



Московский государственный технический университет  
Факультет ИУ «Информатика и системы управления»  
Кафедра ИУ-1 «Системы автоматического управления»

---

# **ОТЧЕТ**

**по лабораторной работе №3**

**«Модальное управление»**

**по дисциплине**

**«Основы теории управления»**

**Выполнили: Мочульский С.А.**

**Бубелов Ф.Р.**

**Фигурнов М.В.**

**Группа: ПС4-62**

**Проверил: Замараев И.В.**

**Работа выполнена:**

**Отчет сдан:**

**Оценка:**

## Цель работы

Исследование метода модального управления.

## Общий порядок выполнения лабораторной работы

1. Задаём передаточную функцию замкнутой системы через функцию `zpk()`, установив один ноль системы, равный единице, четыре полюса равные -3,-4,-5,-6 и коэффициент усиления равный 100.
2. Используем функцию `ss()` для преобразования передаточной функции к минимальному описанию в переменных состояния. Для приведения к минимальному описанию задаем параметр 'minimal' в функции `ss()`.
3. Определяем полюса замкнутой системы с единичной обратной связью через формулу  $A - BI$ , где  $I$  – матрица, состоящая из коэффициентов усиления, равных единице, и нужной размерности.
4. Задать модальное управление, а именно через функцию `place()`, которая решает задачу синтеза матриц  $A, B$  и полюсов  $p$ , найти матрицу  $F$  с полюсами  $p = \{-9, -6, -7, -8\}$ , которая учувствует в формуле  $A - BF$ , для формирования замкнутой системы..
5. Прodelать те же действия, описанные в пункте четыре, для полюсов  $0,5 \cdot p$  и  $2 \cdot p$ .
6. Исследовать разницу между всеми описанными системами по критериям качества, построить для каждой системы свой переходной процесс. Назначим общее время исследования для переходного процесса равным 5 сек.

## Теоретическая часть

Модальное управление можно определить как задачу управления, в которой меняются моды (собственные числа матрицы объекта управления) для достижения желаемых целей управления. При этом необходимо определить матрицу  $K$  коэффициентов динамической обратной связи, обеспечивающей замкнутой системе требуемое расположение мод. Суть модального метода синтеза заключается в приравнивании действительного и желаемого характеристических уравнений замкнутой системы и вычислении из полученных соотношений параметров регулятора.

Модальный регулятор – регулятор, в котором интегратор регулируется по ошибке, а пропорциональность регулируется по обратной связи по состоянию системы ( $x(t)$ ).

Особенность: Регулирование полюсов для задавание целевых качеств системы, не меняю движение системы ( $x$ ), использование ОС по состоянию системы.

Недостатки: знание всего состояния системы, все  $x(t)$ .

Влияние полюсов:

Уменьшение полюсов увеличивает время переходного процесса, увеличивает ошибку.

Увеличивание полюсов уменьшает время переходного процесса, уменьшает ошибку, но увеличивает перерегулирование на сверхмалые значения

### **Незамкнутая система.**

Берем за базу нерегулируемую систему. Задаем её через функцию `zpk()`, в которую передаём один ноль равный единице, четыре полюса равные -3,-4,-5,-6, коэффициент усиления равный 100. Переведем передаточную функцию в пространство состояния и получим минимальные матрицы A,B,C,D через функцию `ss()` с критерием 'minimal'. В ожидаемом результате ожидается график зависимости амплитуды от времени и матрицы состояния A,B,C,D, и их считаем за базу для дальнейшего исследования.

В результате был получен график зависимости амплитуды от времени и матрицы состояния разомкнутой системы, показанных на рис.1 и рис.2.

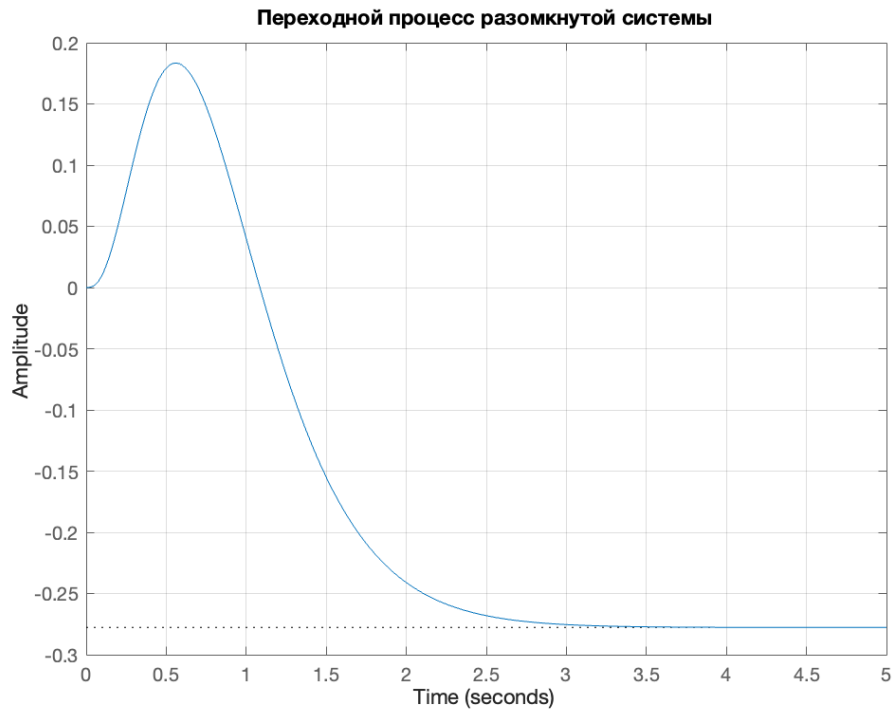


Рис.1. Переходной процесс незамкнутой системы

```

A =
      x1  x2  x3  x4
x1  -3    2    0    0
x2    0   -4    1    0
x3    0    0   -5    1
x4    0    0    0   -6

B =
      u1
x1    0
x2    0
x3    0
x4   16

C =
      x1    x2    x3    x4
y1  -12.5   6.25    0     0

D =
      u1
y1    0
  
```

Рис.2. Матрицы состояния незамкнутой системы

Вывод:

Система демонстрирует устойчивость, не имеет перерегулирования и колебательности. Однако обладает заметной статической ошибкой (-0.278) и сравнительно длительным временем переходного процесса (2.7 сек), что говорит о невысоком качестве управления. Система приводится к устойчивому положению.

## Замкнутая система при помощи единичной обратной связи.

Модифицируем разомкнутую систему тем, что добавляем единичную обратную связь, тем самым замыкая систему. Для вычисления собственных значений новой передаточной функции воспользуемся формулой  $A' = A - BI$ , где  $A$  - матрица состояния разомкнутой системы,  $A'$  - матрица состояния замкнутой системы,  $B$  – матрицы входа (она не меняется),  $I$  – единичная матрица коэффициентов равных единице, размерности  $1 \times 4$ , т.е.  $I = [1, 1, 1, 1]$ . В ожидаемом результате ожидается график зависимости амплитуды от времени.

В результате был получен график зависимости амплитуды от времени, показанных на рис.3.

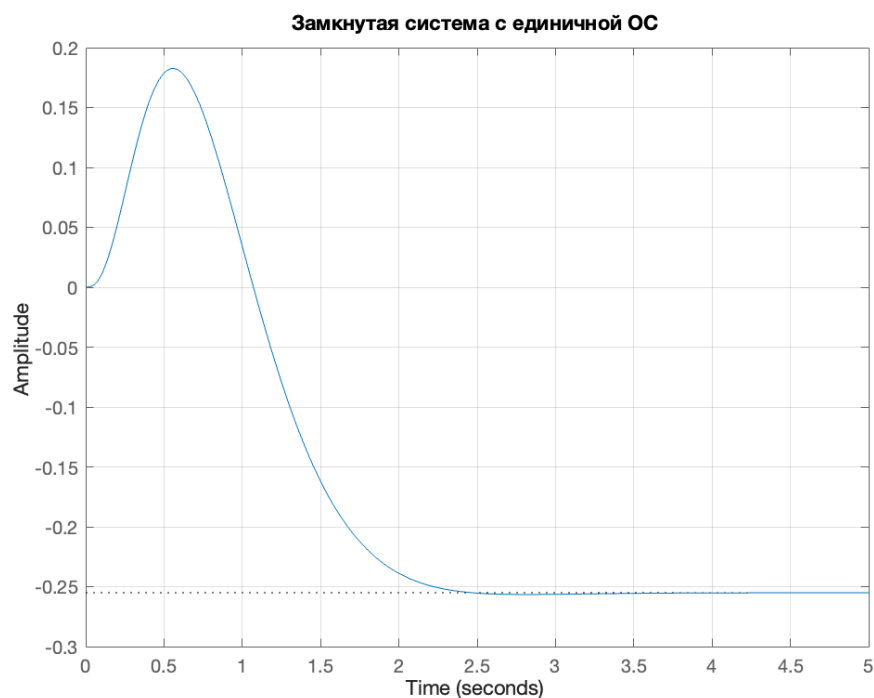


Рис.3. Переходной процесс замкнутой системы с единичной обратной связью

```
Полюса замкнутой системы с единичной обратной связью  
ans =  
  
-6.3650 + 1.4927i  
-6.3650 - 1.4927i  
-2.6350 + 1.4927i  
-2.6350 - 1.4927i
```

Рис.4. Полюса (собственные значения) замкнутой системы с единичной обратной связью

Вывод:

Включение единичной ОС снижает статическую ошибку (-0.255) и ускоряет переходной процесс (2.22 сек). Незначительное перерегулирование (0.562%) не оказывает критического влияния, общая устойчивость сохраняется. Система приводится к устойчивому положению.

## Замкнутая система при помощи модального управления.

Модифицируем разомкнутую систему тем, синтезируем её с полюсами  $p = \{-9, -6, -7, -8\}$ , тем самым замыкая систему. Для решения задачи синтеза необходимо получить матрицу  $F$  через функцию `place()`, в которую задаём значения матриц  $A$ ,  $B$  и список новых полюсов  $p$ . Для вычисления собственных значений новой передаточной функции воспользуемся формулой  $A' = A - BF$ , где  $A$  - матрица состояния разомкнутой системы,  $A'$  - матрица состояния замкнутой системы,  $B$  – матрицы входа (она не меняется),  $F$  – матрица синтеза. Исполним вышенаписанный алгоритм для решения задач синтеза с полюсами  $0.5p$  и  $2p$ . В ожидаемом результате ожидаются графики зависимости амплитуды от времени.

В результате были получены графики зависимости амплитуды от времени, показанных на рис.5, рис.6, рис.7.

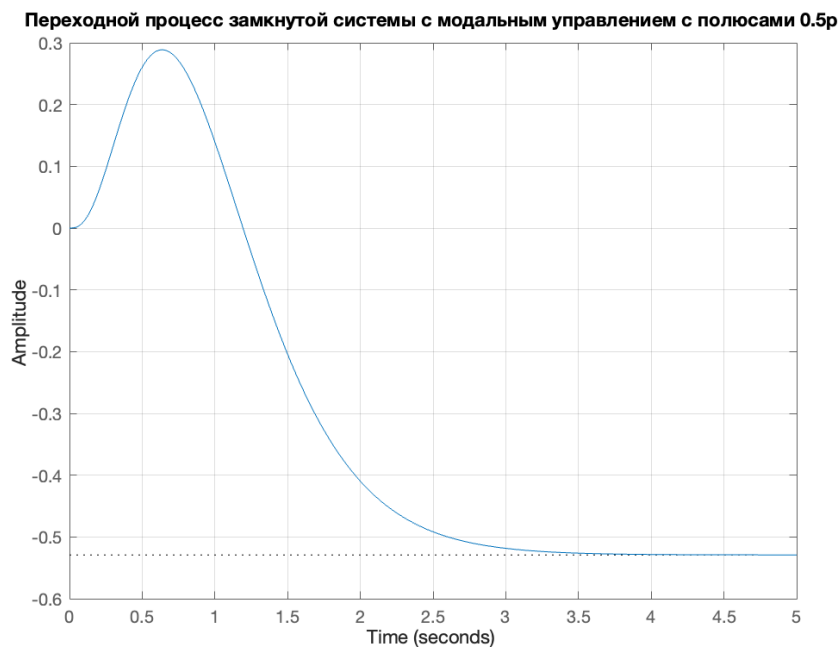


Рис.5. Переходной процесс замкнутой системы с модальным управлением с полюсами  $0.5p$

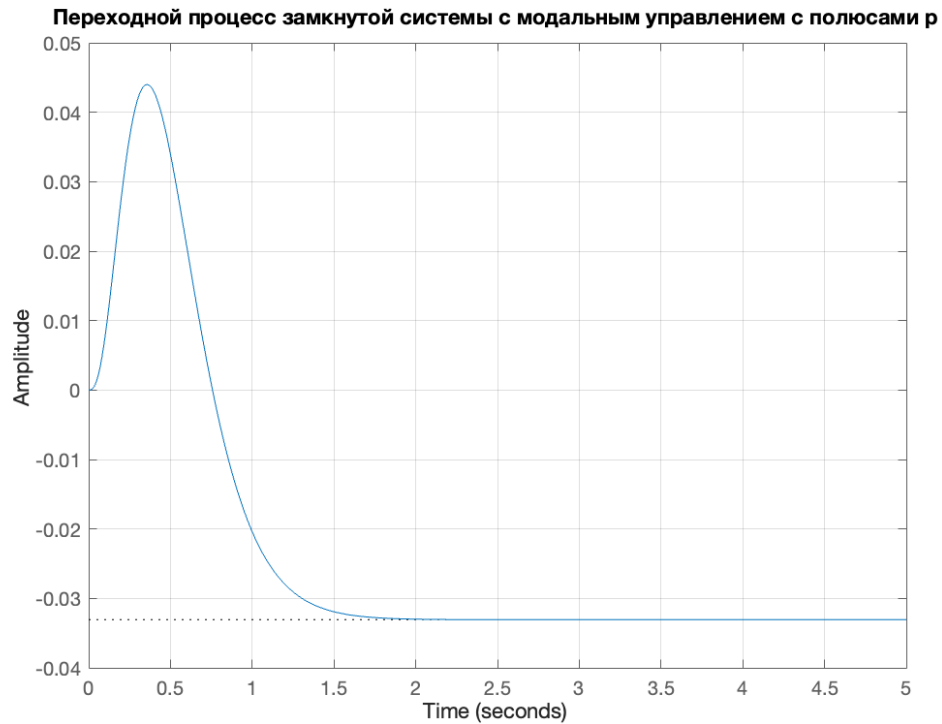


Рис.6. Переходной процесс замкнутой системы с модальным управлением с полюсами  $p$

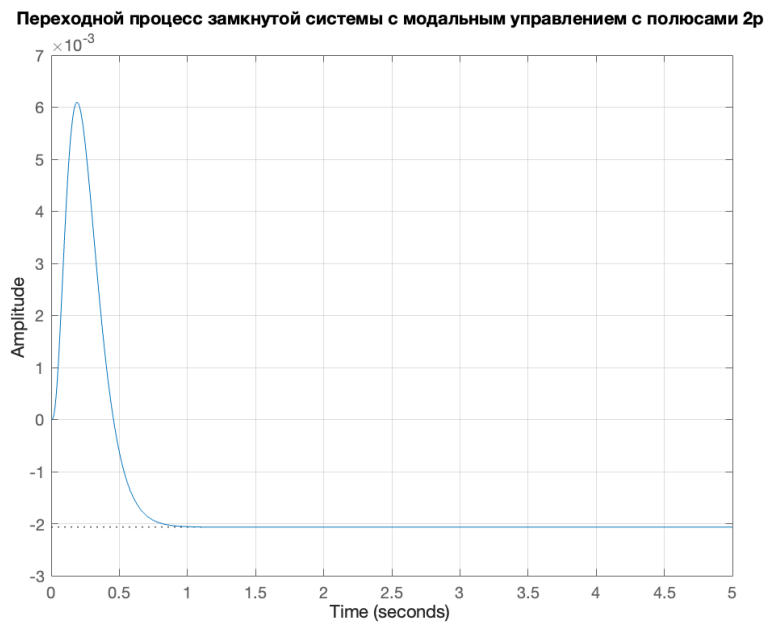


Рис.7. Переходной процесс замкнутой системы с модальным управлением с полюсами  $2p$

Вывод:

Для  $0,5p$ : Смещение полюсов ближе к нулю увеличивает время переходного процесса (3 сек) и ухудшает статическую ошибку (-0.529). Система устойчива и без колебаний, но качество управления снижается. Система приводится к устойчивому положению.



Для  $p$ : Ошибка резко снижается ( $-0.0331$ ), время переходного процесса сокращается до 1.61 сек, перерегулирование и колебания отсутствуют. Система приводится к устойчивому положению.

Для  $2p$ : Увеличение полюсов ускоряет систему (0.729 сек), минимизирует ошибку ( $-0.00207$ ), однако приводит к практически незаметному, существующему перерегулированию ( $\approx 10^{-120}\%$ ). Система приводится к устойчивому положению.

### Общий вывод

	Разомкнутая система	Замкнутая с единичной ОС	Замкнутая с модальным управлением с полюсами $0.5p$	Замкнутая с модальным управлением с полюсами $p$	Замкнутая с модальным управлением с полюсами $2p$
Статическая ошибка	-0.278	-0.255	-0.529	-0.0331	-0.00207
Перерегулирование	0	0.562	0	0	$9.99 \cdot 10^{-13}$
Время переход проц	2.7	2.22	3	1.61	0.729
Колебательность	0	0	0	0	0

Вывод по типу системы:

Замкнутая с единичной ОС: уменьшается ошибка на доли сотых (на 0.023), уменьшается время переходного процесса на десятые секунды (на 0.48 сек), однако, увеличивается на десятые части процента (на 0.562%).

Замкнутая с модальным управлением с полюсами  $p$ : уменьшается ошибка в  $\approx 10$  раз, уменьшается время переходного процесса в  $\approx 2$  раза.

Вывод по типу выбора полюса:

Уменьшение полюсов увеличивает время переходного процесса, увеличивает ошибку.

Увеличение полюсов уменьшает время переходного процесса, уменьшает ошибку, но увеличивает перерегулирование на сверхмалые значения (увеличение полюсов в 2 раза, увеличило перерегулирование  $\approx 10 \cdot 10^{-13} \%$ ).

## **Выводы**

Модальное управление хорошо тем, чтобы решать задачу нахождения полюсов для нужных критериев качества, при не изменении самой системы.