



دانشگاه تهران

تمرین سری دوازدهم مبانی ترکیبیات

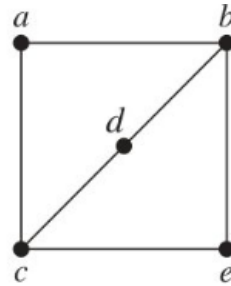
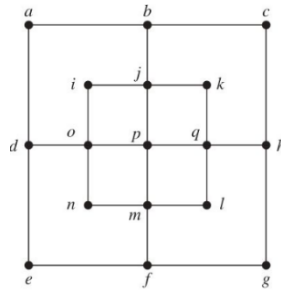
دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

تاریخ تحویل: جمعه ۲۱ خرداد

(۱) به ازای هر عدد طبیعی k ، ثابت کنید دنباله $(1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, k, k)$ ، دنباله یک گراف می باشد.

(۲) فرض کنید $G = (X, Y)$ گرافی دوبخشی و e یالی دلخواه از G باشد. همچنین فرض کنید به ازای هر $\emptyset \neq S \subseteq X$ نامساوی $|S| < N(S)$ برقرار باشد. ثابت کنید G دارای تطابقی است که همه راس های X را می پوشاند و شامل یال e است.

(۳) آیا گراف های زیر دور همیلتونی دارند؟ اگر دارند آن را بیابید و اگر هر کدام ندارد، علتش را ذکر کنید.



(۴) ثابت کنید گراف G همبند است اگر و تنها اگر برای هر افراز $V(G)$ به دو زیرمجموعه ناتهی V_1 و V_2 ، یالی از G موجود باشد که یک سر آن در V_1 و یک سر آن در V_2 باشد.

(۵) گراف ساده G را خودمکمل گوئیم هرگاه G و \bar{G} یکریخت باشند.

الف) هرگاه G گرافی p راسی و خودمکمل باشد، ثابت کنید $p \equiv 1 \pmod{4}$ یا $p \equiv 0$.

ب) هرگاه G گرافی p راسی و خودمکمل باشد و $p \equiv 1 \pmod{4}$ ، ثابت کنید G راسی از درجه $\frac{p-1}{2}$ دارد.