

سلام استاد وقت شما بخیر

$C \geq 0$ و $C > 0$ در هر دو مورد $C=0$ می باشد.
 یعنی $\lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{V(x(t))} = 0$ در نتیجه $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

1. در بالا چرا حد مربوط به $V(x)$ به $x(t)$ را نتیجه میدهد؟ (جلسه 29/03)
این نتیجه $V(0)=0$ و پیوستگی تابع V است.

فرض کنیم $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ یک همومورفیسم محلی باشد.
 $\varphi(0) = 0$ و $D\varphi(0) = I$ (ماتریس واحد).
 آنگاه $\varphi(x) - x = O(\|x\|^2)$ در نزدیکی 0.
 یعنی $\varphi(x) = x + O(\|x\|^2)$

تقریب φ را به کمک $D\varphi(0)$ می توان نوشت.
 اگر $\varphi(0) = 0$ و $D\varphi(0) = I$ باشد، داریم:
 $\varphi(x) - x = O(\|x\|^2)$
 $0 = \varphi(0) = 0 + O(\|0\|^2)$

در این تقریب $\varphi(0)$ برابر $\varphi(0)$ است.
 $\varphi(x) - \varphi(0) = O(\|x\|^2)$
 $0 = \varphi(0) - \varphi(0) = 0 + O(\|0\|^2)$

$\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$
 $\varphi(x) - \varphi(0) = O(\|x\|^2)$
 $\varphi(x) - \varphi(0) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x_j \partial x_j}(0) x_j^2 + O(\|x\|^3)$
 $\varphi(x) - \varphi(0) = O(\|x\|^2)$

در اینجا $\varphi(0) = 0$ و $D\varphi(0) = I$ است.
 همه تقریب φ را به کمک $D\varphi(0)$ می توان نوشت.
 لازم نیست که $\varphi(0) = 0$ باشد.
 فقط می توانیم بگوییم $\varphi(x) - \varphi(0) = O(\|x\|^2)$

2. قسمت های مشخص شده در بالا را توضیح بفرمایید. (31/03)
هدف ما بدست آوردن تابع $h(y)$ است ولی با توجه به مقدور نبودن و یا مشکل بودن یافتن آن تقریبی از آن را تا مرتبه ای که لازم داریم بدست می آوریم. برای بدست آوردن تقریبی از تابع $h(y)$ تا مرتبه k که آن را $\varphi(y)$ می نامیم از بسط تیلر تابع $h(y)$ تا مرتبه k استفاده می کنیم. با توجه به این که $h(y)$ تابعی چند متغیره است، از بسط

تیلر چند متغیره استفاده می کنیم. برای این منظور لازم است که همه توابع g_1 و g_2 را نیز به صورت چند متغیره تا مرتبه k بسط تیلر دهیم.

✓ The Lyapunov equation can be used to test whether or not a matrix A is Hurwitz, as an alternative to calculating the eigenvalues of A . One starts by choosing a positive definite matrix Q (for example, $Q = I$) and solves the Lyapunov equation (4.12) for P . If the equation has a positive definite solution, we conclude that A is Hurwitz; otherwise, it is not so. However, there is no computational advantage

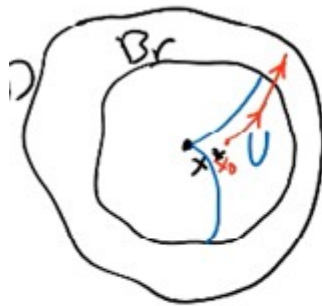
3. طبق متن کتاب در بالا چرا وجود جواب برای معادله لیاپانف تنها به ازای $Q=I$ برای منفی بودن مقادیر ویژه ماتریس A کافی است؟ یعنی لازم نیست برای هر Q جواب موجود باشد؟
در صورت برقراری شرط «منفی بودن بخش حقیقی همه ویژه مقدار های ماتریس A »، برای هر Q مثبت-معین و متقارن معادله لیاپانف باید پاسخی یکتا برای ماتریس مثبت-معین و متقارن P داشته باشد. ولی برای سادگی می توان Q را به فرم خاصی مانند ماتریس همانی اختیار کرد. هر فرم دیگری آن را نیز می توان به کار گرفت. ولی، قطعاً، لازم نیست همه Q های ممکن را ارزیابی کنیم.

Therefore,

$$\exp(At) = P \exp(Jt) P^{-1} = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{m_i} t^{k-1} \exp(\lambda_i t) R_{ik} \quad (4.11)$$

$$= \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = \nabla V(x) \cdot f(x) \leq 0$$

4. چرا تساوی های فوق برقرار است؟
در تساوی اول به $D_x V$ به عنوان یک ماتریس افقی و به $f(x)$ به عنوان یک ماتریس عمودی نگاه کرده ایم. در تساوی دوم هر دو را به عنوان بردارهای n بعدی دیده ایم. البته بهتر است که به صورت زیر نوشته شود:
$$f(x) \cdot (\nabla V)'$$



$$V: D \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x^* \in \text{int}(D), \quad x^* \in B_r(0)$$

$$U = \{x \in B_r(0) \mid V(x) > c\} \subseteq B_r(0)$$

مضی کنیم در U ، $V(x) > c$

ابتدا مرز کرده (x) از U خارج می‌گردد

راستی فرج از مرز B_r رنج می‌دهد.

در تنصیب با

5. برای نشان دادن ناپایداری آیا اینکه نشان دهیم یک همسایگی ای وجود دارد که یک مسیر با شروع از نقطه اولیه در آن همسایگی از مبدا دور می‌شود کافی نیست؟ به عبارت دیگر چرا باید چنین چیزی برای هر همسایگی برقرار باشد تا نتیجه بگیریم مبدا ناپایدار باشد؟

باید نشان دهیم که در یک همسایگی B از نقطه تعادل، به هر اندازه دلخواه نزدیک به آن نقطه تعادل، نقطه ای مانند x_0 وجود دارد که مسیر آغازی از x_0 از نقطه تعادل دور شود و از همسایگی B خارج شود. نکته مهم این است که چنین x_0 ای باید به هر اندازه که بخواهیم نزدیک آن نقطه تعادل یافت شود.