Daniel Vázquez Lago

Geometría Diferencial

Curvatura, Superficies y Riemman

Índice general

Variedades, tensores y formas exteriores

Geometría y Topología

0.14

Capítulo 1

Variedades y Campos vectoriales

La geometía diferencia letudia las propiedades geométricas como $S \in \mathbb{R}^3$, o más general (hipersuperficies). Hay dos tipos de propiedades, las intrínsecas, que son las más importantes, y las que dependen de la propia dimensión. Las propiedades geométricas de un objeto son, por ejemplo, la simetría, distancia, curvatura, pendiente...

Definición 1.1

Una **variedad** es un espacio topológico $\mathcal{M}$ que puede ser cubierto por subconjuntos abiertos $\mathcal{U}_a$, tal que $\mathcal{M} = \cup_a \mathcal{U}_a$,t tal que para cada $\mathcal{U}_a$ existe una aplicación $\phi_{\mathcal{U}_T} : \mathcal{U}_a \to \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ dessde $\mathcal{U}_i$ a un un subconjutno $\phi_{\mathcal{U}_a}(\mathcal{U}_a) \in \mathbb{R}^m$. De manera naif, podemos decir que una variedad de m dimensión es un espacio topológico que localmente es como $\mathbb{R}^m$.

Ejemplo 1.1 – Círculo S^1

El círculo S^1 se puede describir con dos cartas. Lo normal sería pensar que se puede describir con una, ya que el espacio $\phi(p \in S^1) \to \varphi = (0, 2\pi) \in R^1$. Sin embargo no es posible debido a que $\phi^{-1}(0) = \phi^{-1}(2\pi)$ pero $0 \neq 2\pi$. Las cartas que lo describen serían:

$$\phi_{\mathcal{U}_1} : \varphi \in (-\varepsilon, \pi + \varepsilon) \qquad \phi_{\mathcal{U}_2} : \chi \in (-\varepsilon, \pi + \varepsilon) \tag{1.1}$$

Capítulo 2

Tensores y Formas Exteriores

Capítulo 3

Integración sobre formas diferenciales

Capítulo 4

La derivada de Lie

Capítulo 5

Lema de Poincaré

0.27

Capítulo 6

$\mathbb{R}^3$ y Minkowski

Capítulo 7

La geometría de superficies en $\mathbb{R}^3$

Capítulo 8

Diferenciales Convariantes y Curvaturas

Capítulo 9

Geodésicas

Capítulo 10

Relatividad, Tensores y Curvatura

Bibliografía

[1] Theodore Frankel. *The Geometry of Physics: An Introduction*. 3.ª ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2011, pág. 748. ISBN: 978-1-107-60260-1.