

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

-----oOo-----



BÀI TẬP LÝ THUYẾT MÔN ĐỒ HỌA MÁY TÍNH

Sinh viên thực hiện: Lê Ngọc Mỹ Trang - 20520817

Thành phố Hồ Chí Minh, tháng 3 năm 2023

Phần BIẾN ĐỔI

Bài 1 Cho biến đổi affine T có các hàm biến đổi sau

$$\begin{cases} T_x(x, y) = 2x + 3y - 5 \\ T_y(x, y) = -2x + 2y + 4 \end{cases}$$

Xác định ảnh của các điểm $A(2, 2), B(3, 1)$ qua các phép biến đổi trên

GIẢI
<p>- Với điểm $A(2, 2)$ ta có:</p> $\begin{cases} T_x(2, 2) = 2 \times 2 + 3 \times 2 - 5 = 5 \\ T_y(2, 2) = -2 \times 2 + 2 \times 2 + 4 = 4 \end{cases}$ <p>- Với điểm $B(3, 1)$ ta có:</p> $\begin{cases} T_x(3, 1) = 2 \times 3 + 3 \times 1 - 5 = 4 \\ T_y(3, 1) = -2 \times 3 + 2 \times 1 + 4 = 0 \end{cases}$ <p>Vậy ảnh của điểm $A(2, 2)$ là $A'(5, 4)$, ảnh của điểm $B(3, 1)$ là $B'(4, 0)$.</p>

Bài 2 Cho ΔABC (Biết $A(0, 0)$ $B(1, 0)$ và $C(0, 1)$). Lần lượt thực hiện các biến đổi sau lên tam giác:

- Biến đổi tịnh tiến với $t_x = 2, t_y = 1$
- Biến đổi quay xung quanh gốc với $\alpha = 90^\circ$
- Biến đổi tỉ lệ với $s_x = 2, s_y = 1.5$

GIẢI
<p>- Biến đổi tịnh tiến với $t_x = 2, t_y = 1$ với 3 điểm A, B, C, ta có:</p> <p>$A'(2, 1), B'(3, 1)$ và $C'(2, 2)$</p> <p>- Biến đổi quay xung quanh gốc với $\alpha = 90^\circ$ với 3 điểm A', B', C', ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Công thức: $\cos 90 = 0, \sin 90 = 1$ $\begin{cases} T_x(x, y) = -y \\ T_y(x, y) = x \end{cases}$ ○ Áp dụng công thức với $\alpha = 90^\circ$ và 3 điểm A', B', C', ta có: <p>$A''(-1, 2), B''(-1, 3)$ và $C''(-2, 2)$</p>

- Biến đổi tỉ lệ với $s_x = 2, s_y = 1.5$, ta có:

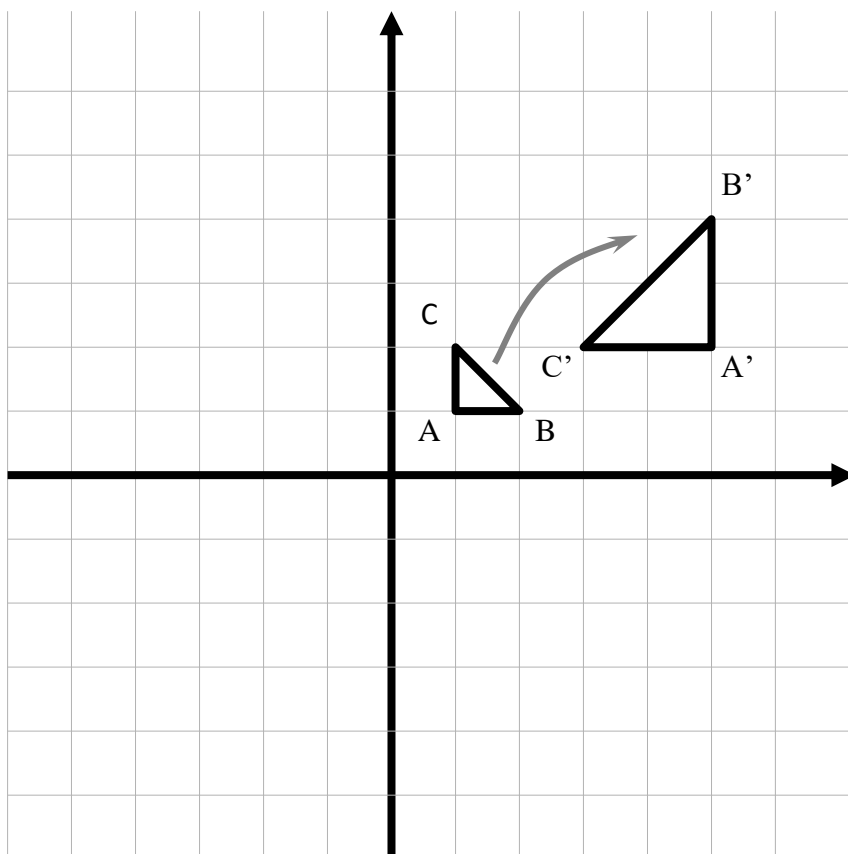
$$A'''(-2, 3), B'''(-2, 4.5) \text{ và } C'''(-4, 3)$$

Vậy ảnh của tam giác ABC qua các phép biến đổi tịnh tiến, quay và tỉ lệ lần lượt là tam giác $A'''B'''C'''$ với tọa độ đỉnh lần lượt là:

$$A'''(-2, 3), B'''(-2, 4.5) \text{ và } C'''(-4, 3).$$

Bài 3 Tìm phép biến đổi **affine** biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$. Biết

$$A(1, 1), B(2, 1), C(1, 2), A'(5, 2), B'(5, 4) \text{ và } C'(3, 2).$$



GIẢI

- Phép quay một góc $\alpha = 90^\circ$, $\cos 90 = 0$, $\sin 90 = 1$, công thức

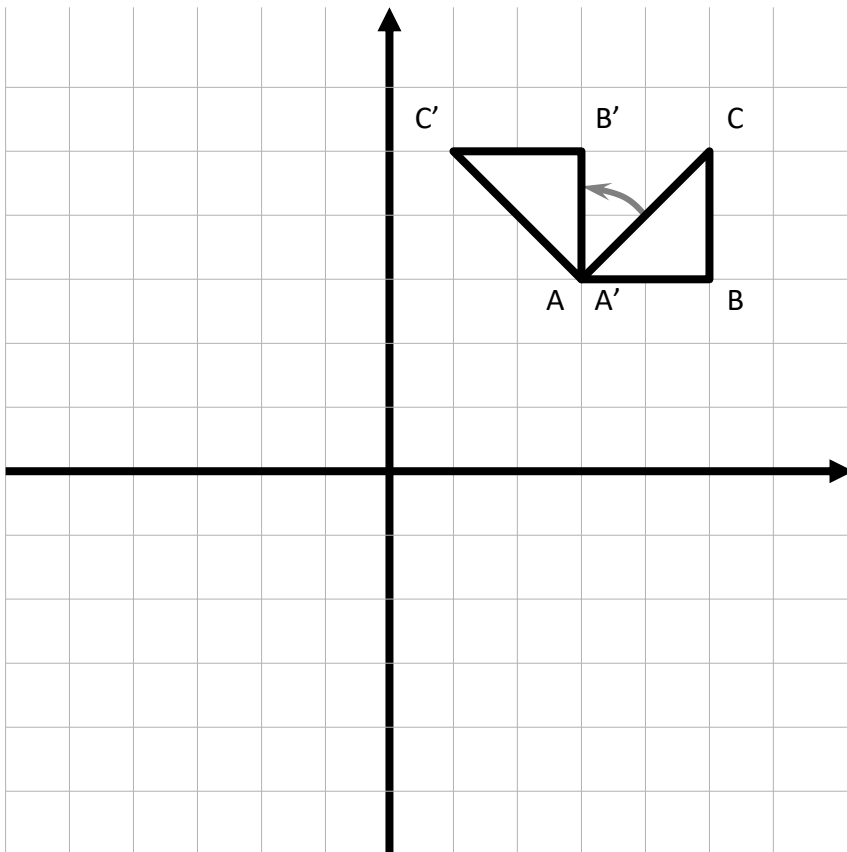
$$\begin{cases} T_x(x, y) = -y \\ T_y(x, y) = x \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A(1, 1), B(2, 1), C(1, 2) \rightarrow A_1(-1, 1), B_1(-1, 2), C_1(-2, 1)$$

- Biến đổi tỉ lệ với $s_x = 2, s_y = 2$ với 3 điểm A_1, B_1, C_1 , ta có:
 $A_2(-2, 2), B_2(-2, 4)$ và $C_2(-4, 2)$
- Biến đổi tịnh tiến với $t_x = 7, t_y = 0$ với 3 điểm A_2, B_2, C_2 , ta có:
 $A'(5, 2), B'(5, 4)$ và $C'(3, 2)$

Bài 4 Tìm phép biến đổi **affine** biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$. Biết

$A(3, 3), B(5, 3), C(5, 5), A'(3, 3), B'(3, 5)$ và $C'(1, 5)$.



GIẢI

- Phép quay một góc $\alpha = 90^\circ$, $\cos 90 = 0, \sin 90 = 1$, công thức

$$\begin{cases} T_x(x, y) = -y \\ T_y(x, y) = x \end{cases}$$

Ta có: $A(3, 3), B(5, 3), C(5, 5) \rightarrow A_1(-3, 3), B_1(-3, 5)$ và $C_1(-5, 5)$

- Biến đổi tịnh tiến với $t_x = 6, t_y = 0$ với 3 điểm A_1, B_1, C_1 , ta có:

$A'(3, 3), B'(3, 5)$ và $C'(1, 5)$

Bài 5 Tìm phép biến đổi **quay**, biết tâm quay $I(4, 2)$ và góc quay $\alpha = 90^\circ$

GIẢI

Phép biến đổi quay một góc $\alpha = 90^\circ$, tâm $I(4,2)$ gồm 2 phép, phép biến đổi quay tâm O góc $\alpha = 90^\circ$ và phép tịnh tiến $t_x = 4, t_y = 2$, có công thức

$$\begin{cases} T_x(x, y) = x \cos 90 - y \sin 90 + 4 \\ T_y(x, y) = x \sin 90 + y \cos 90 + 2 \end{cases}$$

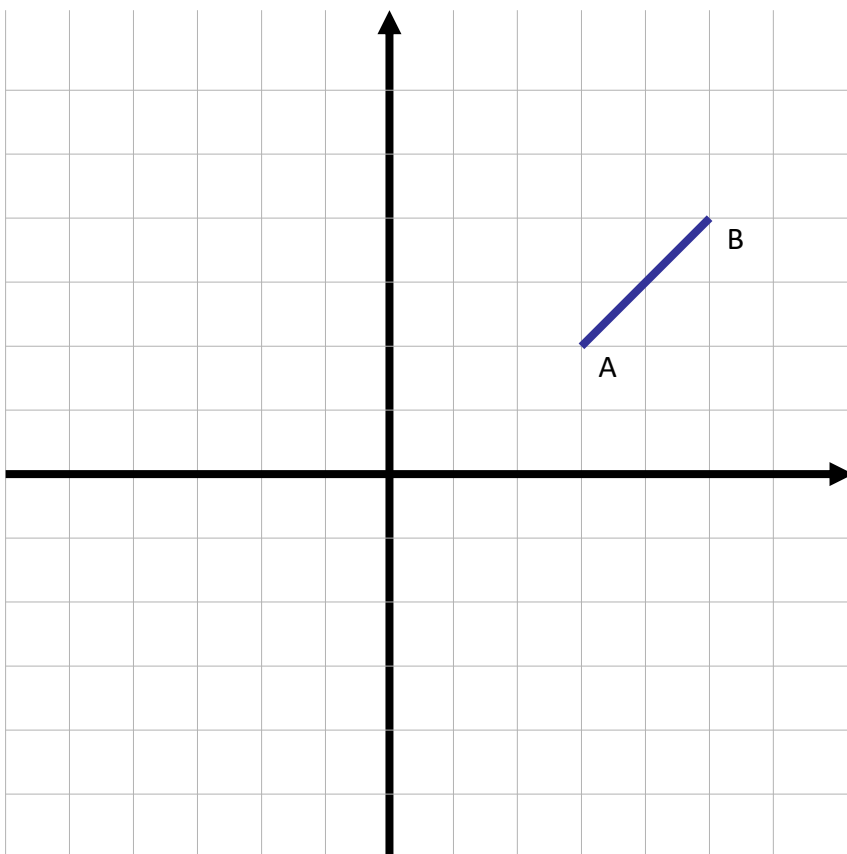
Bài 6 Tìm phép biến đổi **quay**, biết tâm quay I và góc quay α

GIẢI

Phép biến đổi quay một góc α , tâm I có công thức

$$\begin{cases} T_x(x, y) = x \cos \alpha - y \sin \alpha + x_I \\ T_y(x, y) = x \sin \alpha + y \cos \alpha + y_I \end{cases}$$

Bài 7 Tìm phép biến đổi **đối xứng**; biết trục đối xứng là đường thẳng $A(3, 2) B(5, 4)$.



GIẢI

- Vector chỉ phương của đường thẳng AB: $u = (2,2)$
- Vector pháp tuyến của đường thẳng AB: $n = (-2,2)$
- Tịnh tiến điểm $M(x, y)$ cần lấy đối xứng một khoảng bằng tọa độ vector u : $M' = M + u$
- Quay điểm M' quanh gốc A một góc 180 độ
- Tịnh tiến lại điểm M' bằng cách trừ đi vector n : $M'' = M' - n$. Điểm M'' chính là ảnh của điểm M qua phép đối xứng qua đường thẳng AB.

Vậy ta có:

$$\begin{cases} T_x(x, y) = 7 - 4y \\ T_y(x, y) = 5 - 4x \end{cases}$$

Phần ĐƯỜNG CONG

Bài 1 Hãy tính giá trị của đa thức bậc ba $y = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$ bằng phương pháp Newton

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	7	31	85	181	331	547	841	1225	1711
Delta1	6	24	54	96	150	216	294	384	486	600
Delta2	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126

Bài 2 Hãy xác định tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	7	25	61	121	211	337	505	721	991
tiếp tuyến	$2x + 1$	$11x - 4$	$26x - 27$	$47x - 80$	$74x - 175$	$107x - 324$	$146x - 539$	$191x - 832$	$242x - 1215$	$299x - 1700$

Bài 3 Kiểm tra điểm $A(1, 8)$ và $B(2, 4)$ có thuộc đường cong $y = 2x^2 + 5x + 1$

GIẢI	
- Xét điểm $A(1, 8)$, ta có	$2 \times (1)^2 + 5 \times 1 + 1 = 8$ $\rightarrow A \in y = 2x^2 + 5x + 1$
- Xét điểm $B(2, 4)$, ta có:	$2 \times (2)^2 + 5 \times 2 + 1 = 19$ $\rightarrow B \notin y = 2x^2 + 5x + 1$

Bài 4 Cho đường cong

$$\begin{cases} x(t) = t^2 + 2t + 1 \\ y(t) = 2t^2 + t + 3 \end{cases}$$

a. Hãy xác định các điểm thuộc đường cong

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
điểm	(1, 3)	(1.21, 3.12)	(1.44, 3.28)	(1.69, 3.48)	(1.96, 3.72)	(2.25, 4.00)	(2.56, 4.32)	(2.89, 4.68)	(3.24, 5.08)	(3.61, 5.52)

b. Hãy xác định đạo hàm bậc nhất của đường cong (vector tiếp tuyến)

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
vector tiếp tuyến	x	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6
	y	1	1,4	1,8	2,2	2,6	3	3,4	3,8	4,2

c. Hãy xác định đạo hàm bậc hai của đường cong

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
đạo hàm bậc hai	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)	(2,4)

Bài 5 Cho đường cong

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y(t) = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$$

a. Hãy xác định các điểm thuộc đường cong

t		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
điểm	x	1	0	-0,6	-0,8	-0,88	-0,92	-0,96	-0,96	-0,97	-0,98
	y	0	1	0,8	0,6	0,47	0,38	0,32	0,28	0,25	0,22

b. Hãy xác định đạo hàm bậc nhất của đường cong (vector tiếp tuyến)

t		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
vector tiếp tuyến	x	0	-1	-0,32	-0,12	-0,0554	-0,0296	-0,0175	-0,0112	-0,0076	-0,0054
	y	2	0	-0,24	-0,16	-0,1038	-0,071	-0,0511	-0,0384	-0,0298	-0,0238

c. Hãy xác định đạo hàm bậc hai của đường cong

t		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
đạo hàm bậc hai	x	-4	1	0,352	0,104	0,0383	0,0168	0,0084	0,0047	0,0028	0,0018
	y	0	-1	0,064	0,072	0,0423	0,025	0,0156	0,0103	0,0071	0,0051