



دانشگاه تهران

دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

نیم سال دوم تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

آزمونک نخست اصول سیستم های کامپیوتری

مسئله ۱. اگر معادله $x^2 - 13x + 30 = 0$ به ازای $x = s$ برقرار باشد، اعداد معادله بر چه مبنایی هستند؟ (اگر شماره دانشجوییتان $s < 4$ است به ازای $x = s + 4$ مسئله را حل کنید)

پاسخ. فرض میکنیم عددمان بر مبنای y است. همه اعداد را ابتدا بر مبنای ۱۰ میبریم:

$$13 \rightarrow 1y' + 3y' = y + 3$$

$$30 \rightarrow 3y' + 0y' = 3y$$

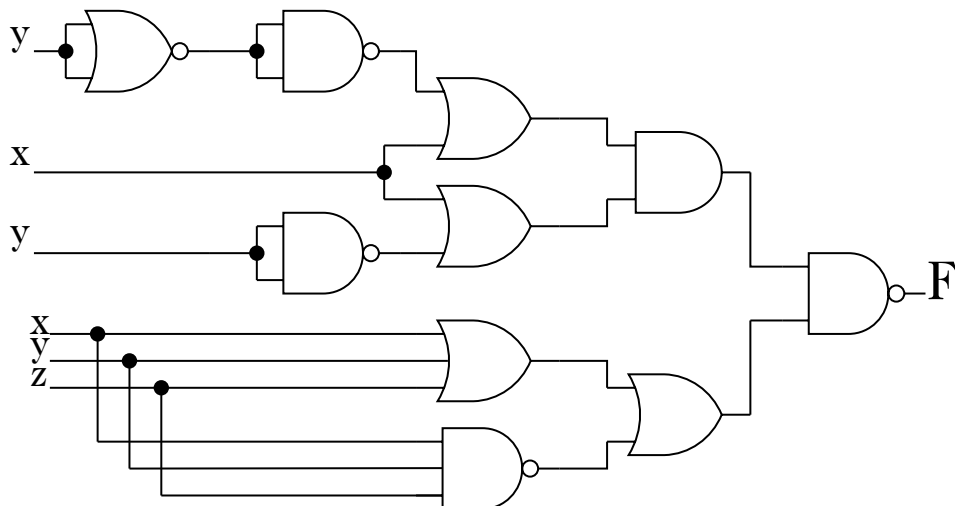
$$x = s(s < 10) \rightarrow s$$

حال در معادله قرار میدهم:

$$x^2 - 13x + 30 = 0 \rightarrow s^2 - (y + 3)s + 3y = 0 \rightarrow y = \frac{s^2 - 3s}{s - 3} = s$$

پس به ازای هر رقم شماره دانشجویی، جواب مسئله خود آن عدد است. پس برای تمام دانشجویان مسئله جواب ندارد (در صورتی که به این نکته اشاره نکرده باشید هم نمره کامل است)

مسئله ۲. مدار زیر را با تنها یک گیت NAND به ساده ترین شکل شبیه سازی کنید.



پاسخ. نکته: گیت NAND یا NOR با دو ورودی تکراری معادل NOT عمل میکند.
بخش بالای مدار:

$$((y')' + x)(x + y') \rightarrow xy + yy' + xx + xy' \rightarrow x(y + y' + 1) \rightarrow x$$

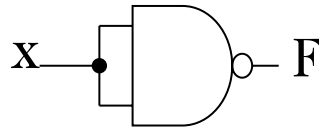
بخش پایین مدار:

$$(x + y + z) + (xyz)' \rightarrow (x + y + z) + (x' + y' + z') \rightarrow 1$$

نتیجه نهایی:

$$(x \cdot 1)' \rightarrow x'$$

پس مدار F معادل مدار زیر خواهد بود:



مسئله ۳. اگر F و G به صورت رو به رو باشند، عبارت معادل با $(F + G)(y, z, x)$ را به صورت جمع مینترم ها بنویسید. (به ترتیب ورودی توابع دقت کنید)

$$F(x, y, z) = \Sigma(s \% 3, 4, 6)$$

$$G(y, z, x) = \Pi(1, 2, 3, 4, 7)$$

پاسخ. جدول درستی مربوط به هرکدام از توابع را رسم میکنیم. (با فرض $s \% 3 = 0$ در صفحه بعد رسم شده است)
از روی جدول میتوانیم مقدار هر تابع را بدست آوریم:

$$F = x'y'z' + xy'z' + xyz' = y'z'x' + y'z'x + yz'x$$

$$G = y'z'x' + yz'x + yzx'$$

حال به راحتی برای $F + G$ داریم:

$$(F + G)(y, z, x) = (y'z'x' + y'z'x + yz'x) + (y'z'x' + yz'x + yzx') =$$

$$m_0 + m_1 + m_5 + m_0 + m_5 + m_6 = m_0 + m_1 + m_5 + m_6 = \Sigma(0, 1, 5, 6)$$

به شکل مشابه جواب نهایی برای $s \% 3 = 1$ برابر با $\Sigma(0, 1, 2, 5, 6)$ و جواب نهایی برای $s \% 3 = 2$ برابر با $\Sigma(0, 1, 4, 5, 6)$ است.

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Table 1: $F(x,y,z)=\Sigma(0,4,6)$

y	z	x	G
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Table 2: $G(y,z,x)=\Pi(1,2,3,4,7)$