

**Aufgabe 1**

Sei der Messraum  $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$  sowie die messbare Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(\omega) = \omega \mathbb{1}_{\{1, \dots, N\}}(\omega)$$

für ein festes  $N \in \mathbb{N}$  gegeben. Berechnen Sie für das Lebesguemaß  $\lambda$  und das Zählmaß  $\mu_Z$

$$\int_{[0,n]} f d\lambda \quad \text{und} \quad \int_{[0,n]} f d\mu_Z \quad \text{für } n \in \mathbb{N}, \quad n \leq N.$$

**Aufgabe 2**

Es sei der Meßraum  $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$  gegeben sowie die meßbaren Funktionen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\omega \mapsto f(\omega) = \omega \mathbb{1}_{\mathbb{N}}(\omega)$$

und  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\omega \mapsto g(\omega) = \omega^2 \mathbb{1}_{[0,1]}(\omega).$$

Berechnen Sie für das Lebesguemaß  $\lambda$  und das Zählmaß  $\mu_Z$

a)

$$\int_{[0,n]} f d\lambda \quad \text{und} \quad \int_{[0,n]} f d\mu_Z \quad \text{für } n \in \mathbb{N}$$

b)

$$\int g d\lambda \quad \text{und} \quad \int g d\mu_Z.$$

**Aufgabe 3**

Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Exponentialverteilung:

$$X \sim \text{Exp}(\lambda), \quad f_X(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} I_{[0, \infty)}(x), \quad (\lambda > 0)$$

**Besprechung von ausgewählter Themen aus der Vorlesung.**