

# Projet 4

## Modèle d'infection

septembre 2015

### Consulter les consignes avant de commencer !

La problématique est d'étudier des modèles simples d'infection d'un réseau d'ordinateurs par un virus, à l'aide de chaînes de Markov.

On considère un système constitué de  $n$  ordinateurs, pouvant être chacun soit infecté, soit sain. Chaque ordinateur peut passer d'un état à l'autre.

Pour chaque modèle proposé (par le sujet ou par le groupe), on donnera des réponses théoriques et numériques, par exemple sur la convergence du nombre moyen d'ordinateurs infectés au cours du temps.

Premier modèle : à chaque instant  $n$ , on choisit uniformément un ordinateur, et on change son état.

Deuxième modèle : à chaque instant  $n$ , on choisit uniformément un ordinateur ; s'il est infecté, on a une probabilité  $p$  de le guérir ; s'il est sain, il a une probabilité  $q$  d'être infecté.

Troisième modèle : les ordinateurs sont placés au sommet d'un graphe (par exemple un cercle). Le virus se déplace d'un ordinateur à l'autre sur ce graphe, selon une marche aléatoire ; indépendamment, l'antivirus fait de même. Le virus infecte l'ordinateur où il se trouve, avec une certaine probabilité ; cet ordinateur reste alors infecté tant que l'antivirus n'a pas fait effet. L'antivirus agit de la manière symétrique : il peut guérir l'ordinateur où il se trouve, si besoin, avec une certaine probabilité.

Pour compliquer le modèle, on pourra par exemple envisager des situations où trois états sont possibles : sain ; infecté mais pouvant être guéri ; infecté ne pouvant pas être guéri.

On pourra aussi considérer des modèles en temps continu, où les taux d'infection et de guérison dépendent de la configuration.