§7 机械波与电磁波

振动或扰动在空间以一定速度传播过程称为波动，简称波

§7.1 波动的基本概念

§7.1.1 机械波的形成

形成机械波需要弹性介质与波源

振动一次的扰动称为脉冲，脉冲的传播称为脉冲波

质元运动方向和扰动的传播方向垂直，横波

在同一直线 纵波

脉冲波最简单的是简谐波

某质元的简谐振动依次引起其它质元的简谐振动，简谐振动传播出去，形成机械波

§7.1.2 波的几何描述

相同相位各点组成的面称为波面

最前面的波面称为波前

与波面垂直且表明波的传播方向的有向线段称为波射线

§7.1.3 波函数与波形曲线

波速为 u 的波沿 x 轴正向传播，只要知道一个质元的规律：有

$$y_0(t,0)=f(t)$$

在 x 处：

$$y(t,x)=y_0\left(t-\frac{x}{u},0\right)=f\left(t-\frac{x}{u}\right)$$

x 轴负方向处：

$$y(t,x)=y_0\left(t+\frac{x}{u},0\right)=f\left(t+\frac{x}{u}\right)$$

波函数表示 $t=t_0$ 时刻各质元相对于自己的平衡位置的位移，波形曲线

§7.1.4 描述波动的特征物理量

取同相位的 Δt 内时间间隔 Δx $u=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

在一个全振动周期 T 后，有波长 $\lambda = uT$ → 波源振动周期。

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{u}{\lambda},\quad \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

波的频率等于波源的振动频率，而波的周期和频率与介质无关

§7.1.5 波的分类

机械波、电磁波

横波、纵波

平面波、球面波、柱面波

简谐波、复波

连续波、脉冲波

行波　驻波

§7.2 平面简谐波

§7.2.1 平面波函数

故点 O 的函数 $y_0(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$　$x=0$ 处质元在 t 时刻离开平衡位置的位移

波传播到 x 处所需 $\Delta t = \frac{x}{u}$，其将重复 $x=0$ 处质元在 $t - \frac{x}{u}$ 的运动

$$y(x,t) = y_0\left(0, t-\frac{x}{u}\right) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right],\ y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

关键在于传播方向，因为它决定了谁先发生。

§7.2.2 特征物理量

1. 相速度

$\varphi(t,x) = \left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$　决定了质元振动状态

$$\varphi(t,x) = \omega(t+\Delta t) - \omega\left(\frac{x+\Delta x}{u}\right)+\varphi_0$$

2. 周期和频率

$$\left[\omega(t+T') - \omega\left(\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] - \left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right] = 2\pi$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega} = T,\quad \nu' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \nu$$

§7.2.3 平面简谐波的其它表示形式

$$y=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0],\quad y=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$$

$$y=A\cos[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0],\quad y=A\cos[2\pi(\nu t+\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$$

$$y=A\cos[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0],\quad y=A\cos[\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0]$$

§7.2.4 平面简谐波的物理意义

在某一给定的质元 $x=x_0$ 处，由沿 x 轴正方向传播的波函数

$$y(x=x_0)=A\cos[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x_0+\varphi_0]=y(t)$$

在某时间 $t=t_0$ 时

$$y(t=t_0)=A\cos[\omega t_0-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0]$$

§7.3 波动方程

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=f''(t\pm\frac{x}{u}),\quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}f''(t\pm\frac{x}{u})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0$$ 称为平面波的波动方程。

随时间变化的物理量 $y(t,x)$，满足 ∠ 就以波的形式传播，速度为 u

三维空间：$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}-\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}=0$$

§7.4 波的能量

§7.4.1 波动过程中能量在介质中的传播

在弦中传播时，任取一个体积为 ΔV 的质元 $\Delta m=\rho\Delta V=\rho S\Delta x$，则某一时刻速度为

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin\omega(t-\frac{x}{u})$$

动能为：

$$E_k=\frac{1}{2}\Delta m v^2=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\Delta V=\frac{1}{2}\rho S\omega^2A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\Delta x$$

切剪力为：$F=GS\frac{\Delta y}{\Delta x}=k\Delta y,\quad k=\frac{GS}{\Delta x}$

真有弹性势能：

$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}\frac{ES}{\Delta x}(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}\frac{E}{\rho}\ldots\omega^2 A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})\Delta V = \frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2 A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

则 $E_k = E_p = \frac{1}{4}\rho S\Delta x\,\omega^2 A^2[1-\cos 2\omega(t-\frac{x}{u})]$

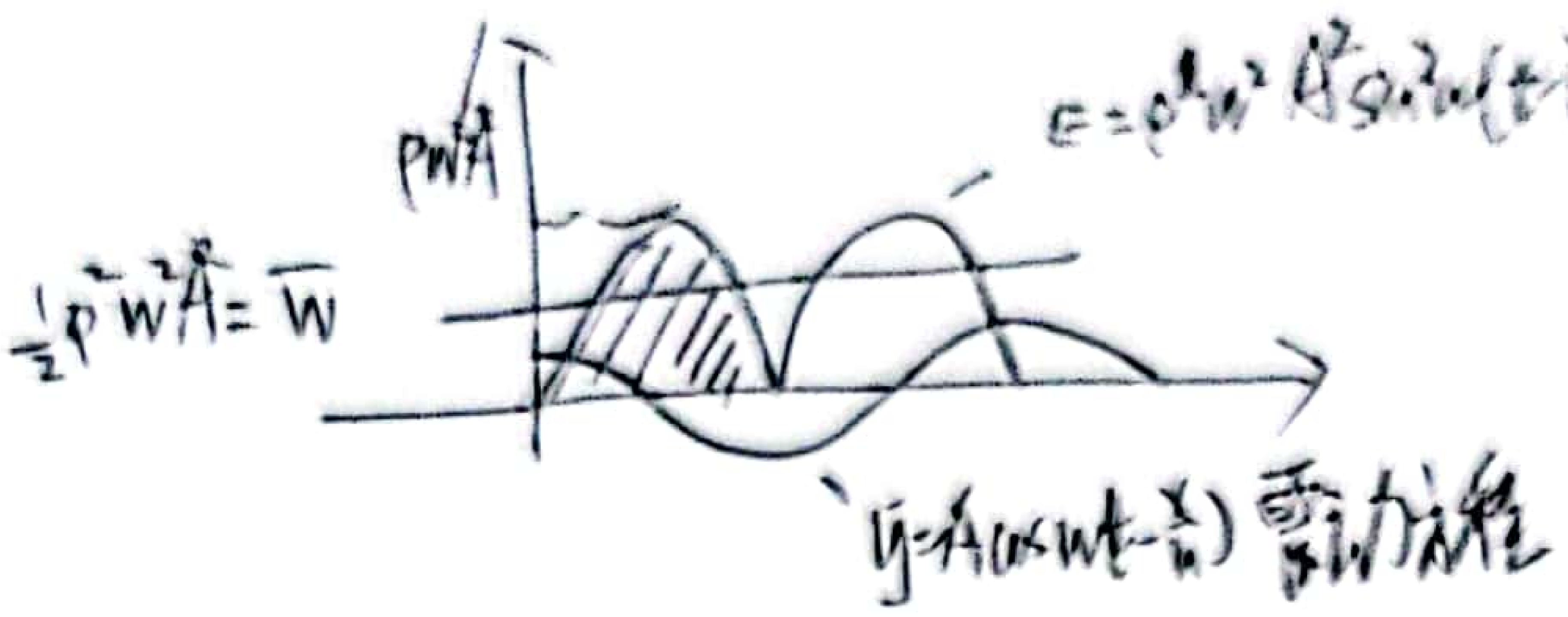
$w = \frac{E}{\Delta V} = \ldots w^2$

单位体积介质中所储存的能量称为波的能量密度 w 表示

$w = \frac{E}{\Delta V} = \rho\omega^2 A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u}) = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2[1-\cos 2\omega(t-\frac{x}{u})]$

一个周期内能量平均密度 $\bar{w}$

$\bar{w} = \frac{1}{T}\int_0^T w\,dt = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$



§7.4.2 能流密度

通过某一面积的能流就是时间单位内通过该面的平均能量

$$S = \frac{wu\,dt\,\Delta S}{\Delta S\,dt} = uw = u\rho\omega^2 A^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T uw\,dt = u\bar{w} = \frac{1}{2}\rho u\omega^2 A^2 \propto A^2$$ 可以用 A^2 表示波强

而因能量守恒 始终相等

∴ 对于球面波：$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$，$\frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$ 球

球面波是发散波，波强与到源的距离成反比

§7.5 惠更斯原理

§7.5.1 惠更斯原理

确定半径方向以画出下一时刻的圆，$r = u\Delta t$

§7.5.2 波的衍射

波在遇到障碍物时 传播方向会改变

§7.5.3 波的反射与折射

1. 反射定律

入射角等于反射角

2. 折射定律

与法角交角有 $\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 波速之比. 入射角与折射角的正弦之比是常值

§7.6 驻波

行波是能够传播的, 而驻波是一种特殊的干涉现象

§7.6.1 驻波的形成.

有 $y_1(t,x)=A\cos(\omega t-2\pi\frac{x}{\lambda})$

$y_2(t,x)=A\cos(\omega t+2\pi\frac{x}{\lambda})$

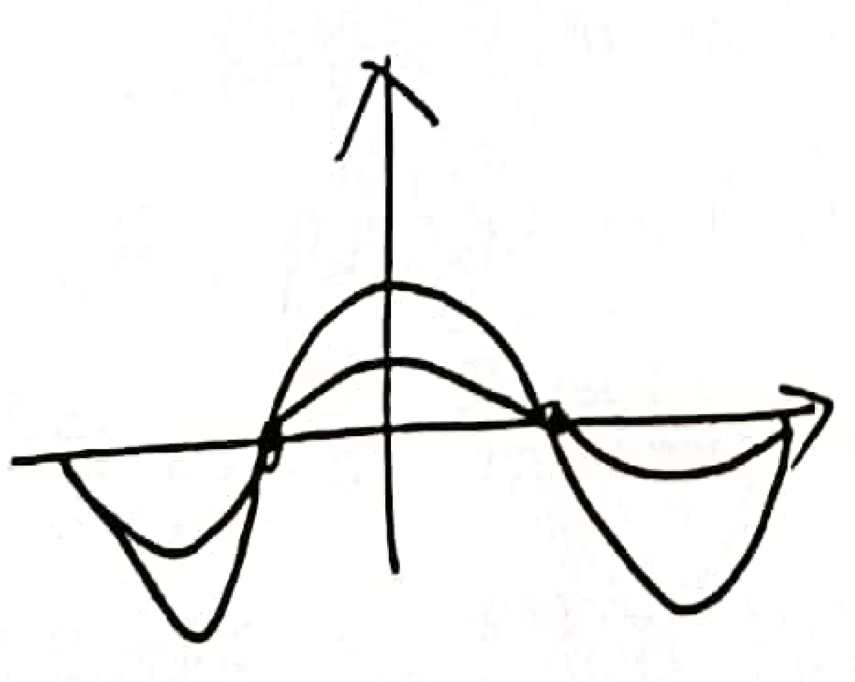
叠加波为 $y(t,x)=y_1(t,x)+y_2(t,x)=2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos(\omega t)$ (驻波)

$t=0$ 时刻 $y(x)=y_1(x)+y_2(x)=2A\cos(2\pi x/\lambda)$

各质元振幅于能 的平衡位置

$y(0)=2A$, $y(\pm\frac{\lambda}{8})=\sqrt{2}A$, $y(\pm\frac{\lambda}{4})=0$, $y(\pm\frac{3\lambda}{8})=-\sqrt{2}A$, $y(\pm\frac{\lambda}{2})=-2A$

§7.6.2 驻波的特点



1. 分段振动.

$x=\pm\frac{\lambda}{4},\pm\frac{3\lambda}{4}$ 处的波节永远不动, 满足 $|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})|=0$. $x=(k+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$

$x=0,\pm\frac{\lambda}{2},\pm\lambda$ 处波腹振幅最大 满足 $|\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})|=1$ $x=k\frac{\lambda}{2}$

振动相位.

在 $(-\frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{4})$ 段.

$y(t,x) = |2A\cos(2\pi x/\lambda)|\cos\omega t.$

因为驻波是由同频等振幅沿相反方向传播的相干波叠加而得.

在空间x处的相位差恒定

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda}) - (\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}) = 4\pi\frac{x}{\lambda}$

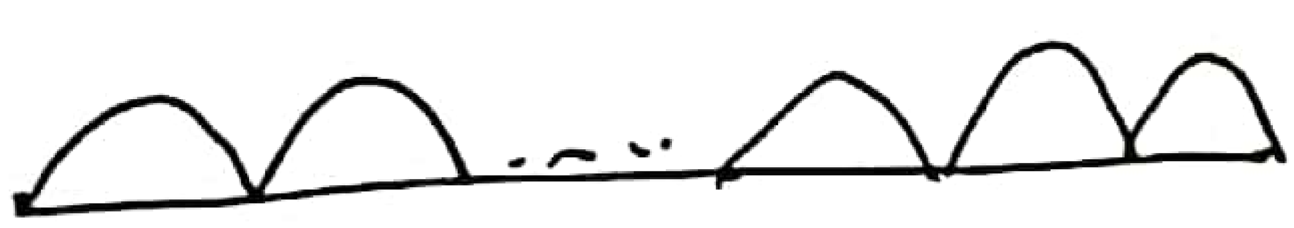
3. 半波损失

驻波常由行波反射形成

反射波函数: $y_2(t,x) = A\cos(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda} - 4\pi\frac{x_0}{\lambda} + \varphi_0 + \pi)$

但是否发生半波损失. $\rho_1 u_1 > \rho_2 u_2$. $\rho_1 u_1 \to \rho_2 u_2$ 无; $\rho_2 u_2 \to \rho_1 u_1$ 有

4. 弦上驻波



当且仅当波长为 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ 的波才是驻波

§7.7 声波

§7.7.1 声强和声强级

声波的平均能流密度称为声强. 即 $I = \frac{1}{2}\rho u \omega^2 A^2$

取空气密度 $\rho = 1.293kg/m^3$ 声速 $u = 332m/s$. $I_0 = 10^{-12}W \cdot m^{-2}$

定义声强为I的声波的声强级为. $L = \lg\frac{I}{I_0}(B) = 10\lg\frac{I}{I_0}(dB)$

人耳所能忍受的声强为 $1W/m^2$. 声强级为 120dB.

§7.7.2 声压

有波射与无波射压强之差为声压

$p = -K\frac{\Delta V}{V} = -K\frac{\partial\xi}{\partial x}$

如将其应用于有传播的流体

$$\xi(t,x)=A\cos w(t-\frac{x}{u})$$

纵波波速即声波的波速为 $u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$ 因为有：

声压：$p=-\rho u^2\frac{\partial\xi}{\partial x}=-\rho u w A\sin w(t-\frac{x}{u})$

声压幅值为 $p_{max}=\rho u w A$

声强：$I=\frac{1}{2}\rho u w^2A^2=\frac{1}{2}\frac{p_{max}^2}{\rho u}$

§7.7.3 超声波和次声波

超声波，频率高，可获得声强高达 $10^9W/m^2$ 的超声波，且穿透能力强。

次声波 频率低，衰减极小 有远距离传播的突出优点。

教 7.4

§7.8 多普勒效应

有相对运动时发生，靠近时，接收到的频率增大（蓝移）

远离时 频率减小（红移）

§7.8.1 频率 波长和波速

如果定义波长为 λ，波速为 u_s，波长 λ_S，接收到的波速为 u_R 波长为 λ_R。

$$\nu=\frac{u}{\lambda},\ \nu_S=\frac{u_S}{\lambda_S},\ \nu_R=\frac{u_R}{\lambda_R}.$$

有三种观察方式：看这三者是否存在相对运动，得到 ν，ν_S，ν_R 是否相等。

§7.8.2 波源与观测者，沿同一直线运动

1、波源静止而观测者向波源运动 波长不变

观测到：$u_R=u+v_R=u_s+v_R$

$$\nu_R=\frac{u_R}{\lambda_R}=\frac{u+v_R}{\lambda_S}=\frac{u+v_R}{u_s}\nu_S$$

2、波源静止而观测者背向波源运动（远离）

观测者：$u_R=u-v_R=u_s-v_R$

$$\nu_R=\frac{u_R}{\lambda_R}=\frac{u-v_R}{\lambda_S}=\frac{u-v_R}{u_s}\nu_S=\frac{u-v_R}{u}\nu_S.\ \nu_R=\frac{u-v_R}{u}\nu_S$$

3. 观测者静止而波源向观测者运动

由于波速固定，则观测到波长 $\lambda_R = uT - v_sT = \frac{u-v_s}{\nu_s}$

$$\nu_R = \frac{u_R}{\lambda_R} = \frac{u}{u-v_s}\nu_s$$

4. 观测者静止而波源向观测者背向运动

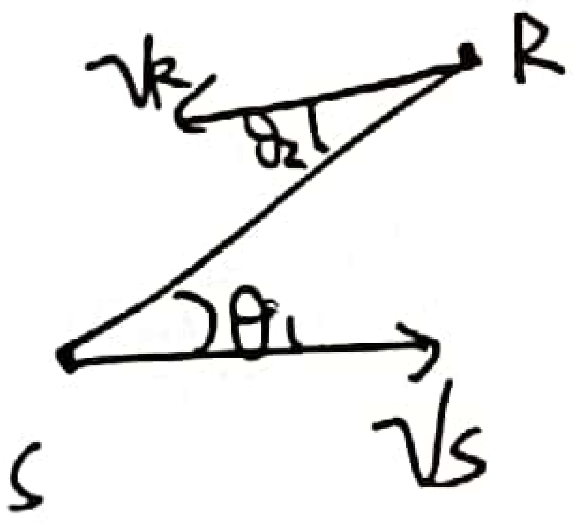
观测到 $\lambda_R = uT + \Delta\sigma = uT + v_sT = \frac{u+v_s}{\nu_s}$

$$\nu_R = \frac{u_R}{\lambda_R} = \frac{u}{u+v_s}\nu_s$$

综上：$\nu_R = \frac{u \pm v_R}{u \mp v_s}\nu_s$ 其中 ν_s 表示波源振动频率 ν_R 表示观测者接收到的波的频率. u 表示波在介质中的速度；v_R 表示观测者在介质中的速度. 当观测者朝波源时取正号；v_s 表示波源相对于介质的速度. 当波源朝向观测者时取负号.

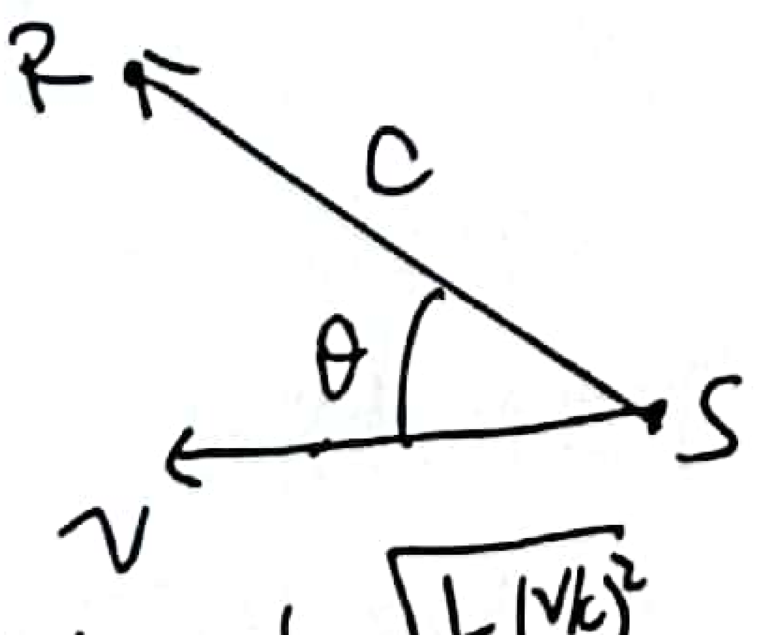
§7.8.3 波源与观测者不在同一直线

取其连线.



速度与SR的夹角 θ_1, θ_2 有：$\nu_R = \frac{u+v_R\cos\theta_2}{u-v_s\cos\theta_1}\nu_s$

§7.8.4 电磁波的多普勒效应



观测到：$\nu' = \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{1-(v/c)\cos\theta}\nu$

§7.9 电磁波

§7.9.1 电LC电磁振荡

电容的电容为C 电感为L 最大充电量为q_0 最大电流为i_0

设t时刻，A板和B板的电势分别为V_A和V_B

$$-L\frac{di}{dt}=V_A-V_B=\frac{q}{C},\ i=\frac{dq}{dt};\ \frac{d^2q}{dt^2}+\omega^2q=0,\ \omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

有 $q=q_0\cos(\omega t+\varphi)$, $i=-i_0\sin(\omega t+\varphi)=i_0\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

§7.9.2 电磁波的产生

等量异号的电荷开始做简谐振荡

§7.9.3 电磁波的波动方程

电磁场基本理论的麦克斯韦方程组简化为：

$$\nabla\cdot E=0,\ \nabla\cdot H=0,\ \nabla\times E=-\mu\frac{\partial H}{\partial t},\ \nabla\times H=\varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}$$

有电磁波的传播速度为 $u_0=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=2.99863383\times10^8\ m/s$

§7.9.4 平面电磁波的性质

(1) 电磁波是电场E和磁场H在空间的传播，是其两种波动。

(2) 电磁场E H两种波动 相位完全相同。

(3) E、H的方向始终垂直，在传播过程中E H，振动方向不变，各自在自己的振动面振动，且两两垂直。

(4) 电磁波是横波，电场方向磁场方向互相垂直，传播方向、电场方向和磁场方向形成右手螺旋关系。

(5) E和H的大小关系：$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$, $\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$

(6) 电磁波在不同介质中传播速度不同，在真空中传播速度c与在介质中的速度 $u=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ 的比值，称为介质的折射率

方程：
$$\begin{cases}E=E_0\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)=e_yE_0\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)\\ H=H_0\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)=e_zH_0\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0)\end{cases}$$

§7.9.5 电磁波的能量

$$w=w_e+w_m=\frac{1}{2}E\cdot D+\frac{1}{2}B\cdot H$$

在均匀各向同性介质中，$w_e=w_m$ 因此电磁场的能量密度为

$$w=2w_e=2w_m=\frac{\varepsilon}{2}E^2+\frac{\mu}{2}H^2=\varepsilon E^2=\mu H^2=\frac{1}{\mu}B^2$$

对于能流密度定义成 $S=uw=\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}(\varepsilon E^2+\mu H^2)=EH$，$S=EH$

在波动光学中光是电磁波，光强表示为

$$I=\frac{1}{T}\int_0^T S\,dT=\frac{1}{T}\int_0^T E_0H_0\cos^2\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_0\right)dt=\frac{1}{2}E_0H$$

$$I=\frac{1}{2}E_0H_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}H_0^2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\propto E_0^2$$

§7.9.6 电磁波谱

1. 无线电波 $10\sim10^9\,Hz$.
2. 微波 $10^9\sim3\times10^{11}\,Hz$ 对于水和食物可以吸收.
3. 红外线 $760nm\sim0.75mm$（频率 $3\times10^{11}\sim4\times10^{14}\,Hz$）
4. 可见光 $390nm\sim760nm$（频率 $3.84\times10^{14}\sim7.69\times10^{14}\,Hz$）
5. 紫外线 $10\sim400nm$（频率 $8\times10^{14}\sim3\times10^{17}\,Hz$）
6. X射线 $0.1nm\sim10^4nm$（频率 $\sim10^{17}\sim10^{19}\,Hz$）
7. 伽马射线 $0.03nm\sim10^{-5}nm$（频率 $10^{18}\sim10^{22}\,Hz$）