Projet 6

Mélange de jeux de cartes

septembre 2015

Consulter les consignes avant de commencer !

Il s'agit d'étudier différentes stratégies de mélange de cartes.

On considère un jeu constitué de n cartes (classiquement 32,52 ou 78 selon le jeu considéré). Dans les exemples, ne pas hésiter à prendre n beaucoup plus petit par souci de clarté !

Questions :

Expliquer pourquoi représenter un mélange par un permutation des cartes, et le processus de mélange par une chaîne de Markov dont l'ensemble des états est donné par le groupe symétrique d'indice n.

Interpréter le caractère bien mélangé en termes de mesure invariante de telles chaînes de Markov. Proposer une condition suffisante permettant d'assurer cette propritété.

On introduit la distance en variation totale entre deux mesures de probabilités μ et ν sur un ensemble fini E :

$$d_{VT}(\mu, \nu) = \frac{1}{2} \sum_{i \in E} |\mu(i) - \nu(i)|.$$

Expliquer pourquoi cette notion est intéressante pour analyser le caractère bien mélangé du jeu au cours du processus. Expliquer comment la calculer théoriquement en fonction de la matrice de transition de la chaîne de Markov. Pourquoi est-ce difficile en pratique ; expliquer comment obtenir un calcul empirique, à l'aide de réalisations indépendantes du processus de mélange.

Étudier les mélanges connus dans la littérature sous le nom de *battage par insertion*, *mélange américain "riffle"* ; proposer d'autres procédures de mélanges.

En particulier, tracer au cours du temps l'évolution de la distance en variation totale entre la distribution à l'instant n et la loi invariante.

Pourquoi dit-on parfois qu'il faut "7 mélanges pour bien mélanger un jeu de carte" ?