



توپولوژی عمومی

بهار ۱۴۰۱

استاد درس: استاد زارع

دانشکده ریاضی، آمار و علوم
کامپیوتر

تمرین سری دوم

مهلت تحویل: ۲۹ اسفند ساعت ۲۴

۱. ثابت کنید فضای توپولوژیک X همبند است اگر و تنها اگر برای هر دو نقطه y متمایز از X زیرمجموعه y همبندی در X وجود داشته باشد که شامل آن نقاط باشد.

۲. نشان دهید که

الف) اگر A فشرده و F بسته باشد، آنگاه $A \cap F$ فشرده است.

ب) اگر A_1, A_2, \dots, A_k زیرمجموعه های فشرده فضای توپولوژیک X باشند، آنگاه $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$ نیز فشرده است.

۳. ثابت کنید اگر X هاسدورف باشد و Y زیرفضای فشرده y باشد، و $x \in X - Y$ آنگاه مجموعه های باز جدا از هم U و V در X وجود دارند که $x \in U$ و $Y \subset V$

۴. فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژیک باشند و B و S به ترتیب پایه و زیرپایه برای فضای Y باشند، نشان دهید:

الف) تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و تنها اگر تصویر معکوس هر عضو پایه y در X باز باشد.

ب) تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و تنها اگر تصویر معکوس هر عضو زیرپایه y در X باز باشد.