

جلسه یازدهم

تمرین 27: به چند طریق می توان یک مجموعه ی مکرر X با اندازه R با محمل زیر مجموعه $[X]$ انتخاب کرد که X لا اقل شامل یک عضو مکرر باشد .

$$\sum_{1 \leq i_j \leq n_j} i_1 + \dots + i_n = r \binom{r}{i_1 + \dots + i_n}.$$

تمرین 28: t, r, n اعدادی مثبت اند که $nt \leq r$ به چند طریق می توان یک مجموعه مکرر X با اندازه r و محمل $[r]$ انتخاب کرد به طوریکه به ازای هر $1 \leq i \leq n$ مرتبه ی تکرار i در X لا اقل t باشد؟

تمرین 29: تعداد مثلث هایی که طول ضلع هریک یکی از اعداد 4، 5، 6، 7، است چند تا است؟

تمرین 30: تعداد مجموعه های مکرر X با اندازه S با محمل زیر مجموعه ی $[S]$ را در هر یک از شرایط زیر صدق کنند را به دست آورید.

(الف) مرتبه تکرار لا اقل یک عنصر X ، لا اقل صفر است.

(ب) هیچ یک از اعضای X بیش از دوبار تکرار نشده باشد.

تمرین 31: یک تاس از نوع تاس A تاسی است که بر 6 وجه آن عددهای 16، 364، 40، 13، 4، 1 نوشته شده است. به سوال های زیر در مورد تاس های A پاسخ دهید.

(الف) اگر سه تاس از نوع A همزمان ریخته شود در محاسبه ی مجموعشان چند حالت پدید آید؟

(ب) اگر 4 تاس از نوع A همزمان ریخته شود در محاسبه ی مجموعشان چند حالت پدید آید؟

جلسه یازدهم

تمرین 32: پیک تاس از نوع B تاسی است که بر 6 وجه آن اعداد 1،3،9،27،81،243 نوشته شده است، سوال های زیر در مورد تاس از نوع B را پاسخ دهید؟

الف) اگر سه تاس از نوع B ریخته شود در محاسبه مجموعشان چند حالت پیش می آید؟

ب) اگر 4 تاس از نوع B ریخته شود در محاسبه مجموعشان چند حالت پیش می آید؟

تمرین 33: خانواده ای با 9 فرزند در روستایی با 4 مدرسه زندگی می کنند تعداد راه های ثبت نام فرزندان در مدارس در هریک از شرایط زیر چه عددی است ؟

الف) همه ی فرزندان در یک مدرسه ثبت نام شوند؟

ب) دقیقا دو فرزند در مدرسه ی A ثبت نام شوند؟

ج) در هر مدرسه لااقل یکی از فرزندان ثبت نام شوند؟

د) در هر مدرسه لااقل دو تا از فرزندان ثبت نام شوند؟

تمرین 34: فرض کنید n عددی صحیح و مثبت باشد و معادله ی دیوفانتی (*) $x_1 + x_2 = n$ را در نظر بگیرید.

الف) تعداد زوج های مرتب (x_1, x_2) با مولفه های مثبت صادق در (*) برابر $n-1$ است.

ب) تعداد زوج های مرتب (x_1, x_2) با مولفه های نامنفی صادق در (*) برابر $n+1$ است.

ج) تعداد زوج های غیر مرتب $\{x_1, x_2\}$ با مولفه های مثبت صادق در (*) برابر $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ است.

د) تعداد زوج های غیر مرتب $\{x_1, x_2\}$ با مولفه های نامنفی صادق در (*) برابر $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1$ است

ه) تعداد جواب های نامنفی غیر مرتب معادله $x_1 + x_2 = k$ مساوی تعداد زوج هایی مرتب صحیح نامنفی

(y_1, y_2) که در آن $y_1 + zy_2 = n$ صدق می کند یک روش حالت بندی است

جلسه یازدهم

$$x_1 \leq x_2 \Rightarrow x_2 = x_1 + x_3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2x_1 + x_3$$

و) تعداد جواب های نامنفی غیر مرتب $y_1 + zy_2 = n$ مساوی است با تعداد راه های نوشتن n به صورت مجموعی از جمعوند های 1 و 2 بدون اهمیت ترتیب نوشتار هست .

تمرین 35: $k \geq 2$ عددی صحیح و مفروض است.

الف) به چند طریق می توان عدد صحیح نا منفی X را به صورت مجموعی از جمعوند های k و 1 نوشت (ترتیب مهم نیست)

ب) بخش الف را با فرض اهمیت ترتیب جمعوند و اینکه تعداد آنها عدد مفروض M هست حل کنید.

تمرین 36: تعداد راه های نوشتن n به صورت از مجموعی از جمع وندهای 2، 3 و بدون مهم بودن ترتیب مساوی

است با نزدیک ترین عدد صحیح به $\frac{(n+3)^2}{12}$

تمرین 37: اگر در مسئله 37 این شرط را اضافه کنیم که در مجموع مورد نظر هر یک از عددهای 2 و 3 را لااقل

یک بار حضور داشته باشند جواب مسئله مورد نظر برابر خواهد شد با $1 + \left\lfloor \frac{n(n-6)}{12} \right\rfloor$

نماد گذاری : $p_k(n)$ = تعداد راه های افزای عددی عدد n به دقت k جز (مثبت)

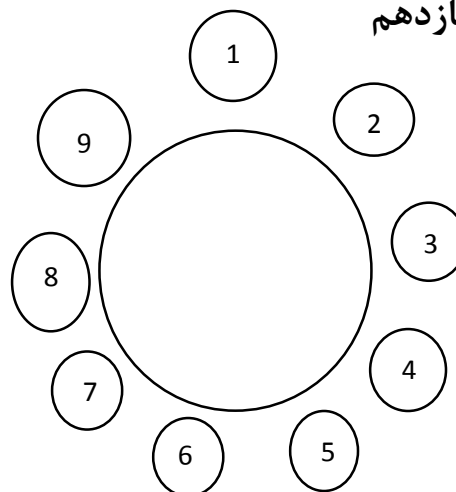
مثال 38: n شخص یاگی حول دایره ای با شماره های 1 تا n در جهت عقربه های ساعت مشخص اند و قرار است با

شروع از شماره 1 یکی در میان کشته شوند ← دوره اول) به عنوان مثال مقادیر $J(n)$ به ازای $1 \leq n \leq y$ در جدول زیر آمده است .

$$\begin{cases} y(1) = 1 \\ y(2n) = 2y(n) - 1 \end{cases}$$

جلسه یازدهم

n	1	2	3	4	5	6
$y(n)$	1	1	3	1	3	5



تمرین 39: در صفحه ای n خط تقسیم را طوری در نظر میگیریم که

(1) هر خط در دو جهت نامتناهی باشد

(2) هیچ دو خطی موازی نباشند

(3) هیچ سه خطی متقارب نباشند

صفحه به وسیله این n خط به چند ناحیه تقسیم می شود.

تمرین 40: $k+n$ خط تقسیم در صفحه ای رسم شده اند به طوریکه

(1) k تا از این خطوط با یکدیگر موازی هستند

(2) حالت های دیگری از خطوط موازی وجود ندارد

(3) هیچ 3 خط از خطوط مذکور متقارب نیستند

صفحه به وسیله این خطوط به چند ناحیه تقسیم میشود؟؟؟

تمرین 41: n بیضی در صفحه رسم شده اند بطوریکه هر دو بیضی در دو نقطه متمایز یکدیگر را قطع می کنند و

هیچ دو بیضی از یک نقطه عبور نمیکنند این بیضی ها صفحه را به چند ناحیه تقسیم میکنند؟