

Projet 2

Records sportifs

septembre 2015

Consulter les consignes avant de commencer !

La problématique est la suivante : les records sportifs sont-elles toujours susceptibles d'être battues, et à quel rythme ?

On se donne le modèle suivant : soit $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite des performances réalisées au cours du temps. On pourra commencer par considérer qu'elles sont indépendantes et identiquement distribuées, mais ces hypothèses pourront être relaxées (chaîne de Markov ?) dans un second temps, surtout du point de vue de la simulation numérique. On pourra aussi faire varier la distribution des performances.

Questions

Proposer une hypothèse pour assurer que presque sûrement deux performances ne seront jamais égales.

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$ $R_n = 1 + \sum_{k=1}^n \mathbb{1}_{X_k > X_n}$. Expliquer à quoi correspond R_n , et pourquoi un instant m où le record est battu est caractérisé par $R_m = 1$.

On pose $Z_n = \sum_{j=1}^n \mathbb{1}_{R_j=1}$. A quoi correspond cette variable aléatoire ?

Étudier (numériquement, puis théoriquement) la convergence de

- $\frac{Z_n}{\log(n)}$ (convergence avec probabilité 1) ;
- $\frac{Z_n - \log(n)}{\sqrt{\log(n)}}$ (convergence en loi).