



دانشگاه تهران

دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

نیم سال دوم تحصیلی سال ۱۴۰۱-۱۴۰۰

مطالب تکمیلی اصول سیستم‌های کامپیوتری

مطالب فصل سوم مدار منطقی:

• جدول کارنو:

• دو متغیره:

x	y	
0	0	$m_0 \rightarrow x'y'$
0	1	$m_1 \rightarrow x'y$
1	0	$m_2 \rightarrow xy'$
1	1	$m_3 \rightarrow xy$

		y	
		0	1
x	0	m_0	m_1
	1	m_2	m_3

• سه متغیره:

x	y	z	
0	0	0	$m_0 \rightarrow x'y'z'$
0	0	1	$m_1 \rightarrow x'y'z$
0	1	0	$m_2 \rightarrow x'yz'$
0	1	1	$m_3 \rightarrow x'yz$
1	0	0	$m_4 \rightarrow xy'z'$
1	0	1	$m_5 \rightarrow xy'z$
1	1	0	$m_6 \rightarrow xyz'$
1	1	1	$m_7 \rightarrow xyz$

		y			
		00	01	11	10
x	0	m_0	m_1	m_3	m_2
	1	m_4	m_5	m_7	m_6

• چهار متغیره:

		y			
		00	01	11	10
w	00	m_0	m_1	m_3	m_2
	01	m_4	m_5	m_7	m_6
w	11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
	10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

• پنج متغیره:

		\overline{A}			
		E			
BC	DE	00	01	11	10
	00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	01	m_4	m_5	m_7	m_6
	11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

		A			
		E			
BC	DE	00	01	11	10
	00	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}
01	01	m_{20}	m_{21}	m_{23}	m_{22}
	11	m_{28}	m_{29}	m_{31}	m_{30}
10	10	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}

حال در ادامه به کاربردهای جدول کارنو می‌پردازیم.

مثال: جدول کارنو تابع داده شده را رسم کنید.

$$F(x, y, z) = x' + x'yz + xy'$$

ابتدا تابع داده شده را به صورت جمع مینترم‌ها می‌نویسیم:

$$\bullet \quad x' = x'(y + y') = x'y + x'y'$$

$$= (x'y + x'y')(z + z') = x'yz + x'yz' + x'y'z + x'y'z'$$

$$\bullet \quad x'yz$$

$$\bullet \quad xy' = xy'(z + z') = xy'z + xy'z'$$

$$F(x, y, z) = \underbrace{x'yz}_{011} + \underbrace{x'yz'}_{010} + \underbrace{x'y'z}_{001} + \underbrace{x'y'z'}_{000} + \underbrace{x'yz}_{011} + \underbrace{xy'z}_{101} + \underbrace{xy'z'}_{100}$$

$$F(x, y, z) = \sum (0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

		Y			
		Z			
X	YZ	00	01	11	10
	0	1	1	1	1
1	01	1	1		

روش دوم:

هر قسمت را بر روی جدول کارنو مشخص می‌کنیم:

- x' :

		YZ				Y	
		X	00	01	11	10	
0	1					X	
		Z					

- $x'yz$:

		YZ				Y	
		X	00	01	11	10	
0	1					X	
		Z					

- xy' :

		YZ				Y	
		X	00	01	11	10	
0	1					X	
		Z					

بنابراین داریم:

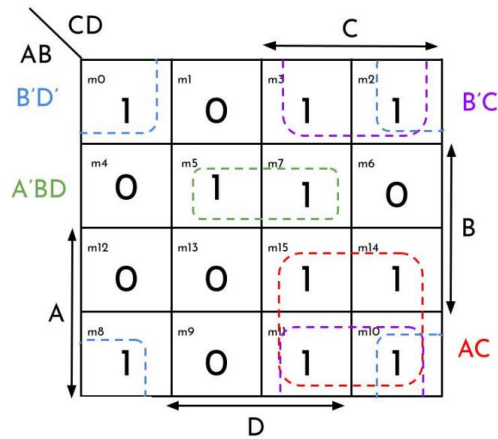
		YZ				Y	
		X	00	01	11	10	
0	1					X	
		Z					

- ساده کردن جدول کارنو:

به روش‌های دسته بندی مثال‌های داده شده توجه کنید:

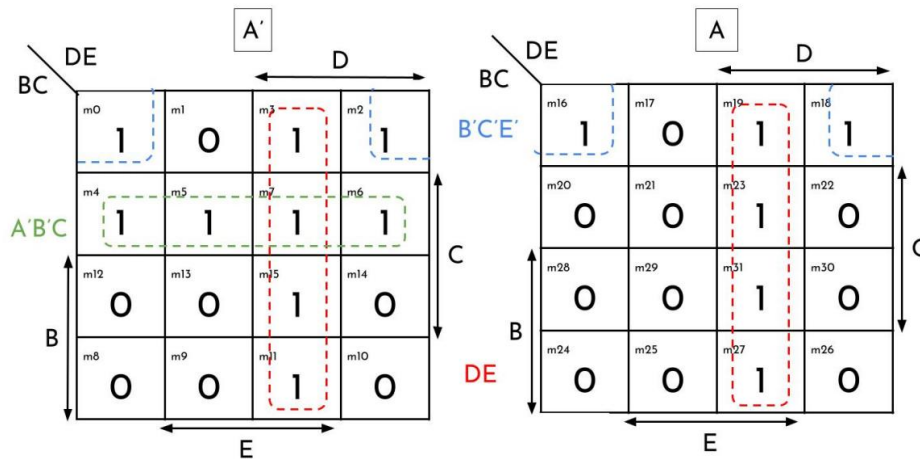
مثال ۱:

$$F = \sum (0,2,3,5,7,8,10,11,14,15)$$



مثال ۲:

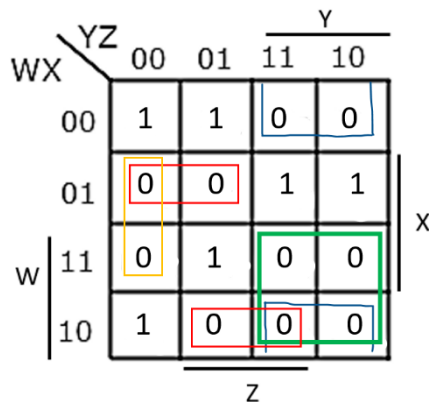
$$F = \sum (1,2,3,4,5,6,7,11,15,16,18,19,23,27,31)$$



• بدست آوردن متمم توابع با استفاده از جدول کارنو:

برای بدست آوردن متمم توابع، خانه‌هایی که مقدار ۰ دارند را با هم ساده می‌کنیم.

مثال: متمم تابع زیر را بدست آورید.



$$F = \sum (0,1,6,7,8,13)$$

$$F' = WY + X'Y + WX'Z + W'XY' + XY'Z'$$

- بدست آوردن ضرب حاصل جمع‌های تابع (*POS*) از روی جدول کارنو:

برای بدست آوردن *POS* یک تابع از روی جدول کارنو، ابتدا مطابق روش فوق، متمم تابع را بدست می‌آوریم و آن را متمم می‌کنیم.

برای مثال، *SOP* مثال قبل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F = \sum (0,1,6,7,8,13)$$

$$F' = WY + X'Y + WX'Z + W'XY' + XY'Z'$$

$$(F')' = (WY + X'Y + WX'Z + W'XY' + XY'Z')'$$

$$F = (W' + Y)(X + Y')(W' + X + Z') + (W + X' + Y) + (X' + Y + Z)$$

- حالات بی‌اهمیت (*don't care*)

در فرآیندهای ساده‌سازی، حالات بی‌اهمیت را به دلخواه خودمان می‌توانیم ۰ یا ۱ در نظر بگیریم. به طوری که ساده‌سازی ما را بهتر کنند. برای فهم بیشتر به مثال زیر توجه فرمایید.

		Y			
		YZ		11	10
WX	00	1	1		1
	01		X		X
	11		1	X	
	10	X	1	X	1

در اینجا با در نظر گرفتن $m_5 = 1$ می‌توانیم دسته بندی زرد رنگ را داشته باشیم و تابع را ساده‌تر کنیم.

همچنین با در نظر گرفتن $m_8 = 1$ ، مربع حاشیه‌ای آبی رنگ ایجاد می‌شود که باعث ساده‌سازی بهینه‌تر تابع می‌شود.