

1.  $\rightarrow$  8 (0-1)  $\rightarrow$  8 0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

\* [?]  $\Rightarrow$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	-1	-1	-1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	-1	-1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

(2) 8

operator  $\Rightarrow$   $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$

$\otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -1$

$\otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1$

$\otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$

$\otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 1$

$\otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -1$

이 operator는 second order partial derivative의 discrete 형태이다.  
 즉 second order finite difference의 근사값이다.  
 이 operator를 convolution 해서 수평축에 존재하는 edge를 탐지할 수 있다.

## 2. Edge detection

- a) 이미지의 Edge가  $h(x,y)=0$  이면서 분포가 바뀌는 점으로 표현된다. 즉  $h(x,y)=0$ 은  $I(x,y)$ 에서 Edge인 점들의 집합이다.
- b)  $\nabla$  값을 증가시키면 더욱 명확하게 보이는 edge만을 탐지할 수 있다. 즉,  $h(x,y)=0$ 인  $(x,y)$ 는 작게 나타날 것임.

## 3. Hough Transform Line Parameterization

1)  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$

임의의 점  $(x_i, y_i)$ 에서

$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$  를 만족.

$\rho = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \left( \frac{x_i \cos \theta}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} + \frac{y_i \sin \theta}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \right)$

$= \sqrt{x_i^2 + y_i^2} ( \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta )$

$= \sqrt{x_i^2 + y_i^2} ( \sin(\alpha + \theta) )$

$\left( \because \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \\ \cos \alpha &= \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \end{aligned} \right)$   $x_i, y_i$ 를 각도  $\alpha$ 로 표현. ( $r=1$ 인 단위원 위의 점)

$\therefore \text{amplitude} = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\text{phase} = \alpha = \sin^{-1} \left( \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \right)$

2) 아니요. a)의 식에 의하면  $I(x,y)$ 의 임의의  $(x_1, y_1)$ 와 관련 많은 값은

amplitude와 phase이다. 이 값들은 진폭, 평행이동(위상)과 관련이 있지만, 주기 및 진동수와는 관련이 없다.

4-2. Parameter의 변화에 따른 결과의 변화 살펴보기

- high threshold를 높이는 경우 double threshold 이후 나타나는 역광이 감소하였다.  
즉, 더 강한 intensity를 갖는 edge만 남는 것으로 확인하였다. (그림 1, 그림 1-1 참조)
- low threshold를 낮추는 것은 high threshold에 대한 비율로 정의하였다. 이 값을 높일수록 weak edge에 대한 기준이 엄격해지는 것으로, 남게되는 edge가 줄어든다.
- sigma의 경우 gaussian smoothing에 사용되는 gaussian kernel을 바꾸고, 그 결과 noise를 제거할 수 있다. 그림 3과 4에서 알 수 있듯이 그림 3은 noise가 제거되어 있음을 확인할 수 있음
- gaussian kernel의 size도 조절해보았는데 size가 클수록 blur 효과 덕에 noise가 잘 제거되었다. (그림 1과 그림 5 비교)



<그림 1>



<그림 1-1, high: 최댓값 x 0.15  
이외 그림 1과 같음



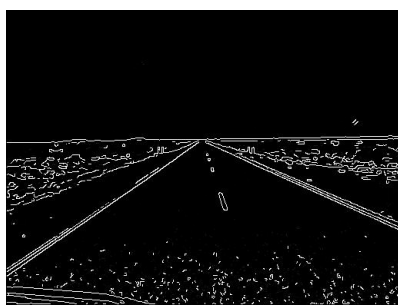
<그림 2>

- ① kernel size : (5,5)
- ② sigma : 2
- ③ high Threshold : image Intensity의 최댓값 x 0.15
- ④ low Threshold : high Threshold x 0.8

- ① kernel size : (5,5)
- ② sigma : 2
- ③ high Threshold : image Intensity의 최댓값 x 0.15
- ④ low Threshold : high Threshold x 0.2



② sigma = 5

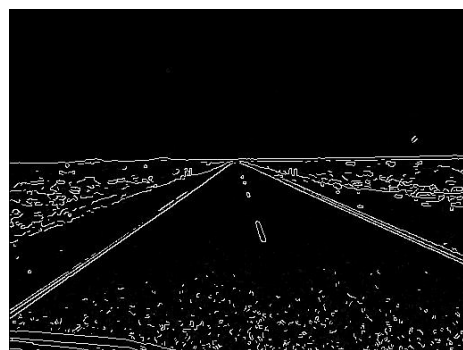


②: sigma = 1

<그림 3, 4>

- ①: (5,5) ③ image Intensity의 Max x 0.15

- ④: ③ x 0.8



<그림 5>

- ① kernel size : (3,3)
- 이외는 그림 1과 동일

\* Non-maximal-suppression

```
def non_maximal_suppression(magnitude, angle):
    R, C = magnitude.shape

    suppressed_img = np.zeros((R, C))

    for r in range(1, R - 1):
        for c in range(1, C - 1):
            # 각도를 0~180도로 만들어줌. 직선의 성질 이용.
            pix_angle = angle[r, c] if angle[r, c] > 0 else angle[r, c] + 1
            # 비교에 사용될 변수 선언
            i = 1.0
            j = 1.0
            # x 축 기준
            if (0 <= pix_angle < 1 / 8) or (7 / 8 <= pix_angle <= 1):
                i = magnitude[r, c - 1]
                j = magnitude[r, c + 1]

            elif 1 / 8 <= pix_angle < 3 / 8:
                i = magnitude[r + 1, c - 1]
                j = magnitude[r - 1, c + 1]

            elif 3 / 8 <= pix_angle < 5 / 8:
                i = magnitude[r - 1, c]
                j = magnitude[r + 1, c]

            elif 5 / 8 <= pix_angle < 7 / 8:
                i = magnitude[r - 1, c - 1]
                j = magnitude[r + 1, c + 1]

            if magnitude[r, c] > i and magnitude[r, c] > j:
                suppressed_img[r, c] = magnitude[r, c]
            else:
                suppressed_img[r, c] = 0  # ← suppress

    return suppressed_img
```

parameter magnitude 는 gradient magnitude

$\sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ , 즉  $np.hypot(S_x, S_y)$ 의

결과 값이고,

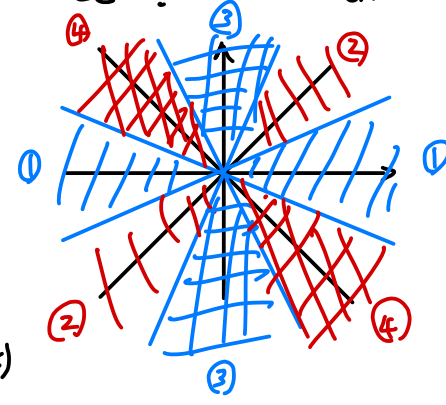
angle은  $np.arctan2(S_y, S_x) / np.pi$ 을 반환.

즉,  $arctan(\frac{S_y}{S_x})$ 의 값은  $[-\pi, \pi]$  구간으로

나타내는 값이다. 이 값을  $\pi$ 로 나누어서

코스 작정에 용이하도록 한 값을 angle matrix로

받는다. 범위  $[-1, 1]$ 의 값



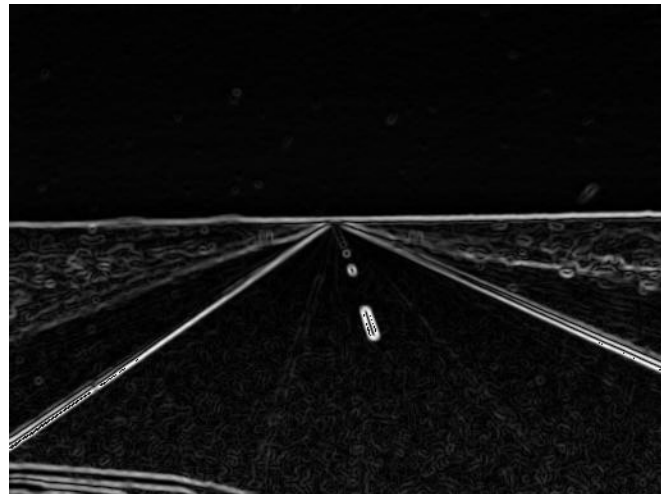
④	③	②
①	///	①
②	③	④

이 함수에서 angle의 범위는  $[-1, 1]$  이므로, (전저리에 의한)

방향에 따른 크기를 비교해야 하는데  $\frac{1}{8}$ 과  $-\frac{1}{8}$ 은 ③의 구간에 해당하고 같은 방향이다. (부호만 다른) 따라서 직선의 성질을 일부 활용하기 위해 angle  $[r, c]$  값이 음수인 경우 1을 더해준다.

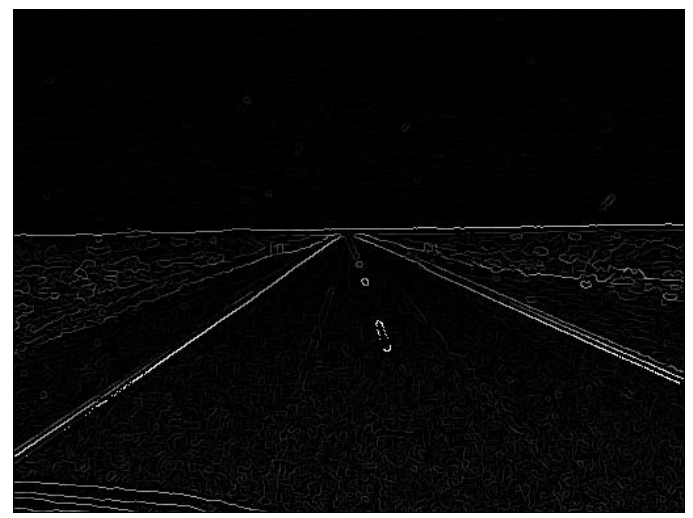
그 후 ①②③④ 구간마다 같은 방향에서 주변의 2개의 픽셀의 magnitude를 i와 j에 저장 후, 해당 픽셀의 magnitude와 비교해서 가장 큰 값이면 남겨두고 아니라면 픽셀의 magnitude를 0으로 만든다.

(example)



magnitude

NMS  
→



suppressed, before edge tracking

### 4.3 Hough Transform

$I_m$  image &  $H$

img02\_Im.

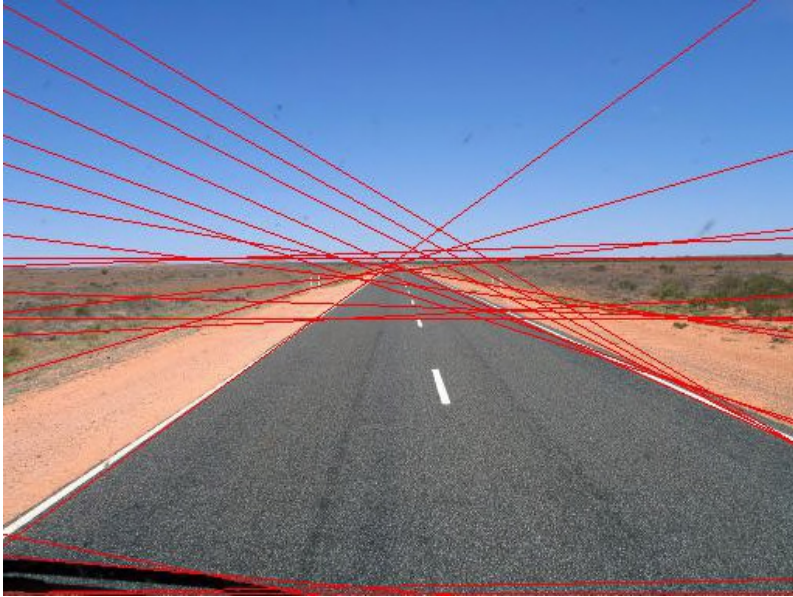


img02\_H



사용한 parameter

- sigma: 9, kernel size: (5, 5)
- hightreshold: Intensity  $\leq$  max \* 0.33
- low threshold: low Threshold
- rhoRes: 1
- thetaRes:  $\pi / 180$
- nLines: 20



$$\sqrt{I_m \text{ width}^2 + I_m \text{ height}^2}$$

## 인덱스를 관리하기위해

전체 이미지의 대각선

img\_size : 이미지의 (height, width)를 반환. H에 저장할 때

길이만큼 데이터였던 것을  $(rho \text{ index}) * r_p$  에서 빼주어야 할러  
rho 가 나오는데 이미지의 크기를 레딤함수에서는 알 수 없기 때문이다.

`HoughLines (H, rp, rθ, n) -> HoughLines(H, rhoRes, thetaRes, nLines, img_size)`

초가

따라서 여기서는  $r_\theta$ 를 이용하여  $\theta$ 의 인덱스에서  $\theta$ 의 원리값을

$(\theta_{\text{index}} * \text{thetaRes} / (\pi/180)) - 90^\circ$  와 같은 방법으로 구한다.

현재 리상도  $\rightarrow$  원리리상도,  $\text{rad} \rightarrow \text{deg}$   $\hookrightarrow$  offset

$r_p \equiv$  이항하여  $(rho\ index) * r_p - \sqrt{ing\_size[0]^2 + ing\_size[1]^2}$  의 식을  
통과 원리의 rho 값을 구한다.

$\therefore r_p, r_o$  는  $H$ 의 index 에서 원래  $\rho, \theta$ 를 찾기 위해 필요함.