



دانشگاه تهران

تاریخ تحویل: جمعه ۷ خرداد

دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

تمرین سری یازدهم مبانی ترکیبیات

(۱) رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید و به موارد مطرح شده پاسخ دهید.

$$a_n = -a_{n-1} - a_{n-2}, n \geq 2$$

(الف) کلیه دنباله‌های مختلط صادق در رابطه را بدست آورید.

(ب) کلیه دنباله‌های حقیقی صادق در رابطه را بدست آورید.

(ج) این بار رابطه بازگشتی داده شده را با شرط‌های اولیه $a_0 = 0$ و $a_1 = 1$ در نظر بگیرید و دنباله مربوطه را بدست آورید.

(د) کدام یک از مثال‌ها یا فعالیت‌های مبحث استقرا را با انجام فعالیت‌های فوق به یاد می‌آورید؟

(۲) اگر تابع مولد مربوطه، $A(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$ و شرایط اولیه $a_0 = \beta_0, \dots, a_{k-1} = \beta_{k-1}$ در نظر گرفته شوند و رابطه زیر را داشته باشیم،

$-\Delta^R(x) = c_k x^k + c_{k-1} x^{k-1} + \dots + c_1 x - 1$ ، حاصل $\Delta^R(x)A(x)$ را بدست آورید و همچنین $A(x)$ را به صورت یک کسر بدست

آورید. از تبدیل کسر حاصل به کسرهای ساده و بسط هر یک از آن‌ها چه نتیجه‌ای به دست می‌آید؟

(۳) برای رابطه بازگشتی زیر، یک جواب اختصاصی بیابید.

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 7^n(5n + 7)$$

(۴) با فرض $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + n + 2^n, n \geq 2$ به طوری که $a_0 = 1$ و $a_1 = 1$ همچنین $A(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$ باشد، ضرایب

a, b, c, d, e را در اتحاد داده شده مشخص کنید.

$$f(x) = \frac{a}{(1-2x)^2} + \frac{b}{(1-2x)} + \frac{c}{(1-x)^2} + \frac{d}{(1-x)} + \frac{e}{(1-3x)}$$

(۵) چند کلمه n حرفی با الفبای $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ می‌توان ساخت به طوری که هر دو حرف مجاور، یک واحد با هم اختلاف داشته باشند.