**数学分析拓展1大作业**

**题目：请您尝试利用所学数学分析的内容，例如极限等，编写一份教学案例，诱导小牛顿给出严格的导数定义，从而避免第二次数学危机。**

**要求：**

1. **该教案要逻辑清晰，易于学习。**
2. **要给出一些严格的定义和定理，并配有相关证明和简单的例题和答案。**
3. **结合中国传统数学，让牛顿感受中华文化的博大精深。**
4. **以牛顿的聪明才智，该教学案例不用超过三页。**
5. **正式作业以A4纸打印，填写页眉处姓名、大工学号和班级（例如数理2001）。所有公式请以word的公式编辑器编辑。正式教案编写除保留页眉和标题**

**“数学分析拓展1大作业”外，题目和要求请删除。**

1. **请各位同学在2021年12月21日之前交给我。**
2. **严禁抄袭，一旦发现双方都将判定为0分。**

**数学分析拓展1大作业**

案例问题：对于一个函数，我们要研究的东西有什么？我们如何去研究一个函数的性质？回归到现实问题：如何找到最大的利润？如何最小化成本？

1. **引出导数：**

我们可以通过差商

得到和的割线斜率。现在让是无穷小的数，使得逐渐趋近，并且割线的斜率接近切线的斜率。

**定义1.1：一个函数的在点处的导数为**

**此外经过且斜率为的直线称其为切线。**

例题1.1：求出的导数。

解：

因为是无穷小，所以令得

1. **是不是？**

为了避免这种歧义，我们用更严谨的方式定义极限

所以但是，因此我们说不是“等于”而是说他“趋向于0”。注意，和的顺序非常重要：我们通过证明无论有多小都有使得。由此，可以说的取值由决定。

例题2.1： 证明。

证：令



令有

1. **连续性**

**定义3.1：令函数和，存在使得。若存在**

**则称函数在点连续。**

现有函数 。当，因此右极限

但是左极限

不存在。因此也不存在。

**定理3.1：如果函数在点可导则函数在点连续。**

证明：如果则

因此所以在点连续。

1. **总结**

导数是函数在连续的一点上满足。其中是一个变量，代表了一个趋向于的趋势。早在公元3世纪，中国数学家刘徽将极限的思想用在计算圆的面积时建立的“割圆术”，具体做法是作半径为圆的内接多边形，只要边数越多圆内接正多边形与圆面积之差越小，因此与圆周率的误差则越小，即“割之弥细,所失弥少.割之又割,以至于不可割,则与圆和体,而无所失矣”。这就是割圆术所反映的朴素的极限思想。应用到导数上。利用-语言，则可以严谨的定义极限，因此对比牛顿的定义