

Aufgabe 1

Wie kann man bei folgenden Zufallsexperimenten den Ergebnisraum Ω auffassen? Welche Zufallsvariablen werden dabei betrachtet und wie lautet der entsprechende Bildbereich Ω' ?

1. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Man interessiert sich dabei für die Augensumme.
2. Bei einem Schießstand auf der Wiesen werden fünf Schüsse abgegeben. Der Standbesitzer weiß aus Erfahrung um die Trefferwahrscheinlichkeit eines Schützen. Ob ein Schütze einen Preis gewinnt, richtet sich nach der Anzahl der Treffer.
3. In einer Firma werden pro Tag n elektronische Bauteile produziert. Man interessiert sich hierbei für den Anteil defekter Bauteile.

Aufgabe 2

Welche Verteilungen besitzen die folgenden Zufallsvariablen?

- (a) In einem Areal lebt eine unbekannte Anzahl N von Tieren. Um die Populationsgröße zu schätzen, verfahren Ökologen nach dem folgenden Schema: Zunächst fangen sie eine Zahl m von Tieren und markieren sie. Diese werden wieder frei gelassen. Man wartet ab, bis sie sich mit den übrigen gut durchmischt haben und fängt dann (zufällig) n Tiere ein. Angenommen alle Tiere werden mit gleicher Wahrscheinlichkeit gefangen. Sei X_1 die Anzahl der markierten Tiere in der Stichprobe.
- (b) Ein Klumpen einer radioaktiven Substanz besteht aus vielen Atomen, welche bei ihrem sehr seltenen Zerfall α -Teilchen ausstrahlen. X_2 sei die Anzahl emittierter α -Teilchen pro Zeitintervall.
- (c) Ein betrunkenen Nachtwächter hat einen Schlüsselbund mit 10 Schlüsseln und will eine Tür aufschließen, in deren Schloss genau einer dieser Schlüssel passt. Er probiert dazu einen zufällig ausgewählten Schlüssel aus. Passt er nicht, so fällt ihm der Schlüsselbund aus der Hand, die Schlüssel durchmischen sich und er wiederholt sein Vorgehen. X_3 sei die Anzahl der Versuche bis er den passenden Schlüssel findet.
- (d) Angenommen ein Münchner kennt jeden 1000. Einwohner persönlich. X_4 sei die Anzahl der Bekannten, die er auf einem Spaziergang trifft, wenn ihm 50 Münchner begegnet sind.
- (e) Ein Pfeifenraucher hat in jeder seiner beiden Hosentaschen eine Streichholzschachtel mit je N Streichhölzern. Immer wenn er ein Streichholz benötigt, entnimmt er es zufällig aus einer der beiden Taschen. Sei X_5 die Anzahl an Streichhölzern in der anderen Schachtel, wenn er feststellt, dass die erste Schachtel leer ist.

Aufgabe 3

Früher stellte sich für Ehepaare bisweilen das Problem, mindestens einen Sohn haben zu wollen. Sei p die Wahrscheinlichkeit, dass ein neugeborenes Kind ein Junge ist.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste, das zweite, das dritte, das vierte Kind der erste Sohn in einer Familie ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ehepaar mindestens $k > 0$ Kinder zeugen muss, bis es den ersten Sohn erhält?
3. Wieviele Kinder muss ein Ehepaar durchschnittlich zeugen, bis es den ersten Sohn erhält?

Besprechung von ausgewählter Themen aus der Vorlesung.