稳恒磁场

一、选择题

二 填空题

12. 2. 1.

答: 垂直向里,
$$B = \frac{(3\pi + 2)\mu_0 I}{8\pi R}$$

12. 2. 2.

答:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \hat{n}$$
, 垂直向里

12. 2. 3.

答:
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$$

12. 2. 4.

答:
$$B = 8 \times 10^{-5} T$$

12. 2. 5.

答:
$$B = \frac{\mu_0 I}{6R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (2 - \sqrt{3})$$
, 方向垂直纸面向里

12. 2. 6.
答:
$$B = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$$

12. 2. 7.

答:
$$\Phi_{\rm m} = \pi R^2 B \cos \alpha$$

12. 2. 8.

答:
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$
, $B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$

12. 2. 9.

答: $F = \frac{\mu_0 q v I}{2\pi d}$, 方向与电流方向相反; $F = \frac{\mu_0 q v I}{2\pi d}$, 方向与电流方向相同。

12. 2. 10.

答:
$$\vec{F} = 0$$

12. 2. 11.

答:
$$M = \frac{\mu_0 \pi R_1^2 I_1 I_2}{2R_2}$$
,方向向右

12. 2. 12.

答:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \vec{n}$$
, $\vec{m} = \frac{\pi I}{2} (R_2^2 - R_1^2) \vec{n}$

12. 2. 13.

12. 2. 14.

答:铁磁质;顺磁质; 抗磁质。

12. 2. 15.

12. 2. 16.

12. 2. 17.

12. 2. 18.

12. 2. 19.

答:
$$B = \mu_0 \mu_r nI = \mu nI$$
, $w_m = \frac{1}{2V} LI^2 = \frac{1}{2} \mu n^2 I^2$

12. 2. 20.

答:
$$w = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$
, $\rho = \frac{1}{2\mu_0c^2}B^2$

三 计算题

12. 3. 1.

$$\vec{B}_A = -\hat{j} \frac{2\mu_0 I}{3\pi a}$$

$$\vec{B}_B = -\hat{j} \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

$$\vec{B}_C = 0$$

12. 3. 2.

圆心O处的磁感应强度(方向垂直向里)

$$B = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

12. 3. 3.

圆心O处的磁感应强度(方向垂直向里)

$$B = \frac{\mu_0 I}{8} \frac{R_1 + 3R_2}{R_1 R_2}$$

12. 3. 4.

$$\theta = 2$$

12. 3. 5.

图 a 中
$$B_0 = -\frac{\mu_0 I}{4R} i - \frac{\mu_0 I}{2\pi R} k$$
 图 b 中 $B_0 = -\frac{\mu_0 I}{4R} \left(\frac{1}{\pi} + 1\right) i - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} k$

12. 3. 6.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} (-2 \vec{i}) = -\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} \vec{i} = -3.82 \times 10^{-5} \vec{i} (T)$$

12. 3. 7.

P 点磁感应强度为(方向垂直向里)

$$B = \int dB = \int_0^b \frac{\mu_0 I dx}{2\pi b(b + r - x)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \ln \frac{b + r}{r}$$

12. 3. 8.

导电平面两侧磁感应强度的大小为

$$B = \frac{\mu_0 j}{2}$$

磁感应强度 B 的方向刻有右手螺旋法则确定。

12, 3, 9,

$$B = \int dB = \int_0^R \frac{\mu_0 N I (R^2 - r^2)}{2R^4} dr = \frac{\mu_0 N I}{3R}$$

$$\vec{R} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dB = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 N I (sin\theta)^2}{\pi R} d\theta = \frac{\mu_0 N I}{4R}$$

12. 3. 10.

磁感应强度分布为

$$B = 0 \quad (r < a) \; ; \quad B = \frac{\mu_0 I(r^2 - a^2)}{2\pi \, r(b^2 - a^2)} \quad (a \le r \le b) \; ; \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \, r} (r > b)$$

B-r 曲线略。

12. 3. 11.

对于
$$r < R_1 \boxtimes$$
域 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r$ 对于 $R_1 < r < R_2 \boxtimes$ 域 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 对于 $R_2 < r < R_3 \boxtimes$ 域 $B = \mu_0 \frac{R_3^2 - r^2}{2\pi r (R_3^2 - R_2^2)} I$ 对于 $r > R_3 \boxtimes$ 域 $B = 0$ $B - r$ 曲线略。

12. 3. 12.

(1) 圆柱体轴线上 B 的大小为

$$B = \frac{\mu_0 R_2^2 I}{2\pi a (R_1^2 - R_2^2)}$$

(2) 对于空腔轴线上B的大小为

$$B = \frac{\mu_0 a I}{2\pi (R_1^2 - R_2^2)}$$

12. 3. 13.

$$\Phi_{m} = \int d\Phi_{m} = \int_{d_{1}}^{d_{2}} \frac{\mu_{0} II}{2\pi x} dx = \frac{\mu_{0} II}{2\pi} \ln \frac{d_{2}}{d_{1}}$$

$$M = \frac{\Phi_{m}}{I} = \frac{\mu_{0} I}{2\pi} \ln \frac{d_{2}}{d_{1}}$$

12. 3. 14.

(1)

ab 段受到的安培力为

$$ec{F}_1 = rac{\sqrt{3}\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} ln rac{l}{d} \hat{\imath} - rac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} ln rac{l}{d} \hat{\jmath}$$
 bc 段受到的安培力为

$$\vec{F}_2 = -\frac{\sqrt{3}\mu_0 I_1 I_2 (l-d)}{2\pi l} \, \boldsymbol{i}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{l}{d} \hat{j}$$

$$M = \frac{\sqrt{3}\mu_0}{2\pi}(l-d) - \frac{\sqrt{3}\mu_0}{2\pi}d \ln \frac{l}{d}$$

12. 3. 15.

(1)
$$F_{ad} = F_{cb} = 0$$

cd 段受到的安培力方向垂直向外、ab 段受到的安培力方向垂直向里

$$F_{\rm cd} = F_{\rm ab} = \int_{R_{\rm l}}^{R_{\rm 2}} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \, \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_{\rm l}}$$

(2) 磁力矩沿 $\frac{\theta}{2}$ 位置的径向

$$M = 2\sin\frac{\theta}{2} \int_{R_1}^{R_2} r \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi} (R_2 - R_1) \sin\frac{\theta}{2}$$

12.3.16.

$$m = \frac{1}{6}\lambda\omega[(d+l)^3 - d^3]$$

12. 3. 17.

(1)
$$H = 300 \, (A/m)$$
, $B_0 = 3.77 \times 10^{-4} \, \text{T}$

(2)
$$H = 300 (A/m)$$
, $B = 1.51T$

(3)
$$B_0 = 3.77 \times 10^{-4} \text{T}, \ B' \approx 1.51T$$

$$(4) w_m = 226.5 \, \text{J} \cdot \text{m}^3$$

12. 3. 18.

(1) 空间各区域内的磁场强度

对于
$$r < R_1$$
的区间 $H_1 = \frac{I}{2\pi R_1^2} r$

对于
$$R_1 < r < R_2$$
 的区间 $H_2 = \frac{I}{2\pi r}$

对于
$$R_2 < r < R_3$$
的区间 $H_3 = \frac{R_3^2 - r^2}{2\pi r(R_3^2 - R_2^2)}I$

对于
$$r > R_3$$
的区间 $H_4 = 0$

(2) 由磁场强度,得到磁感应强度

$$\begin{split} B_1 &= \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r & (r < R_1) \\ B_2 &= \mu_0 \mu_r H_2 = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r} & (R_1 < r < R_2) \\ B_3 &= \mu_0 H_3 = \mu_0 \frac{R_3^2 - r^2}{2\pi r (R_3^2 - R_2^2)} I & (R_2 < r < R_3) \\ B_4 &= \mu_0 H_4 = 0 & (r > R_3) \end{split}$$

(3) 各向同性磁介质,磁化强度也沿切向

$$\begin{split} M_1 &= \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} B_1 = \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r = 0 \\ M_2 &= \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} B_2 = \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} \frac{\mu_0 \mu_{\rm r} I}{2\pi r} = \frac{\mu_{\rm r} - 1}{2\pi r} I \\ M_3 &= \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} B_3 = \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} \mu_0 \frac{R_3^2 - r^2}{2\pi r (R_3^2 - R_2^2)} I = 0 \\ M_4 &= \frac{\mu_{\rm r} - 1}{\mu_0 \mu_{\rm r}} B_4 = 0 \\ \end{split} \tag{$r < R_1$}$$

(4) 束缚电流只存在于磁介质的表面(两个介质表面的束缚电流方向相反)

$$\begin{vmatrix} j_1' \end{vmatrix} = |\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{e}_{n}| = |\boldsymbol{M}_{2}(R_{1})| = \frac{1 - \mu_{r}}{2\pi R_{1}} I$$
$$\begin{vmatrix} j_2' \end{vmatrix} = |\boldsymbol{M} \times \boldsymbol{e}_{n}| = |\boldsymbol{M}_{2}(R_{2})| = \frac{1 - \mu_{r}}{2\pi R_{2}} I$$

(5) 磁场存在与 3 个区域,

r < R, 的区间单位长度同轴电缆储存的磁场能量

$$W_{1} = \int_{0}^{R_{1}} \frac{1}{2} B_{1} H_{1} 2\pi r dr = \pi \int_{0}^{R_{1}} \frac{\mu_{0} I}{2\pi R_{1}^{2}} r \frac{I}{2\pi R_{1}^{2}} r r dr = \frac{\mu_{0} I^{2}}{16\pi}$$

 $R_1 < r < R_2$ 的区间单位长度同轴电缆储存的磁场能量

$$W_{2} = \int_{R_{1}}^{R_{2}} \frac{1}{2} B_{2} H_{2} 2\pi r dr = \int_{R_{1}}^{R_{2}} \frac{1}{2} \frac{\mu_{0} \mu_{r} I}{2\pi r} \frac{I}{2\pi r} 2\pi r dr = \frac{\mu_{0} \mu_{r} I^{2}}{4\pi r} \ln \frac{R_{2}}{R_{1}}$$

 $R_2 < r < R_3$ 的区间单位长度同轴电缆储存的磁场能量

$$W_3 = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi (R_3^2 - R_2^2)^2} (R_3^4 ln \frac{R_3}{R_2} - \frac{3}{4} R_3^4 + R_2^2 R_3^2 - \frac{1}{4} R_2^4)$$