

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Sie können sich bis zu 5 Bonuspunkte für die bewerteten Hausaufgaben erreichen, indem Sie richtige Lösungen zu Aufgabe 2 und Aufgabe 4 rechtzeitig via Moodle abgeben.

Aufgabe 1

Es seien eine Grundgesamtheit $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ und eine Funktion $P : \mathcal{P} \rightarrow [0, 1]$ (wobei \mathcal{P} Potenzmenge von Ω ist) mit

$$P(\{\omega_i\}) = p_i \quad \forall i = 1, \dots, n \text{ und } \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

sowie

$$P(A) = \sum_{i: \omega_i \in A} p_i$$

gegeben. Zeigen Sie, daß P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf Ω ist.

Aufgabe 2

60 Studierende in einer Vorlesung sollen auf drei identisch große Übungsgruppen verteilt werden. Wieviele mögliche Kombinationen gibt es?

Aufgabe 3

- (a) Beweisen oder widerlegen Sie: Falls $P(A) = P(\bar{B}) \implies \bar{A} = B$.
- (b) Beweisen oder widerlegen Sie: Falls $P(A) = 0 \implies P(A \cap B) = 0$.
- (c) Die Menge Ω der Elementarereignisse sei die Menge aller nichtnegativen ganzen Zahlen. Bezeichne ω_n das Ereignis, das im Auftreten der Zahl n bestehe. Außerdem gelte $P(\{\omega_n\}) = c/(n!)$. Welchen Wert muß c haben, damit P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist? *Hinweis:* $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = e$ (Eulersche Konstante)

Aufgabe 4

Es werden hintereinander mit Zurücklegen drei Karten aus einem Spiel mit 32 Karten gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man

- (a) höchstens einen Buben;
- (b) nur Herz;
- (c) mindestens zwei Herz;
- (d) weder Herz noch Bube?

Aufgabe 5

Seien A und B beliebige Ereignisse mit $P(A) = 3/4$ und $P(B) = 1/3$. Zeigen Sie:

$$\frac{1}{12} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{3}.$$

Was kann man für $P(A \cup B)$ folgern?

Aufgabe 6

Beim Skatspiel erhält jeder der drei Spieler zufällig genau 10 der 32 vorhandenen Spielkarten. Die übrigen zwei Karten werden Skat genannt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält das Blatt eines bestimmten Spielers

- (a) keinen Buben und kein As;
- (b) mindestens drei Buben;
- (c) alle Karten einer Farbe;
- (d) genau drei Buben und alle restlichen Karten in der Farbe des fehlenden Buben?