot 5 + 2 \cdot 1)}{2}$$

$$x_3 = 1 \qquad x_2 = 2 \qquad x_1 = -1$$

$$a. \begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 5 \cdot x_3 = 5 \\ 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

a.2 Metoda Gauss cu pivotare partiala

Aplicam metoda Gauss cu pivotare partiala pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii a.

Cautam pe coloana 1 elementul cu valoare absoluta maxima si il gasim pe linia L_3. Interschimbam liniile L_1 si L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_3} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{4} & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}. Observam ca elementul a_{31} are deja valoarea 0, asadar vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_2:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{4} & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{L_2 - \frac{2}{4} \cdot L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{4} & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4.5 & 4.5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Cautam pe coloana 2, incepand cu linia L_2 elementul cu valoare absoluta maxima si il gasim pe linia L_3. Interschimbam liniile L_2 si L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{0} & 4.5 & 4.5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4.5 & 4.5 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Cum elementul a_{32} are valoarea 0, am obtinut deja o matrice superior trunghiulara.
Aplicam metoda Substitutiei Descendente pentru a rezolva sistemul:

$$x_3 = \frac{4.5}{4.5} \qquad x_2 = \frac{3 - 1 \cdot 1}{1} \qquad x_1 = \frac{1 - (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2)}{4}$$
$$x_3 = 1 \qquad x_2 = 2 \qquad x_1 = -1$$

$$a. \begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 5 \cdot x_3 = 5 \\ 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

a.3 Metoda Gauss cu pivotare totala

Aplicam metoda Gauss cu pivotare totala pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii a.
Retinem ordinea coloanelor intr-un vector de prmutari.

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima din submatricea A(1:3, 1:3) si il gasim pe linia L_2, coloana C_3. Interschimbam liniile L_1 si L_2 si coloanele C_1 si C_3. Memoram interschimbarea coloanelor in vectorul permutarilor:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2,\ C_1 \leftrightarrow C_3} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{5} & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}. Astfel, vom efectua urmatoarele operatii asupra liniilor L_2 si L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{5} & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{c} \xrightarrow{L_2 - \frac{1}{5} \cdot L_1} \\ \xrightarrow{L_3 - \frac{1}{5} \cdot L_1} \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{5} & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0.8 & -0.4 & 2 \\ 0 & 1.8 & 3.6 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima din submatricea A(2:3, 2:3) si il gasim pe linia L_3, coloana C_3. Interschimbam liniile L_2 si L_3 si coloanele C_2 si C_3. Memoram interschimbarea coloanelor in vectorul permutarilor:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & \boxed{0.8} & -0.4 & 2 \\ 0 & 1.8 & 3.6 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_3,\ C_2 \leftrightarrow C_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & \boxed{3.6} & 1.8 & 0 \\ 0 & -0.4 & 0.8 & 2 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Astfel, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & \boxed{3.6} & 1.8 & 0 \\ 0 & -0.4 & 0.8 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{-0.4}{3.6} \cdot L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & \boxed{3.6} & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Am obtinut o matrice superior trunghiulara.

Respectand permutarile efectuate asupra coloanelor, aplicam metoda Substitutiei Descendente pentru a rezolva sistemul si obtinem:

$$x_2 = \frac{2}{1} \qquad x_1 = \frac{0 - 1.8 \cdot 2}{3.6} \qquad x_3 = \frac{5 - (1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1))}{5}$$

$$x_2 = 2 \qquad x_1 = -1 \qquad x_3 = 1$$

$$b. \begin{cases} x_2 - 2 \cdot x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases}$$

b.1 Metoda Gauss fara pivotare

Aplicam metoda Gauss fara pivotare pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii b.

Observam ca primul pivot a_{11} este 0, asadar cautam pe coloana 1 primul element diferit de 0, care se afla pe linia 2. Interschimbam liniile L_1 si L_2:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}. Cum elementul a_{21} are valoarea 0, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{1}{1} \cdot L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Astfel, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{1}{1} \cdot L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{array}\right)$$

Am obtinut o matrice superior trunghiulara.
Observam ca elementul a_{33} este 0, deci toata linia L_3 este nula, iar rezultatul ecuatiei corespunzatoare este -8.
Concluzie: Sistemul de ecuatii b. este INCOMPATIBIL.

$$b.\ \begin{cases} x_2 - 2 \cdot x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases}$$

b.2 Metoda Gauss cu pivotare partiala

Aplicam metoda Gauss cu pivotare partiala pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii b.

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima pe coloana 1 si il gasim pe linia L_2. Interschimbam liniile L_1 si L_2:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right)$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}.Cum elementul a_{21} are valoarea 0, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{1}{1} \cdot L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right)$$

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima pe coloana 2, incepand cu linia L_2 si il gasim chiar pe pozitia pivotului, deci nu modificam matricea.
Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Astfel, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - \frac{1}{1} \cdot L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & \boxed{1} & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{array}\right)$$

Am obtinut o matrice superior trunghiulara.
Observam ca elementul a_{33} este 0, deci toata linia L_3 este nula, iar rezultatul ecuatiei corespunzatoare este -8.
Concluzie: Sistemul de ecuatii b. este INCOMPATIBIL.

$$b.\ \begin{cases} x_2 - 2\cdot x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases}$$

b.3 Metoda Gauss cu pivotare totala

Aplicam metoda Gauss cu pivotare totala pentru a obtine o matrice superior triunghiulara.
Scriem matricea extinsa a sustemului de ecuatii b.
Retinem ordinea coloanelor intr-un vector de prmutari.

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima din submatricea A(1:3, 1:3) si il gasim pe linia L_1, coloana C_3. Interschimbam coloanele C_1 si C_3. Memoram interschimbarea coloanelor in vectorul permutarilor:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{0} & 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{C_1 \leftrightarrow C_3} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{\text{-2}} & 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Urmarim sa obtinem 0 sub primul pivot a_{11}. Astfel, vom efectua urmatoarele operatii asupra liniilor L_2 si L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{\text{-2}} & 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 6 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{c} \xrightarrow{L_2 - \frac{1}{-2}\cdot L_1} \\ \xrightarrow{L_3 - \frac{-1}{-2}\cdot L_1} \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{\text{-2}} & 1 & 0 & 4 \\ 0 & -0.5 & 1 & 8 \\ 0 & -0.5 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cautam elementul cu valoare absoluta maxima din submatricea A(2:3, 2:3) si il gasim pe linia L_2, coloana C_3. Interschimbam coloanele C_2 si C_3. Memoram interschimbarea coloanelor in vectorul permutarilor:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & \boxed{\text{-0.5}} & 1 & 8 \\ 0 & -0.5 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{C_2 \leftrightarrow C_3} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & \boxed{1} & -0.5 & 8 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Urmarim sa obtinem 0 sub al doilea pivot a_{22}. Astfel, vom efectua urmatoarea operatie asupra liniei L_3:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & \boxed{1} & -0.5 & 8 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 - 1 \cdot L_2} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & \boxed{1} & -0.5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{array}\right) \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Am obtinut o matrice superior trunghiulara.

Observam ca elementul a_{33} este 0, deci toata linia L_3 este nula, iar rezultatul ecuatiei corespunzatoare este -8.

Concluzie: Sistemul de ecuatii b. este INCOMPATIBIL.

Exercitiul 2

Sa se construiasca in Matlab procedura SubsDesc conform sintaxei x = SubsDesc(A, b), care rezolva numeric sisteme liniare superior triunghiulare.

SubsDesc.m ("Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/SubsDesc.m")

Functia primeste ca date de intrare matricea superior triunghiulara 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza un vector 'x' al solutiei ecuatiei.

```
function [x] = SubsDesc(A, b)

x = zeros(1, length(b)); Initializam vectorul solutie cu zero-uri
n = length(b);Memoram numarul ecuatiilor in variabila 'n'
```

Pentru a rezolva sistemul prin metoda substitutiei descendente, pornim prin a afla mai intai x_n si urcam in matricele de intrare 'A' si 'b', inlocuind succesiv in ecuatii solutiile gasite, pana am aflat 'x_1'.

```
for i = n : -1 : 1
    x(i) = (b(i) - sum (A(i, 1:n) .* x(1:n)))/ A(i, i);
```

Cum am pornit cu vectorul solutie 'x' initializat cu 0-uri, la pasul 'k', pentru a afla 'x_k', din rezultatul 'b_k' al ecuatiei se scade suma produselor intre coeficientii A_{ki} *si solutiile gasite* x_i, *pentru* $i = \overline{k+1, n}$ si a produselor intre coeficientii A_{kj} *si* $0-$ *urile corespunzatoare* x_j *a solutiilor inca necalculate*, *pentru* $j = \overline{1, k}$.

```
end
end
```

Exercitiul 3

a. Sa se construiasca in Matlab trei proceduri GaussFaraPiv, GaussPivPart si GaussPivTot, conform sintaxelor:

$[x]$ = **GaussFaraPiv** (A, b)
$[x]$ = **GaussPivPart** (A, b)
$[x]$ = **GaussPivTot** (A, b)

GaussFaraPiv.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/GaussFaraPiv.m"**)

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza un vector 'x' al solutiei ecuatiei.

```
function [x] = GaussFaraPiv(A, b)
```

Mai intai, se apeleaza functia 'SupTri_faraPivot' (descrisa mai jos), pentru a transforma matricea 'A' in matrice superior triunghiulara.

```
[A_tri, b_tri] = SupTri_faraPivot(A, b);

if A_tri ~= NaN
```

Daca, dupa transformarea in matrice triunghiulara a matricei coeficientilor 'A' si modificarea matricei 'b' corespunzator concluzionam ca sistemul este compatibil determinat, apelam functia 'SubsDesc' pantru a afla solutia sistemului si o returnam.

```
    x = SubsDesc(A_tri, b_tri);
else
```

Altfel, functia 'SupTri_faraPivot' va returna 'NaN', deci sistemul nu poate fi rezolvat prin substitutie descendenta si vom returna 'x=NaN'.

```
    x = NaN;
end

end
```

SupTri_faraPivot.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/SupTri_faraPivot.m"**)

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza matricea superior triunghiulara 'A_Tri' si matricea coloana modificata corespunzator 'b_Tri'.

```
function [A_Tri, b_Tri] = SupTri_faraPivot(A, b)

n = length (A);
```

Memoram numarul de ecuatii in variabila 'n'

```
for j = 1 : n-1
```

Parcurgem matricea 'A' pornind de la coloana C_1 pana la coloana C_{n-1}

```
    k = j;
```

Cautam pe coloana 'j', pornind de la linia k=j, primul element cu valoare diferita de 0, pentru a-l aduce pe pozitia pivotului.

```
    while (k < n+1) && (A(k, j) == 0)
        k = k + 1;
    end
```

Daca, dupa cautarea de mai sus, nu a fost gasit niciun element cu valoare diferita de 0, concluzionam ca sistemul este ori incompatibil, ori compatibil nedeterminat, deci nu poate fi rezolvat. Returnam 'NaN' si afisam mesaj corespunzator.

```
    if k > n
        A_Tri = NaN;
        b_Tri = NaN;
        fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL sau COMPATIBIL NEDETERMINAT\n');
        return;
    end
```

Altfel, daca prima valoare diferita de 0 nu este a pivotului, interschimbam (atat in matrice 'A', cat si in matricea 'b') linia pivotului cu cea pe care am gasit prima valoare diferita de 0.

```
    if k ~= j
        A([j k], :) = A ([k j], :);
        b([j k]) = b([k j]);
    end
```

Acum, urmarim sa transformam elementele de sub pivot in 0, prin operatii intre fiecare dintre liniile de sub pivot si linia pivotului (atat in matrice 'A', cat si in matricea 'b').

```
    for i = j + 1 : n
        t = A(i, j) / A(j, j);

        A(i, 1:n) = A(i, 1:n) - t * A(j, 1:n);
        b(i) = b(i) - t * b(j);
    end
end
```

Daca am obtinut o matrice superior triunghiulara cu toate elementele de pe diagonala nenule, inseamna ca sistemul poate fi rezolvat prin metoda substitutiei descendente si returnam matricele 'A' si 'b' rezultate.

```
if A(n, n) ~= 0
    A_Tri = A;
    b_Tri = b;
```

Altfel, returnam 'NaN' si afisam mesaje corespunzatoare.

```
else
    A_Tri = NaN;
    b_Tri = NaN;

    if b(n) ~= 0
```

Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este diferit de 0, stim sigur ca sistemul este incompatibil.

```
        fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL.\n');
    else
```

Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este 0, inseamna ca sistemul este compatibil nedeterminat.

```
        fprintf ('Sistemul este COMPATIBIL NEDETERMINAT.\n');
    end
end

end
```

Exercitiul 3

a. Sa se construiasca in Matlab trei proceduri GaussFaraPiv, GaussPivPart si GaussPivTot, conform sintaxelor:

$[x] =$ **GaussFaraPiv** (A, b)
$[x] =$ **GaussPivPart** (A, b)
$[x] =$ **GaussPivTot** (A, b)

GaussPivPart.m ("Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/GaussPivPart.m")

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza un vector 'x' al solutiei ecuatiei.

```
function [x] = GaussPivPart(A, b)
```

Mai intai, se apeleaza functia 'SupTri_PartialPivot' (descrisa mai jos), pentru a transforma matricea 'A' in matrice superior triunghiulara.

```
[A_tri, b_tri] = SupTri_PartialPivot(A, b);

if A_tri ~= NaN
```

Daca, dupa transformarea in matrice triunghiulara a matricei coeficientilor 'A' si modificarea matricei 'b' corespunzator concluzionam ca sistemul este compatibil determinat, apelam functia 'SubsDesc' pantru a afla solutia sistemului si o returnam.

```
    x = SubsDesc(A_tri, b_tri);
else
```

Altfel, functia 'SupTri_PartialPivot' va returna 'NaN', deci sistemul nu poate fi rezolvat prin substitutie descendenta si vom returna 'x=NaN'.

```
    x = NaN;
end

end
```

SupTri_PartialPivot.m ("Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/SupTri_PartialPivot.m")

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza matricea superior triunghiulara 'A_Tri' si matricea coloana modificata corespunzator 'b_Tri'.

```
function [A_Tri, b_Tri] = SupTri_PartialPivot(A, b)

n = length (A);
```

Memoram numarul de ecuatii in variabila 'n'

```
for j = 1 : n-1
```

Parcurgem matricea 'A' pornind de la coloana C_1 pana la coloana C_{n-1}

Cautam pe coloana 'j', pornind de la linia k=j, elementul cu valoarea absoluta maxima, pentru a-l aduce pe pozitia pivotului. Retinem valoarea lui in variabila 'm' si linia pe care se afla in variabila 'ind'.

```
    [m, ind] = max(abs(A(j:n, j)));
```

Daca valoarea maxima gasita 'm' este 0, concluzionam ca sistemul este ori incompatibil, ori compatibil nedeterminat, deci nu poate fi rezolvat. Returnam 'NaN' si afisam mesaj corespunzator.

```
    if m == 0
        A_Tri = NaN;
        b_Tri = NaN;
        fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL sau COMPATIBIL NEDETERMINAT\n');
```

```
        return;
    end
```

Altfel, daca valoarea absoluta maxima este diferita de 0, interschimbam (atat in matrice 'A', cat si in matricea 'b') linia 'j' a pivotului cu linia pe care am gasit elemntul cu valoare absoluta maxima.

```
    if ind ~= 1
        A([j ind+j-1], :) = A ([ind+j-1 j], :);
        b([j ind+j-1]) = b([ind+j-1 j]);
    end
```

Acum, urmarim sa transformam elementele de sub pivot in 0, prin operatii intre fiecare dintre liniile de sub pivot si linia pivotului (atat in matrice 'A', cat si in matricea 'b').

```
    for i = j + 1 : n
        t = A(i, j) / A(j, j);

        A(i, 1:n) = A(i, 1:n) - t * A(j, 1:n);
        b(i) = b(i) - t * b(j);
    end
end
```

Daca am obtinut o matrice superior triunghiulara cu toate elementele de pe diagonala nenule, inseamna ca sistemul poate fi rezolvat prin metoda substitutiei descendente si returnam matricele 'A' si 'b' rezultate.

```
if A(n, n) ~= 0
    A_Tri = A;
    b_Tri = b;
```

Altfel, returnam 'NaN' si afisam mesaje corespunzatoare.

```
else
    A_Tri = NaN;
    b_Tri = NaN;

    if b(n) ~= 0
```

Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este diferit de 0, stim sigur ca sistemul este incompatibil.

```
        fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL.\n');
    else
```

Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este 0, inseamna ca sistemul este compatibil nedeterminat.

```
        fprintf ('Sistemul este COMPATIBIL NEDETERMINAT.\n');
    end
end

end
```

Exercitiul 3

a. Sa se construiasca in Matlab trei proceduri GaussFaraPiv, GaussPivPart si GaussPivTot, conform sintaxelor:

$[x]$ = **GaussFaraPiv** (A, b)
$[x]$ = **GaussPivPart** (A, b)
$[x]$ = **GaussPivTot** (A, b)

GaussPivTot.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/GaussPivTot.m"**)

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza un vector 'x' al solutiei ecuatiei.

```
function [x] = GaussPivTot(A, b)
```

Mai intai, se apeleaza functia 'SupTri_TotalPivot' (descrisa mai jos), pentru a transforma matricea 'A' in matrice superior triunghiulara.

```
[A_tri, b_tri, v_tri] = SupTri_TotalPivot(A, b);

if A_tri ~= NaN
```

In cazul in care, dupa transformarea in matrice triunghiulara a matricei coeficientilor 'A' si modificarea matricei 'b' corespunzator concluzionam ca sistemul este compatibil determinat, apelam functia 'SubsDesc' pantru a afla solutia sistemului, tinand cont de interschimbarile coloanelor memorate in vectorul 'v_tri' si o returnam.

```
    solSubs = SubsDesc(A_tri, b_tri);

    x = zeros(1, length(v_tri));

    for i = 1 : length(v_tri)
        x(v_tri(i)) = solSubs(i);
    end
else
```

Altfel, functia 'SupTri_TotalPivot' va returna 'NaN', deci sistemul nu poate fi rezolvat prin substitutie descendenta si vom returna 'x=NaN'.

```
    x = NaN;
end

end
```

SupTri_TotalPivot.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/SupTri_TotalPivot.m"**)

Functia primeste ca date de intrare matricea coeficientilor 'A' si matricea coloana 'b' si returneaza matricea superior triunghiulara 'A_Tri' si matricea coloana modificata corespunzator 'b_Tri', impreuna cu interschimbarile coloanelor, memorate in vectorul 'v_Permutari'.

```
function [A_Tri, b_Tri, v_Permutari] = SupTri_TotalPivot(A, b)

n = length (A);          Memoram numarul de ecuatii in variabila 'n'
permutari = 1 : n;       Initializam vectorul permutarilor cu ordinea initiala a coloanelor

for j = 1 : n-1   Parcurgem matricea 'A' pornind de la coloana C1 pana la coloana Cn-1
```

Cautam in submatricea 'A(j:n,j:n)', elementul cu valoarea absoluta maxima, pentru a-l aduce pe pozitia pivotului. Gasim mai intai un vector 'm' cu valoarea absoluta maxima de pe fiecare coloana si un vector 'iInd' cu linia pe care se afla fiecare. Apoi, in 'm' extragem valoarea absoluta maxima din vectorul 'm' si retinem coloana pe care se afla in variabila 'jInd'.

```
[m, iInd] = max (abs(A(j:n, j:n)));
[m, jInd]= max (abs (m));
```

Daca valoarea maxima gasita 'm' este 0, concluzionam ca sistemul este ori incompatibil, ori compatibil nedeterminat, deci nu poate fi rezolvat. Returnam 'NaN' si afisam mesaj corespunzator.

```
if m == 0
    A_Tri = NaN;
    b_Tri = NaN;
    v_permutari = NaN;
    fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL sau COMPATIBIL NEDETERMINAT\n');
    return;
end
```

Altfel, daca valoarea absoluta maxima este diferita de 0, inseamna ca, deocamdata, sistemul nu se arata a fi incompatibil sau compatibil nedeterminat.

```
iMax = iInd(jInd) + j - 1;
```
Aflam in 'iMax' linia in matricea 'A' corespunzatoare liniei 'iInd'

```
jMax = jInd + j - 1;
```
Aflam in 'jMax' coloana in matricea 'A' corespunzatoare coloanei 'jInd'

Interschimbam (atat in matricea 'A', cat si in matricea 'b') linia 'j' a pivotului cu linia 'iMax' pe care am gasit elemntul cu valoare absoluta maxima.

```
if iMax ~= j
    A([j iMax], :) = A ([iMax j], :);
    b([j iMax]) = b([iMax j]);
end
```

Interschimbam coloana 'j' a pivotului cu 'jMax' pe care am gasit elemntul cu valoare absoluta maxima si memoram interschimbarea coloanelor in vectorul 'permutari'.

```
if jMax ~= j
    A(: ,[j jMax]) = A (:, [jMax j]);
    permutari([j jMax]) = permutari([jMax j]);
end
```

Acum, urmarim sa transformam elementele de sub pivot in 0, prin operatii intre fiecare dintre liniile de sub pivot si linia pivotului (atat in matrice 'A', cat si in matricea 'b').

```
    for i = j + 1 : n
        t = A(i, j) / A(j, j);

        A(i, 1:n) = A(i, 1:n) - t * A(j, 1:n);
        b(i) = b(i) - t * b(j);
    end
end
```

Daca am obtinut o matrice superior triunghiulara cu toate elementele de pe diagonala nenule, inseamna ca sistemul poate fi rezolvat prin metoda substitutiei descendente si returnam matricele 'A' si 'b' rezultate si vectorul intrschimbarilor de coloane efectuate 'v_Permutari'.

```
if A(n, n) ~= 0
    A_Tri = A;
    b_Tri = b;
    v_Permutari = permutari;
```

Altfel, returnam 'NaN' si afisam mesaje corespunzatoare.

```
else
    A_Tri = NaN;
    b_Tri = NaN;
```

```
    v_Permutari = NaN;

    if b(n) ~= 0
    Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este diferit de 0, stim sigur ca sistemul este incompatibil.
        fprintf ('Sistemul este INCOMPATIBIL.\n');
    else
    Daca rezultatul ecuatiei cu toti coeficientii 0 este 0, inseamna ca sistemul este compatibil nedeterminat.
        fprintf ('Sistemul este COMPATIBIL NEDETERMINAT.\n');
    end
end

end
```

Exercitiul 3

b. Sa se aplice procedurile pentru sistemle de la Ex.1, apeland cele trei fisiere create la subpunctul a.

$$a.\ \begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 5 \cdot x_3 = 5 \\ 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Ex_3b1.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/Ex_3b1.m"**)

```
Am scris matricea coeficientilor 'A' si matricea 'b' corespunzatoare sistemului.
A1 = [0 1 1; 2 1 5; 4 2 1];
b1 = [3 5 1];

Am apelat cele trei proceduri pentru sistemul de mai sus si am retinut solutiile returnate in variabile numite
corespunzator.
solutieB1_FP = GaussFaraPiv (A1, b1);
solutieB1_PP = GaussPivPart (A1, b1);
solutieB1_PT = GaussPivTot (A1, b1);

Afisarea solutiilor calculate cu cele trei metode:
if solutieB1_FP ~= NaN
    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE este:\n'
    );
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB1_FP(1:3));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este
    :\n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB1_PP(1:3));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA este:\
    n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB1_PT(1:3));
end
```

OUTPUT:

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE este:

x_1 = -1 $x_2 = 2$ $x_3 = 1$

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este:

x_1 = -1 $x_2 = 2$ $x_3 = 1$

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA este:

x_1 = -1 $x_2 = 2$ $x_3 = 1$

Exercitiul 3

b. Sa se aplice procedurile pentru sistemle de la Ex.1, apeland cele trei fisiere create la subpunctul a.

$$b. \begin{cases} x_2 - 2 \cdot x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases}$$

Ex_3b2.m (**"Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/Ex_3b2.m"**)

Am scris matricea coeficientilor 'A' si matricea 'b' corespunzatoare sistemului.

```
A2 = [0 1 -2; 1 -1 1; 1 0 -1];
b2 = [4 6 2];
```

Am apelat cele trei proceduri pentru sistemul de mai sus si am retinut solutiile returnate in variabile numite corespunzator.

```
solutieB2_FP = GaussFaraPiv (A2, b2);
solutieB2_PP = GaussPivPart (A2, b2);
solutieB2_PT = GaussPivTot (A2, b2);
```

Afisarea solutiilor calculate cu cele trei metode:

```
if solutieB2_FP ~= NaN
    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE este:\n'
    );
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB2_FP(1:3));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este
    :\n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB2_PP(1:3));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA este:\
    n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\tx3 = %f\n', solutieB2_PT(1:3));
end
```

OUTPUT:

Folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE : Sistemul este incompatibil sau compatibil nedeterminat.

Folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA : Sistemul este incompatibil.

Folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA : Sistemul este incompatibil.

Exercitiul 3

c. Sa se aplice:

- Metodele Gauss fara pivotare si cu pivotare partiala pentru sistemul:

$$b. \begin{cases} \varepsilon \quad x_1 + x_2 = 1 \\ \quad\;\; x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Ex_3c1.m ("Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/Ex_3c1.m")

```
epsilon = 1e-20;     Am definit ε = e^-20

Am scris matricea coeficientilor 'A' si matricea 'b' corespunzatoare sistemului.
A1 = [epsilon  1;  1  1];
b1 = [1  2];


Am apelat cele doua proceduri cerute pentru sistemul de mai sus si am retinut solutiile returnate in variabile numite
corespunzator.
solutieC1_FP = GaussFaraPiv (A1, b1);
solutieC1_PP = GaussPivPart (A1, b1);

Afisarea solutiilor calculate cu cele doua metode:
if solutieC1_FP ~= NaN
    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE este:\n'
    );
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n', solutieC1_FP(1:2));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este
    :\n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\t', solutieC1_PP(1:2));
end
```

OUTPUT:

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS FARA PIVOTARE este:

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 1$

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este:

$x_1 = 1 \qquad x_2 = 1$

CONCLUZIE:

Folosind metoda Gauss fara pivotare, a fost ales prim pivot ε, care are valoare foarte aproape de 0. Astfel, urmarind sa obtinem 0 sub acest pivot, am facut impartirea la un numar foarte aproape de 0 si am obtinut un numar foarte mare, fapt care a condus la eroarea de calcul si un rezultat gresit.

VERIFICARE: $x_1 + x_2 = 2 \;\Rightarrow\; 0 + 1 = 2 \;\Rightarrow\; 1 = 2$ (FALS)

Folosind metoda Gauss cu pivotare partiala, a fost ales prim pivot 1. Astfel, ε a fost mutat sub pivot si a fost transformat in 0. Astfel, eroarea de calcul nu a mai aparut si am obtinut un rezultat corect.

VERIFICARE: $x_1 + x_2 = 2 \;\Rightarrow\; 1 + 1 = 2 \;\Rightarrow\; 2 = 2$ (ADEVARAT)

Exercitiul 3

c. Sa se aplice:

- Metodele Gauss cu pivotare partiala si cu pivotare totala pentru sistemul:

$$b. \begin{cases} x_1 + C \quad x_2 = C \\ x_1 + \quad x_2 = 2 \end{cases}$$

Ex_3c2.m ("Tema#2_Maciuca_Gloria_Grupa344/Ex_3c2.m")

```
C = 1e+20;     Am definit C = e^20

Am scris matricea coeficientilor 'A' si matricea 'b' corespunzatoare sistemului.
A2 = [1 C; 1 1];
b2 = [C 2];


Am apelat cele doua proceduri cerute pentru sistemul de mai sus si am retinut solutiile returnate in variabile numite corespunzator.
solutieC2_PP = GaussPivPart (A2, b2);
solutieC2_PT = GaussPivTot (A2, b2);

Afisarea solutiilor calculate cu cele doua metode:
if solutieC2_PP ~= NaN
    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este
    :\n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n', solutieC2_PP(1:2));

    fprintf('Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA este:\
    n');
    fprintf('\tx1 = %f\n\tx2 = %f\n\t', solutieC2_PT(1:2));
end
```

OUTPUT:

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE PARTIALA este:

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 1$$

Solutia sistemului, calculata folosind metoda GAUSS PIVOTARE TOTALA este:

$$x_1 = 1 \qquad x_2 = 1$$

CONCLUZIE:

Folosind metoda Gauss cu pivotare partiala, a fost ales prim pivot 1, iar deasupra diagonalei a ramas 'C', care este un numar foarte mare. Astfel, prin substitutia succesiva, acest numar foarte mare a condus la eroarea de calcul si un rezultat gresit.

VERIFICARE: $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow 0 + 1 = 2 \Rightarrow 1 = 2$ (FALS)

Folosind metoda Gauss cu pivotare totala, a fost ales prim pivot 'C'. Astfel, eroarea de calcul nu a mai aparut si am obtinut un rezultat corect.

VERIFICARE: $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow 1 + 1 = 2 \Rightarrow 2 = 2$ (ADEVARAT)