装 订 线 封 密 姓名：______ 班内序号：______ 学号：______ 班级：______ 专业：______

北京邮电大学 2018—2019 学年第 1 学期

《概率论与数理统计》期末考试试题（B）

考试注意事项：学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效.

一. 填空题（每空4分，共40分）

1.设 A,B 为两事件，且 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$ $\frac{1}{3}$.

2.设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}ax, & 0<x<2,\\ 0, & 其它\end{cases}$$

则 $P\{X>1\}=$ $\frac{3}{4}$.（先确定常数 a，再计算 $P\{X>1\}$）

3.设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim N(0,3)$，$Y\sim N(0,4)$，则 $2X-Y$ 与 $2X+Y$ 的相关系数为______.

4.设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim U(0,2)$，Y 的分布律为 $P\{Y=k\}=\frac{1}{2}$，$k=1,2$，则 $P\{X+Y\le 2\}=$ $\frac{1}{4}$.

5.某种型号器件的寿命 X（单位：小时）具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, & x>1000,\\ 0, & 其他\end{cases}$$

现有一大批此种器件，从中任取10件，Y 表示10件器件中寿命大于2000小时的件数，则 $D(Y)=$ $\frac{5}{2}$.

6.设 $X_1,X_2,\cdots,X_{48}$ 独立同分布，且 $X_1\sim U(-1,1)$，利用中心极限定理可得 $P\{|\sum_{i=1}^{48}X_i|<2\}\approx$ $2\Phi(\frac{1}{2})-1$.

7.设 X 服从参数为2的泊松分布，则 $E(e^X)=$ e^{2e-2}.

8.从正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 中抽取容量为16的样本，算得样本均值为 $\bar{x}=14.68$，样本标准差为 $s=2.4$，则 μ 的置信水平为95%的置信区间为______.

9.设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 $b(1,p)$ 的样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则 $D(\bar{X})=$ $\frac{1}{n}p(1-p)$.

10. 设 X_1,X_2,X_3,X_4,X_5 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，若统计量 $\frac{cX_1}{(X_2^2+X_3^2+X_4^2+X_5^2)^{1/2}}$ 服从 t 分布，则 $c=$ 2.

二. (10分)

一袋中有5个球，其中2个红球、3个白球. 从中不放回地任取3个球，以 X 表示取出的3球中的红球数，求

(1) X 的分布律；(2) $E(X)$；(3) X 的分布函数.

三. (10分)

设随机变量 X 和 Y 相互独立，且均服从参数为1的指数分布，求

（1）$P\{X>2Y\}$；（2）$Z=\min(X,Y)$ 的分布函数；（3）$U=X+Y$ 的概率密度.

四. (10分)

设随机向量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{21}{4}x^2y, & x^2<y<1\\ 0, & 其它\end{cases}$$

求(1) $\mathrm{Cov}(X,Y)$；(2) $Y=y\ (0<y<1)$ 的条件下，X 的条件概率密度.

五. (10分)

设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{\frac{1}{\theta}-1}, & 0<x<1,\\ 0, & 其他\end{cases}$$

$\theta\in(0,+\infty)$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本.

(1)求θ的最大似然估计量$\hat{\theta}$；(2) 证明θ的最大似然估计量$\hat{\theta}$是θ的无偏估计.

六. (10 分) 有甲、乙两台机器生产同种类型的金属部件. 分别在两台机器所生产的部件中各抽取一个容量均为8的样本，测量部件的重量(单位:kg)，经计算得样本均值和样本方差如下： N=8

甲机器：$\bar{x}=12.68$， $s_1^2=5.06$，

乙机器：$\bar{y}=10.45$， $s_2^2=2.94$，

8

设甲、乙两台机器生产的金属部件的重量分别服从正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，

(1) 试检验假设：$H_0:\sigma_1=\sigma_2$ $H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ (显著性水平$\alpha=0.1$)；

(2) 在显著性水平$\alpha=0.05$下，能否认为甲机器生产的部件的重量比乙机器生产的部件的重量大？

$F_{\alpha}(7,7)$

七. (10 分) 在钢线碳含量对于电阻的效应的研究中,得到以下数据：

碳含量$x(\%)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
电阻$y(\mu\Omega)$	15	18	19	21	23	25	26

$\frac{9}{0.6}$.

并计算得 $\sum_{i=1}^{7}x_i=2.8,\sum_{i=1}^{7}x_i^2=1.4,\sum_{i=1}^{7}y_i=147,\sum_{i=1}^{7}y_i^2=3181,\sum_{i=1}^{7}x_iy_i=63.9$，

0.4·147. 58.8. $\frac{5.1}{1.4-\frac{1}{7}\cdot 2.8\cdot 2.8}$ 0.4·2.8 112. 0.48

(1)求线性回归方程$\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1x$；

(2)在显著水平$\alpha=0.01$下，检验回归方程的显著性,即检验假设

$H_0:\beta_1=0,H_1:\beta_1\neq0$

附： $\Phi(0.5)=0.6915$， $t_{0.025}(15)=2.13$， $t_{0.05}(14)=1.76$， $F_{0.05}(7,7)=3.79$，

0.1915

$F_{0.01}(1,5)=16.3$.

0.6915

$\times$ 1 2

1.383