



دانشگاه تهران

تمرین سری سیزدهم مبانی ترکیبیات

دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

تاریخ تحویل: جمعه ۲۸ خرداد

(۱) نشان دهید هر گراف k -منتظم با کمر ۵ دارای حداقل $k^2 + 1$ رأس است. (کمر گراف همان طول کوتاه‌ترین دور در گراف است و گراف k -منتظم به گرافی گفته می‌شود که درجه تمام راس‌های آن برابر با k باشد).

(۲) اگر $G = (V, E)$ گرافی ساده و دوبخشی باشد، آنگاه نشان دهید $|E| \leq \frac{|V|^2}{4}$.

(۳) نشان دهید اگر گراف ساده و همبند G اجتماعی از گراف‌های G_1 و G_2 باشد، آنگاه G_1 و G_2 حداقل یک رأس مشترک دارند.

(۴) اگر گراف G یک گراف n راسی با $\delta(G) \geq \frac{(n-1)}{2}$ باشد، آنگاه G همبند است. (کوچک‌ترین درجه رئوس گراف را مینیمم درجه گراف نامیده و آن را با نماد δ نشان می‌دهیم).

(۵) به طور مستقیم و بدون استفاده از فرمول اوایلر و نتایج آن، نشان دهید گراف K_5 مسطح نیست.