第十一章　　静电场

一、选择题

11.1.1
答：C

11.1.2
答：D

11.1.3
答：C

11.1.4.
答：A

11.1.5.
答：C

11.1.6.
答：B

11.1.7.
答：C

11.1.8.
答：D

11.1.9.
答：C

11.1.10.
答：D

11.1.11.
答：B

11.1.12.
答：A

11.1.13.
答：D

11.1.14.
答：C

11.1.15.
答：A

11.1.16.
答：B

11.1.17.
答：B

11.1.18.
答：A

11.1.19.
答：C

11.1.20.
答：A

11.1.21.
答：C

11.1.22.
答：D

11.1.23.
答：B

11.1.24.
答：B

11.1.25.
答：D

11.1.26.
答：D

11.1.27.
答：B

11.1.28.
答：C

11.1.29.
答：A

11.1.30.
答：A

二、填空题

11.2.1.
答：电荷总是以一个基本单元的整数倍出现；

一个电荷的电荷量与它的运动状态（速度、加速度）无关，电荷量也不因参考系的变换而改变，或者说，在相对运动的参考系中测得的带电体的电量相等；

在一个与外界没有电荷交换的孤立系统内，正负电荷的代数和在任何物理过程中始终保持不变。

11.2.2.
答：当一个带电体本身的线度比起我们所研究的问题中所涉及的距离小很多时，该带电体的大小和形状以及电荷在带电体上的分布状况等因素的影响可以忽略不计，该带电体就可以看作一个带电的点。

11.2.3.
答：置于电场中某点的一个试验电荷所受的力与它的电荷量的比值称为电场强度；

无关；决定。

11.2.4.
答：点电荷 q 产生的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}$$

式中，r 为场源点电荷 q 到场点的距离，$\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}$ 为场源点电荷 q 指向场点的单位矢量。

11.2.5.
答：静止点电荷系统产生的静电场在空间某点的电场强度，等于每一个点电荷单独存在时，激发的电场在该点的电场强度矢量和。这被称为电场强度叠加原理。

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\cdots+\boldsymbol{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i\text{，}\quad \boldsymbol{E}_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}1},\cdots,\boldsymbol{E}_n=\frac{q_n}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}n}\text{；}$$

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}\text{。}$$

11.2.6.
答：$x=2a$

11.2.7.
答：0 点的电场强度方向沿 q_2 指向 0 点，

$$E_{\mathrm{O}}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

11.2.8.
答：0X；0Y；0Y；-0Y

11.2.9.
答：$a=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}d$

11.2.10.
答：$E_{\mathrm{a}}=-\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，$E_{\mathrm{b}}=0$，$E_{\mathrm{c}}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

11.2.11.
答：$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\dfrac{q_3+q_4}{\varepsilon_0}$；$q_1$、$q_2$、$q_3$、$q_4$

11.2.12.
答：$\Phi_e=kaS$

11.2.13.
答：$\oint_{(S)}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{(S)}\boldsymbol{q}$ 或 $\oint_{(S)}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V d\boldsymbol{q}$；
对于真空中的静电场，电场强度沿任意闭合曲面的积分（称为电场强度通量或电通量）等于该曲面包围的所有电荷量的代数和除以 ε_0，与闭合面外的电荷无关；有源场。

11. 2. 14.

答：0；$W=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$

11. 2. 15.

答：$A_{\mathrm{BD}}=\dfrac{Q}{6\pi\varepsilon_0 R}q$；$A_{\mathrm{D}\infty}=-\dfrac{Q}{6\pi\varepsilon_0 R}q$

11. 2. 16.

答：$U_{\mathrm{A}}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$，$U_{\mathrm{C}}=-\dfrac{q}{24\pi\varepsilon_0 a}$

11. 2. 17.

答：$U_{\mathrm{P}}=(d-a)\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，$U_{\mathrm{A}}=d\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

11. 2. 18.

答：$U_{\mathrm{a}}-U_{\mathrm{b}}=\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r_{\mathrm{a}}}-\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}$

11. 2. 19.

答：$U_{\mathrm{A}}<U_{\mathrm{B}}$；

$\Delta W=W_{\mathrm{B}}-W_{\mathrm{A}}=qU_{\mathrm{B}}-qU_{\mathrm{A}}$

11. 2. 20.

答：$\oint_{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=\boldsymbol{0}$；在静电场中，电场强度沿任一闭合路径的线积分（称为电场强度的环流）恒为零；无旋场。

11. 2. 21.

答：$U_{\mathrm{O}}=\dfrac{q_1-q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$

11. 2. 22.

答：$U_O=\dfrac{\sqrt{3}q}{4\pi\varepsilon_0 a}$

11. 2. 23.

答：$U_{\mathrm{O}}=\dfrac{\lambda}{2\varepsilon_0}$

11. 2. 24.

答：$U=\dfrac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

11. 2. 25.

答：$U=\frac{CR^2}{4\varepsilon_0}$

11.2.26.
答：等势面；梯度

11.2.27.
答：$E_x=-A\frac{2x}{x^2+y^2}$，$E_y=-A\frac{2y}{x^2+y^2}$，$E_z=0$

11.2.28.
答：$E(r)=-U_0\frac{r}{2R^2}$

11.2.29.
答：0，相等，表面

11.2.30.
答：0

11.2.31.
答：$\sigma_1=\frac{1}{2}\sigma_0-\varepsilon_0E_0$；$E_1=-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}+E_0$；$\sigma_2=\frac{1}{2}\sigma_0+\varepsilon_0E_0$；$E_2=\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}+E_0$。

11.2.32.
答：$\sigma_1=\frac{Q_\mathrm{B}+Q_\mathrm{A}}{2S}$，$\sigma_2=\frac{Q_\mathrm{A}-Q_\mathrm{B}}{2S}$，$\sigma_3=\frac{Q_\mathrm{B}-Q_\mathrm{A}}{2S}$，$\sigma_4=\frac{Q_\mathrm{B}+Q_\mathrm{A}}{2S}$。

11.2.33.
答：$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R_1}+\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0R_2}$

11.2.34.
答：$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r}}$，$P=\frac{\varepsilon_\mathrm{r}-1}{\varepsilon_\mathrm{r}}\sigma$，$D=\sigma$，$\sigma'=\pm\frac{\varepsilon_\mathrm{r}-1}{\varepsilon_\mathrm{r}}\sigma$

11.2.35.
答：$\frac{C_1}{C}=2$，$\frac{C_2}{C}=\frac{2\varepsilon_\mathrm{r}}{\varepsilon_\mathrm{r}+1}=\frac{8}{5}$

11.2.36.
答：$\sigma_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{\mathrm{r}1}\varepsilon_{\mathrm{r}2}U_0}{d_1\varepsilon_{\mathrm{r}2}+d_2\varepsilon_{\mathrm{r}1}}$，$\sigma'=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_{\mathrm{r}1}-\varepsilon_{\mathrm{r}2})U_0}{d_1\varepsilon_{\mathrm{r}2}+d_2\varepsilon_{\mathrm{r}1}}$

11.2.37.
答：$1/\varepsilon_\mathrm{r}$，$1/\varepsilon_\mathrm{r}$

11.2.38.

答：$E=\dfrac{U}{d}$，$C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$，$Q=\varepsilon_0\varepsilon_r\dfrac{U}{d}S$，$W_e=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r SU^2}{2d}$

三　计算题

11.3.1.

总电场强度沿中垂线，大小为

$$E=2E_2\frac{r}{(r^2+a^2)^{1/2}}=\frac{qr}{2\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}$$

电场强度大小最大的地方

$$r=a/\sqrt{2}$$

11.3.2.

点电荷 q_0 所受的电场力为　$F=q_0E=\frac{q_0\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 d(d+l)}$

11.3.3.

P 点处的电场强度为

$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}=\sqrt{2}\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 d}$，方向与 x 轴的夹角：$\theta=\arctan\dfrac{E_y}{E_x}=\arctan 1=45^\circ$

11.3.4.

P 处的电场强度

$$E=2E_2\cos 45^\circ-E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2q}{a^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{q}{2a^2}\right]=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2\sqrt{2}-1}{2a^2}\right]$$

P 处的电势

$$U_P=2\times\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(a\sqrt{2})}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{4-\sqrt{2}}{2}\right)$$

11.3.5.

圆心 O 处的电场强度沿 y 方向　$E=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}sin\frac{\theta}{2}$

圆心 O 处的电势　$U=\frac{\lambda\theta}{4\pi\varepsilon_0}$

11.3.6.

环心 O 处的电场强度

$$E=E_x i+E_y j=-\frac{\lambda_0}{8\varepsilon_0 R}i$$

半圆环在环心 O 处的电势为

$$U_O=\int_0^{\pi}\frac{\lambda_0 R\cos\theta\,\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$$

11.3.7.

整个带电平面薄板在 P 点产生的电场强度为

$$E=\int_0^b dE=\int_0^b \frac{\sigma dx}{2\pi\varepsilon_0(a+b-x)}=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}ln\frac{a+b}{a}$$

11.3.8.

整个带电圆柱面在 P 点产生的电场强度为

$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}\right)$，方向沿 x 轴。

则整个带电圆柱面在P点产生的电势为

$$U=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\ln\frac{L+\sqrt{L^2+R^2}}{R}$$

11.3.9.

球心处的电场强度　$E=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

球心处的电势为　$U=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

11.1.10.

所以，$\vec{E}=\frac{\lambda}{\pi^2\varepsilon_0 R}\hat{\imath}$

11.3.11.

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}e_n\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}e_n$$

e_n 为沿平面外法线的单位矢量。

11.3.12.

（1）$r<R_1$ ，$E=0$

（2）$r>R_2$，$E=0$

（3）$R_1<r<R_2$，$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

11.3.13.

（1）$r<R_1$，$E=0$

（2）$r>R_2$，　$E=\frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

（3）$R_1<r<R_2$，　$E=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

11.3.14.

（1）$r<R$，$E=\frac{k}{5\varepsilon_0}r^3$

（2）$r>R$，$E=\frac{k}{5\varepsilon_0 r^2}R^5$

11.3.15.

点电荷电场中某点的电势　$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})$

11.3.16.

$$U_P=\frac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0}ln\frac{r_0}{r}$$

11.3.17.

（1）$E=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

（2）　$\Delta U=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

11.3.18.

空腔内任一点 P 的电势为

$$U_{\mathrm{P}}=U_O=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2-R_1^2)$$

11.3.19.

P 点的电场强度在 y 方向的分量为

$$E_y=-\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 y\sqrt{y^2+4l^2}}$$

11.3.20.

（1）点电荷 q 电场中电场强度的分布　$\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r$

（2）整个带电圆环在 P 点的电场强度　$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}$

（3）点 A 的电场强度 E 的值为

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(4x^2+y^2)^{1/2}}{(x^2+y^2)^2}$$

11.3.21.

（1）　$\Delta U=\frac{q(R_1-R)}{4\pi\varepsilon_0 RR_1}$

（2）　$\Delta U=\frac{q(R_1-R)}{4\pi\varepsilon_0 RR_1}$

（3）电势差为零。

11.3.22.

（1）B、C 板上的感应电荷分别为

$$Q_{\mathrm{B}}=\sigma_5 S=-\frac{Q}{3}=-\frac{3\times10^{-7}\ \mathrm{C}}{3}=-1\times10^{-7}\ \mathrm{C}$$

$$Q_{\mathrm{C}}=\sigma_2 S=-\frac{2Q}{3}=-\frac{2\times3\times10^{-7}\ \mathrm{C}}{3}=-2\times10^{-7}\ \mathrm{C}$$

（2）A 板的电势

$U_A \approx 2260\,V$

11.3.23.

（1）由高斯定理可知，$q_1=-q$；但由于不在球心，导体球壳内表面电荷q_1不是均匀分布，靠近点电荷q的表面电荷分布密，远离点电荷q的表面电荷分布稀。

由于电中性，导体球壳外表面带有电荷为$q_2=-q_1=q$；而且电荷q_2在导体球壳外表面均匀分布。

（2）取无限远处为电势零点。球心 0 处的电势为

$$U_O=U_q+U_{q_1}+U_{q_2}=\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 R_1}+\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 R_2}$$

（3）若使球壳带电荷Q，则导体球壳外表面带有电荷为$q_2=-q_1+Q=q+Q$；电荷分布的形式不变。球心 0 处的电势为

$$U_O=U_q+U_{q_1}+U_{q_2}=\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 R_1}+\frac{q+Q}{4\pi\,\varepsilon_0 R_2}$$

11.3.24.

介质中电场强度为

$$E=\frac{D}{\varepsilon}=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{\rm r}r^2}$$

11.3.25.

（1）

当$r<R_1$时　$D=0,\qquad E=0$

当$R_1\le r\le R_2$时　$D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}$，　$E_1=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

当$R_2\le r\le R_3$时　$D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}$，　$E_2=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

当$r>R_3$时　$D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}$，　$E_3=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

当$Q>0$时，电场强度和电位移方向都沿球半径向外。

（2）电势分布如下，

当$R_1\le r\le R_2$时，

$$V_1=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{\varepsilon_r}{r}-\frac{\varepsilon_r-1}{R_2}+\frac{\varepsilon_r-1}{R_3}\right)$$

当$R_2\le r\le R_3$时　$V_2=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R_3}\right)+\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

当$r>R_3$时　$V_3=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

（3）介质层内、外表面上的极化电荷面密度为

$$\sigma_2'=-P_2=-\frac{Q(\varepsilon_r-1)}{4\pi\varepsilon_r R_2^2}(r=R_2)\text{，}\quad \sigma_3'=P_2=\frac{Q(\varepsilon_r-1)}{4\pi\varepsilon_r R_3^2}(r=R_3)$$

11.3.26.

解：　该电容器的电容 $C=\dfrac{Q}{U}=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}R_1R_2R_3}{\varepsilon_{r2}R_3(R_2-R_1)+\varepsilon_{r1}R_1(R_3-R_2)}$

11.3.27.

能满足题设的条件为 $\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=\dfrac{R_1}{R_2}$

电缆单位长度上的电容为 $C=\dfrac{Q}{U}=\dfrac{2\pi}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}\ln\dfrac{R_2}{R_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}\ln\dfrac{R_3}{R_2}}$

11.3.28.

（1）　$C=\dfrac{Q}{\Delta U}=\dfrac{Q}{Q/8\pi\varepsilon_0 R}=8\pi\varepsilon_0 R$

（2）　$W_{\mathrm{e}}=\int w_{\mathrm{e}}\mathrm{d}V=\int_R^{2R}\dfrac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}4\pi r^2\mathrm{d}r=\dfrac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$

11.3.29.

（1）　$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}$

（2）

$$w_{e1}=\frac{1}{2}D_1E_1=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}\frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1{\varepsilon_2}^2U^2}{(\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2)^2}$$

$$w_{e2}=\frac{1}{2}D_2E_2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}\frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}=\frac{1}{2}\frac{{\varepsilon_1}^2\varepsilon_2U^2}{(\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2)^2}$$

11.3.30.

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d-l}$$