



دانشگاه تهران

۱۴۰۰/۸/۸

دانشکده ریاضی آمار و علوم کامپیوتر

سری پنجم تمرینات بازی‌های راهبردی

۱- بازی‌های زیر را در نظر بگیرید:

	c	d
a	5, 3	2, 7
b	-1, 4	5, 0
c	10, 0	-1, 3

	c	d
a	0, 4	3, 5
b	8, 1	0, -2
c	1, -2	8, 4

آیا این دو بازی، بازی‌های یکسان با ارجحیت‌های VNM هستند؟ چرا؟ (۵ نمره)

۲- نشان دهید  $(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$  به ازای هر زوج  $(X_1, X_2)$  به طوری که  $X_1 = \hat{a}_1$  و  $X_2 \leq \hat{a}_2$  یا  $X_1 \geq M$  و  $X_2 = \hat{a}_2$  را یک عدد بسیار بزرگ در نظر بگیرید. تعادل نش یکتای قانون *negligence with contributory negligence* مربوط به مدل قانون تصادف می‌باشد. (۱۰ نمره)

- ۳- مزایده چند واحدی (*multi-unit auction*): مزایده‌ای ایست که در آن چندین واحد از کالای مشخصی فروخته می‌شود و هر پیشنهاد دهنده ممکن از برای بیشتر از یک واحد از کالا ارزش مثبت قائل باشد. در هر یک از انواع مزایده معرفی شده در ادامه مطلب هر پیشنهادکننده باید برای هر یک از واحدهای کالا قیمتی را پیشنهاد کند، در واقع به ازای  $k$  واحد از کالای به مزایده گذاشته شده هر بازیکن بردار عملی با  $k$  مولفه خواهد داشت که مولفه‌ی  $i$ -ام آن قیمت پیشنهادی او برای واحد  $i$  می‌باشد. پیشنهاد دهنده‌ای که بیشترین پیشنهاد را برای یک واحد از کالا ثبت کرده باشد آن را به دست می‌آورد. تفاوت مزایده‌های معرفی شده در مبلغی است که برنده‌ی مزایده باید بپردازد.
- مزایده قیمت یکنواخت: مبلغی که باید هر واحد از کالا پرداخت شود برابر با بقیه و برابر با بالاترین قیمت بازنده‌ی مزایده می‌باشد.
  - مزایده قیمت تبعیض آمیز: مبلغ پرداختی برای هر واحد از کالا، قیمت پیشنهادی برنده برای آن واحد است.
  - مزایده ویکری: پیشنهاد دهنده‌ای که  $k$  واحد کالا برنده شود باید به اندازه مجموع  $k$  تا بالاترین قیمت‌های پیشنهادی بازندگان بپردازد.

دو واحد از یک کالا در یک مزایده موجود است و این مزایده  $n$  شرکت کننده دارد. شرکت کننده  $i$ -ام برای واحد انتخابی اولش از کالا ارزش  $v_i$  و برای واحد انتخابی دومش از کالا به اندازه  $w_i$  ارزش قائل است، پس داریم  $v_i > w_i > 0$  هر شرکت کننده دو پیشنهاد خود را ثبت می کند و دو پیشنهادی که از همه بالاتر هستند برنده می شوند. نشان دهید در مزایده قیمت یکنواخت و مزایده قیمت تبعیض آمیز همه عمل های انتخابی دیگر شرکت کننده  $i$ -ام توسط  $v_i$  و  $w_i$  مسلط شده نیستند. همچنین نشان دهید در مزایده ویکری عکس این اتفاق رخ می دهد. (برای بررسی مزایده ویکری سه حالتی که شرکت کننده  $i$ -ام هیچ واحدی از کالا برنده نشود، یک واحد برنده شود و هر دو واحد را برنده شود جداگانه در نظر بگیرید.) (۱۰ نمره)

موفق باشید.