



دانشگاه تهران

تاریخ تحویل: جمعه ۲۷ فروردین

دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

تمرین سری پنجم مبانی ترکیبیات

(۱) درستی گزاره زیر را ثابت کنید:

❖ به $\frac{n^m}{n}$ طریق می‌توان m نفر را دور یک میز دایره‌ای با $n \geq m$ صندلی نشانده.

(۲) ثابت کنید به $\left[\frac{n}{2} \right] = (n-1)! \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n-1} \right)$ طریق می‌توان $n \geq 2$ نفر را دور ۲ میز گرد نشانده به شرطی که هیچ یک از میزها خالی نماند.

(۳) به چند طریق می‌توان n زوج را دور یک میز گرد نشانده به‌طوری که:

الف) مردها و زن‌ها یک درمیان بنشینند.

ب) هر زنی کنار همسر خود نشسته باشد.

ج) مردها و زن‌ها یک درمیان بنشینند و هر زنی نیز کنار همسر خود نشسته باشد.

(۴) می‌خواهیم ۳ صندلی دسته‌دار، ۳ صندلی بدون دسته و ۳ کاناپه را دور یک میز گرد قرار دهیم. این کار به چند طریق قابل انجام است؟

(۵) بستنی فروشی که فقط یک نوع بستنی به قیمت ۱۰۰۰۰ می‌فروشد، دارای طرفداران زیادی در منطقه شده است. یک روز صبح که دیر به محل کارش می‌رسد، مشاهده می‌کند که کارت‌خوان مغازه خراب است و ۴۰۰ نفر جلوی مغازه صف کشیده‌اند و هیچ پولی همراه خود یا در کشوی مغازه ندارد. آرزو می‌کند که صف خریداران به نحوی تشکیل شده باشد که هنگام فروش، همواره به جز لحظه آغاز، حداقل یک ۱۰۰۰۰ تومانی در کشو داشته باشد. اگر بدانیم ۱۰۰ نفر از خریداران فقط دارای اسکناس ۲۰۰۰۰ تومانی و ۳۰۰ نفر دیگر دارای اسکناس ۱۰۰۰۰ تومانی هستند، احتمال برآورده شدن آرزوی فروشنده چقدر است؟