

# **Trabajo de Fin de Grado**

Daniel Vázquez Lago

25 de junio de 2025

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Motivación experimental</b>	<b>3</b>
2.1. Modelo de capas . . . . .	3
2.2. Núcleos ricos en neutrones . . . . .	4
2.3. Núcleo halo . . . . .	5
2.4. Litio 10 y Litio 11 . . . . .	5
2.5. Reacción de transferencia $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$ . . . . .	6
<b>3. Metodología</b>	<b>7</b>
3.1. ACTAR TCP . . . . .	7
3.2. Cinemática . . . . .	8
3.2.1. Notación . . . . .	8
3.2.2. Cálculo de los ángulos . . . . .	9
3.3. Pérdidas de energía en el Gas . . . . .	11
3.4. Detectores . . . . .	11
3.5. Straggling Angular . . . . .	12
<b>4. Simulación</b>	<b>12</b>
<b>5. Análisis de los resultados</b>	<b>16</b>
5.1. Reconstrucción sin fuentes de incertidumbre . . . . .	16
5.2. Reconstrucción solo con straggling y resolución del silicio . . . . .	17
5.3. Reconstrucción solo con straggling angular . . . . .	18
5.4. Reconstrucción con todas las fuentes de incertidumbre . . . . .	18
5.5. Recuperación de eventos a través del trigger . . . . .	19
<b>6. Conclusiones</b>	<b>19</b>
<b>Referencias</b>	<b>22</b>

Cosas que añadir actualmente:

## 1. Introducción

La física nuclear es una rama fundamental de la física que estudia las propiedades, estructura y transformaciones del núcleo atómico. Desde el descubrimiento de la radiactividad a finales del siglo XIX hasta el desarrollo de modelos nucleares avanzados en el siglo XXI, esta disciplina ha tenido un profundo impacto tanto en la comprensión de la materia como en múltiples aplicaciones tecnológicas y científicas. Entre estas destacan la producción de energía nuclear, las técnicas de diagnóstico y tratamiento médico, la datación radiométrica y el estudio de procesos astrofísicos como la nucleosíntesis estelar.

Los núcleos con un alto número de neutrones, según los modelos actuales, juegan un papel fundamental en los procesos astrofísicos, en particular en la producción de átomos pesados que hallamos en el universo. En este contexto el estudio de sus características principales se hacen fundamentales para comprender cómo funcionan estas cadenas de producción de átomos pesados, tanto para comprender bajo qué condiciones aparecen y conocer cuáles reacciones predominan y en qué clase de estrellas.

Sin embargo estudiar átomos ricos en neutrones presenta una gran dificultad, al ser núcleos muy poco estables e incluso no ligados. Precisamente por la dificultad de producción en muchos casos se necesitan instalaciones y experimentos muy particulares, diseñados específicamente para medir reacciones nucleares. Entre estos experimentos encontramos en ACTAR TPC con implicación directa de la USC a través del IGFAE, y que como veremos, nos permitirá caracterizar con precisión reacciones nucleares de transferencia, qué tal y como veremos, nos permitirá extraer información acerca de núcleos con un número alto de neutrones.

## 2. Motivación experimental

### 2.1. Modelo de capas

La hipótesis principal del modelo de capas es suponer que los nucleones se mueven en el núcleo casi independientemente los unos de los otros a pesar de la interacción fuerte. Este movimiento libre significa, en última instancia, que el recorrido libre medio de un nucleón en materia nuclear es grande comparado con las dimensiones del núcleo. En el modelo de capas la interacción nucleón con sus compañeros se reduce a la interacción con un **campo autoconsciente** (*self-consistent field*) creado por ellos. Generalmente se supone que este campo autoconsciente es estático y esféricamente simétrico.

Debido al corto alcance de las fuerzas nucleares, el potencial del campo autoconsciente tiene dependencia radial muy similar a la densidad nuclear, es decir, es casi constante dentro del núcleo y se anula fuera. Por lo tanto, en primera aproximación podríamos considerar que el potencial nuclear es constante en el interior del núcleo, tal como se hace en el modelo de gas de Fermi ideal<sup>1</sup>, con lo cual las funciones de onda de los nucleones serían ondas planas.

No obstante, cuando introducimos un campo autoconsistente que depende de la distancia al centro del núcleo, las funciones de onda de los nucleones se modifican, a través de la ecuación de Schrödinger,

<sup>1</sup>El modelo de capas incorpora la hipótesis del modelo de gas de Fermi.

dejando de ser ondas planas. Una vez definido el potencial con el que queramos modelar la interacción nuclear, las soluciones nos llevarán a estados energéticos discretos similares, que como en el caso del átomo de hidrógeno, irá llenando los niveles energéticos de acuerdo con el principio de Pauli. El potencial usado es la suma del potencial de Coulomb, un potencial que contenga la interacción nuclear (el más realista es un potencial de Wood-Saxon) y el término de interacción espín-órbita. A través de estos niveles podemos predecir el valor tanto del momento angular total y los posibles estados excitados del núcleo. Existen varias secuencias de llenado de nucleones en la literatura, dependiendo de los parámetros exactos que se usen en la parametrización del campo nuclear autoconsciente. Por ejemplo, usando un potencial nuclear parametrizado como un armónico con término cuadrupolar de tal modo que podamos incluir un parámetro que incluya la deformación del núcleo tendríamos una corrección del modelo de capas, en el llamado *modelo de Nilsson* [10], o por ejemplo el modelo Seniority o BCS [3] que incluye términos de apareamiento.

En general este es capaz de predecir la mayoría de números mágicos<sup>2</sup>. Este tipo de modelos funciona muy bien para los núcleos estables, sin embargo no parece predecir correctamente los momentos angulares orbitales y de espín en núcleos exóticos debido a que es necesario incluir más términos en el potencial. Incluir más términos llevará a un reordenamiento de los niveles nucleares que puede cambiar drásticamente las energías de las excitaciones o momentos angulares de las mismas. Precisamente por eso importante estudiar núcleos exóticos, para comparar las predicciones de los modelos nucleares con datos experimentales y así evaluar la validez y las limitaciones del modelo de capas tradicional. Por ello, el estudio de estos sistemas no solo permite entender mejor la estructura nuclear, sino también refinar las herramientas teóricas utilizadas para describirla.

## 2.2. Núcleos ricos en neutrones

Los núcleos ricos en neutrones es uno de los campos de la física nuclear moderna, no solo porque son fundamentales a la hora de entender los procesos astrofísicos [14], (proceso de captura rápida de neutrones), los cuales parecen responsables de la creación de la mayor parte de núcleos muy pesados ( $60 < A$ ), que se dan en la expansión tras un colapso del núcleo de una supernova, o la descompresión de la materia neutrónica emitida por la fusión de una estrella binaria compacta de neutrones; sino porque revelan nuevas estructuras nucleares (halos nucleares, modificación del orden de las capas nucleares y números mágicos...).

Estas nuevas estructuras nucleares ponen a prueba modelos teóricos y arrojan información necesaria para adaptar modelos fenomenológicos que permitirán obtener resultados teóricos a otros núcleos ricos en neutrones imposibles de medir en experimentos actualmente por la incapacidad actual de producirlos (debido a su baja estabilidad y su falta de estados ligados).

La mayor parte de estructuras exóticas las encontramos en la *drip-line*, tanto de protones, como de neutrones, sobre la que conocemos únicamente 8 o 9 elementos sobre ella, particularmente en los átomos ligeros. En aquellos que se ha alcanzado esta *drip-line* los núcleos presentan formas exóticas, comportamientos anómalos que no son vistos en núcleos en la estabilidad. Entre estos comportamientos encontramos los núcleos halo.

Existen muchas maneras de obtener información acerca de la *drip-line*. Por un lado encontramos decaimientos beta, que nos permiten conocer la masa, espín y momentos angulares. Por otro lado las interacciones y secciones eficaces elásticas nos hablan acerca del radio y distribuciones de densidad.

---

<sup>2</sup>Que son ciertos valores de  $N$  y  $Z$  los núcleos muestran una estabilidad inusual, que se manifiesta, por ejemplo, en una energía de separación de dos nucleones (protones o neutrones) grande.

des, las distribuciones a diferentes energías y momentos angulares la presencia de núcleos halo. Las reacciones inelásticas de transferencia o resonancias elásticas nos pueden arrojar información acerca de estados nucleares no ligados [6]

### 2.3. Núcleo halo

El halo de neutrones es, en esencia, una manifestación del efecto túnel cuántico, que surge cuando un estado nuclear ligado se encuentra muy próximo al continuo energético [13], es decir, a un estado no ligado, y que se entiende como una estructura formada por varios cuerpos (uno pesado llamado *core* y varios ligeros) de manera similar a la órbita de un electrón alrededor del núcleo. A los núcleos formados por dos nucleones y un core, tal que el estado con un nucleón y un core es no ligado [4] lo llamamos **núcleo Borromeano**, y podemos encontrar entre ellos  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^{11}\text{Li}$ ,  ${}^{14}\text{Be}$  y  ${}^{17}\text{B}$ .

Para que se de una estructura de halo se necesita una combinación de energía de ligadura de neutrones muy pequeña ( $< 1$  MeV) y una fuerza de corto alcance (como es la fuerza nuclear) [13], que por ejemplo en el caso del  ${}^{11}\text{Li}$  es de  $S_{2n} = 369.15(65)$  keV [12]. El requerimiento de que la energía de ligadura sea pequeña hace que la mayor parte de los halos solo puedan tener uno o dos neutrones en el halo. Dicha combinación de factores permite al neutrón a través del efecto túnel moverse alrededor del core núcleo, lo que conlleva a su vez que el núcleo tenga un tamaño más grande de lo normal: la función de ondas de los neutrones hace probable que este a distancias mucho más lejanas.

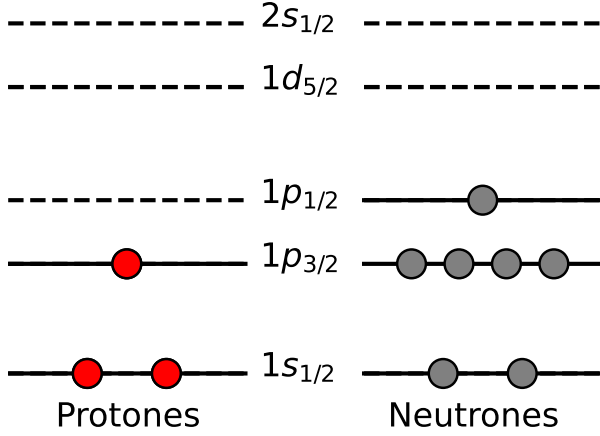
Precisamente esto fue demostrado en 1985 por Tanihata et Al. para el  ${}^{11}\text{Li}$ , que por aquel entonces era un candidato a ser un núcleo halo. En este experimento hallaron que su radio era un 30% mayor que el núcleo  ${}^9\text{Li}$ . Teóricamente este estado halo consideraba que el core interactuaba levemente con el núcleo, y que por tanto la distribución de carga debía ser similar entre el litio 9 y el litio 11. Esto fue probado por el ISOLDE, CERN, estudiando el momento cuadrupolar eléctrico [2] y momento dipolar magnético [1] a través de decaimientos beta. Se había predicho además que la presencia de halos estarían asociadas a grandes secciones eficaces, lo cual también fue demostrado experimentalmente.

### 2.4. Litio 10 y Litio 11

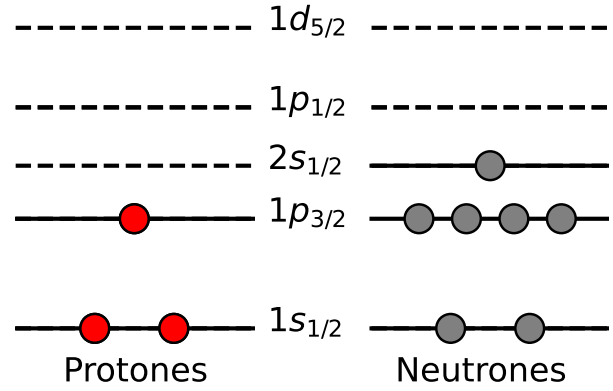
Como ya hemos dicho, el litio 11 es un núcleo borromeano, para lo cual es condición indispensable que el núcleo litio 10 sea un núcleo no ligado, es decir, que la suma de la masa de los protones y neutrones que la componen sea menor que la masa del propio litio 10. Que sea un estado no ligado implica que solo pueden vivir a través de

¿Por qué es interesante conocer el estado no ligado litio 10? Por que la función de ondas del  ${}^{11}\text{Li}$  puede expresarse en realidad como una superposición de diferentes resonancias del  ${}^{10}\text{Li}$  y un neutrón que ocupa lo que denominamos “estado orbital relevante” o último estado orbital (el que define alguna de las características de interés del sistema) [11]. Además de conocer el estado del litio 10, lo cual puede hacerse a través de varias reacciones, para conocer el litio 11 necesitaremos entender cuales son las relaciones del litio 10 y el neutrón extra.

En principio el litio 10 según el modelo de capas típico debería tener una componente principal de  $1p_{1/2}$  tal y como mostramos en fig. 1. sin embargo es sabido que debido a la gran cantidad de neutrones que hay en el sistema el modelo de capas habitual no funciona. El reordenamiento producido por el uso de términos adicionales, como puede ser el *modelo de capas de Gamow* llevan a que el estado  $2s_{1/2}$  se introduzca entre el  $1p_{3/2}$  y el  $1p_{1/2}$ .



**Figura 1:** Capas del  $^{10}\text{Li}$  según el modelo de capas tradicional.



**Figura 2:** Capas del  $^{11}\text{Li}$  según el modelo de capas modificado.

Existen diferentes formas de explorar los estados resonantes, siempre a partir de reacciones de transferencia, como  $^9\text{Be}(^9\text{Be}, ^8\text{B})^{10}\text{Li}$ . Diferentes reacciones se pusieron en marcha para poder hallar cual era el estado que dominaba, si el  $1p_{1/2}$  o el  $2s_{1/2}$ , como pueden ser  $^9\text{Li}(d, p)\text{Li}$  o  $^{10}\text{Be}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{N})^{10}\text{Li}$ . La mayor parte de estas mostró que efectivamente el primer estado excitado es el  $1p_{1/2}$  mientras que el estado fundamental era el  $2s_{1/2}$ . Pese a todo, la mayor parte de las reacciones no estudiaba que grado de influencia tenían estas resonancias en el  $^{11}\text{Li}$  [11].

Para esto, la mejor manera de hacerlo es a través de reacciones que quiten neutrones al  $^{11}\text{Li}$ , tal y como pueden ser  $^{11}\text{Li}(p, d)^{10}\text{Li}$  o  $^{11}\text{Li}(d, t)^{10}\text{Li}$ .

## 2.5. Reacción de transferencia $^{11}\text{Li}(d, t)^{10}\text{Li}$

La reacción en la que nos vamos centrar nosotros es:



Esta reacción es una de las más interesantes a la hora de obtener información acerca de núcleos halo con precisión. Esta es particularmente interesante dentro del estudio del litio 11 debido a su capacidad para proporcionar información directa sobre la estructura halo. A diferencia de muchas reacciones que sólo permiten estudiar el espectro excitado de  $^{10}\text{Li}$ , esta reacción accede directamente a las configuraciones de un solo neutrón en  $^{11}\text{Li}$ , facilitando la reconstrucción de sus componentes estructurales, tal y como hemos mencionado anteriormente.

¿Por qué es relevante estudiar  $^{11}\text{Li}(d, t)^{10}\text{Li}$ ?

- Permite investigar el papel de los estados resonantes de  $^{10}\text{Li}$  en la estructura del halo de  $^{11}\text{Li}$ . Dado que  $^{10}\text{Li}$  es inestable y no tiene un estado ligado, su estudio experimental es muy complicado, y esta reacción permite observar sus resonancias de forma más directa. [11].
- La transferencia de un neutrón desde  $^{11}\text{Li}$  al deuterón que forma el tritón permite poblar estados de  $^{10}\text{Li}$  con características específicas de momento angular y energía, mostrando la naturaleza de las configuraciones  $s_{1/2}$  y  $p_{1/2}$  en el estado fundamental de  $^{11}\text{Li}$ . [5].

- Es sensible a los factores espectroscópicos, es decir, permite medir la probabilidad de encontrar una cierta configuración de un neutrón y  $^{10}\text{Li}$  en el estado fundamental de  $^{11}\text{Li}$ , lo cual no es accesible en muchas otras reacciones. [11].

Ventajas frente a otras reacciones de transferencia

- A diferencia de otras como  $^9\text{Li}(d,p)^{10}\text{Li}$ , la reacción  $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$  accede directamente a la estructura del halo en  $^{11}\text{Li}$ , no sólo a la existencia de resonancias en  $^{10}\text{Li}$ . [5].
- El modelo DWBA aplicado en este tipo de estudios, junto con funciones de solapamiento derivadas de un modelo tridimensional, permite una comparación más directa y realista con datos experimentales. [5].

En resumen, la reacción  $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$  no sólo aporta datos sobre los estados de  $^{10}\text{Li}$ , sino que se convierte en una herramienta crucial para entender cómo se configura el halo en  $^{11}\text{Li}$ , permitiendo extraer porcentajes de contribuciones tipo  $s_{1/2}$  y  $p_{1/2}$ , y estudiar la ruptura del cierre de capa en  $N = 8$ . Por ello, tiene una relevancia singular dentro de la física nuclear de sistemas exóticos.

### 3. Metodología

#### 3.1. ACTAR TCP

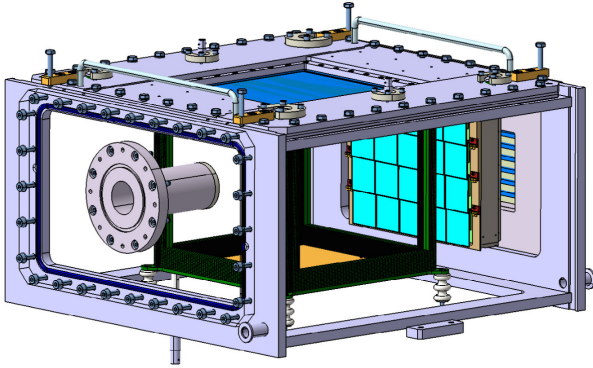
El detector ACTAR TPC (*Active TARget and Time Projection Chamber*) es un detector diseñado para estudiar núcleos exóticos con tiempos de vida medios muy cortos, que con detectores tradicionales (en los que serían las partículas ligeras las que se acelerarían para bombardear al núcleo de interés) sería muy complicado.

Este detector funciona con cinemática inversa, de tal modo que el núcleo pesado es el haz, lo que hace que la cinemática del centro de masas y del laboratorio sea muy diferente, y por tanto su estudio de gran importancia. Además ACTAR TPC es un detector gaseoso, en el que el gas es el medio activo (eseto es, que participa directamente en la reacción de interés). Es gaseoso por varios motivos: el primero es poder usar la ionización de la partícula a través del gas para obtener trazas a partir del rastro de ionización que deja el haz (que sería la parte de la TPC). Bajo la presencia un campo eléctrico los electrones de la ionización derivan hacia el ánodo, recogido por un detector segmentado en pads donde se amplifica su carga. El tiempo de llegada de los electrones  $\Delta t$  sirve de estimación de la posición  $z$ . Otro de los motivos es que las pérdidas de energía son bien conocidas y por tanto corregir errores fácilmente.

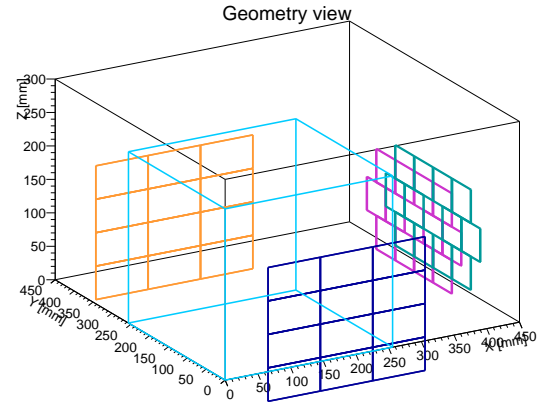
Es decir, ACTAR TCP nos permite construcción tridimensionalmente el recorrido de la partícula dentro de la cámara de gas (siendo una de las dimensiones la temporal). Esta reconstrucción 3D es la que permite obtener el vértice de la reacción y aplicar correcciones por propagación.

Hablando de las características técnicas, la ACTAR TPC tiene una dimensión de  $606 \times 606 \times 335 \text{ mm}^3$ , con una caja en el interior de dimensión  $295 \times 295 \times 255 \text{ mm}^3$  llamada cámara de deriva que es precisamente donde está el campo eléctrico que nos permite recolectar los electrones ionizados (en la parte superior) con detectores de  $2 \times 2 \text{ mm}^2$ . Nosotros lo llenaremos con una mezcla de dos gases: 90 %  $\text{D}_2$  e 10 %  $\text{CF}_4$  a 900 mb (deuterio molecular y tetrafluorometano).

Debido a las pérdidas de energía, existe una cierta probabilidad de que algunas partículas (principalmente las ligeras) tengan suficiente energía como para atravesar el gas sin pararse, perdiendo información sobre las colisiones. Por eso se disponen a lo largo de los lados de ACTAR y dos muros de silicios justo enfrente a la salida del haz. Los silicios tienen un tamaño  $5 \times 5 \text{ cm}^2 \times 1.5 \text{ mm}$ , y se puede ver la disposición usada en fig. 4. Estos silicios tuvieron que colocarse a una distancia prudencial de ACTAR, ya que aunque disminuya la eficiencia de los silicios es posible que el campo eléctrico de los mismos distorsione el campo eléctrico de deriva. Consideraremos la notación  $l_0$  y  $r_0$  para los silicios de la izquierda y derecha respectivamente y  $f_0$  y  $f_1$  para la doble capa de silicios en la parte frontal.



**Figura 3:** Dibujo en 3D asistido por ordenador (CAD) de (ACTAR TPC). Imagen de [9].



**Figura 4:** Dibujo de la geometría implementada en la simulación.

## 3.2. Cinemática

En este apartado trataremos de resolver la cinemática de la reacción de interés  $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$ . Resolver la cinemática básicamente implica obtener los ángulos de las partículas salientes y sus energías en función de: la energía cinética de la partícula incidente en el sistema laboratorio, el ángulo del centro de masas (que es el afectado por la sección eficaz) y la energía de excitación de la partícula  $^{10}\text{Li}$  (o la energía de excitación en general que podrá llevar también la ligera).

La cinemática responde únicamente a las leyes de conservación de la energía-momento, por lo que no tendremos que tener en cuenta ni interacciones electromagnéticas ni nucleares. La sección eficaz que influye en el ángulo de salida, que encierra la física nuclear de la interacción, será discutida más adelante.

### 3.2.1. Notación

Dado que en función del sistema de referencia tendremos un valor de momento u otro, necesitaremos especificar que sistema de referencia seguimos. Usaremos la siguiente notación:  $p_1$  es el momento en el sistema laboratorio y  $p'_1$  es el sistema del centro de masas. En la siguiente figura presentamos un esquema de ambos sistemas de referencia, y como son las partículas para cada uno de ellos.



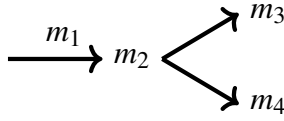


Figura 5: Sistema Laboratorio

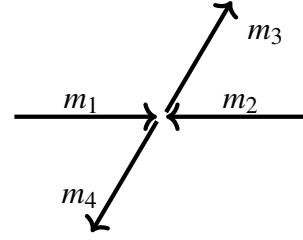


Figura 6: Sistema Centro de Masas

### 3.2.2. Cálculo de los ángulos

En esta sección trataremos de obtener los ángulos de salida de las partículas 3 y 4 (y sus energías) en función de las variables conocidas: energía cinética y masas de las partículas. Para esto necesitaremos calcular las energías de las partículas en el sistema centro de masas, ya que las relaciones de conservación de la energía es mucho mas sencilla en este sistema referencial. Luego podremos recuperarlas usando la *transformada de Lorentz*.

Como podemos ver en las figuras, en el sistema laboratorio la partícula 1 está en movimiento mientras que la partícula 2 está en reposo. Eso nos lleva a que sus momentos, en el sistema de referencia del laboratorio:

$$P_1 = (E_1/c, \mathbf{p}_1) \quad P_2 = (m_2 c, 0) \quad (2)$$

$$P_3 = (E_3/c, \mathbf{p}_3) \quad P_4 = (E_4/c, \mathbf{p}_4) \quad (3)$$

Por otro lado, los momentos en el sistema de referencia del centro de masas vendrán dados por

$$P'_1 = (E'_1/c, \mathbf{p}'_1) \quad P'_2 = (E'_2/c, -\mathbf{p}'_1) \quad (4)$$

$$P'_3 = (E'_3/c, \mathbf{p}'_3) \quad P'_4 = (E'_4/c, -\mathbf{p}'_3) \quad (5)$$

Asumiremos que la partícula 1 incidente se mueve únicamente en el eje  $x$  tal que  $\mathbf{p}_1 = (p_1, 0, 0)$ . En ese caso el sistema centro de masas se moverá respecto al sistema laboratorio en el eje  $x$ , por lo que habrá que aplicar la transformaciones de Lorentz (?? y ??) siendo válidas para *cualquier cuadrimomento*. Definimos las energías totales como  $E_{tot} = E_1 + E_2$  y como  $E'_{tot} = E'_1 + E'_2$ , siendo esta última la *energía del centro de masas*, que verifica que

$$E'_{tot} \equiv E_{CM} = E_{tot}^2 - c^2 p_1^2 \quad (6)$$

Tanto  $E_{tot}$  como  $E'_{tot}$  son variables conocidas. Nos interesa calcular las energías  $E'_3$  y  $E'_4$ , que usando la transformación de Lorentz nos servirán para estudiar las energías  $E_3$  y  $E_4$ , así como los momentos. Las relaciones se pueden calcular como

$$E'_c = E'_{tot} - E_{ex} \quad (7)$$

siendo  $E_{ex}$  la parte de la energía inicial que se convierte en energía de estados excitados de las partícu-

las 3 y 4. Así pues:

$$E'_3 = \frac{1}{2} \left( E'_c + \frac{m_3^2 c^4 - m_4^2 c^4}{E'_c} \right) \quad (8)$$

$$E'_4 = \frac{1}{2} \left( E'_c + \frac{m_4^2 c^4 - m_3^2 c^4}{E'_c} \right) \quad (9)$$

A partir de estos valores de  $E'_3$  y  $E'_4$  podemos calcular el valor de los momentos  $p'_3$  y  $p'_4$  (en módulo). Podemos suponer sin ningún tipo de problema que la coordenada  $x$  de los momentos vienen dadas por

$$p'_{3x} = p'_3 \cos(\theta'_3) \quad (10)$$

$$p'_{4x} = p'_4 \cos(\theta'_4) \quad (11)$$

de este modo podemos aplicar las transformaciones de Lorentz para hallar los valores del  $\cos(\theta_3)$  y  $\cos(\theta_4)$ . Así:

$$p_3 \cos(\theta_3) = \gamma(p'_3 \cos(\theta'_3) + \beta E'_3/c) \quad (12)$$

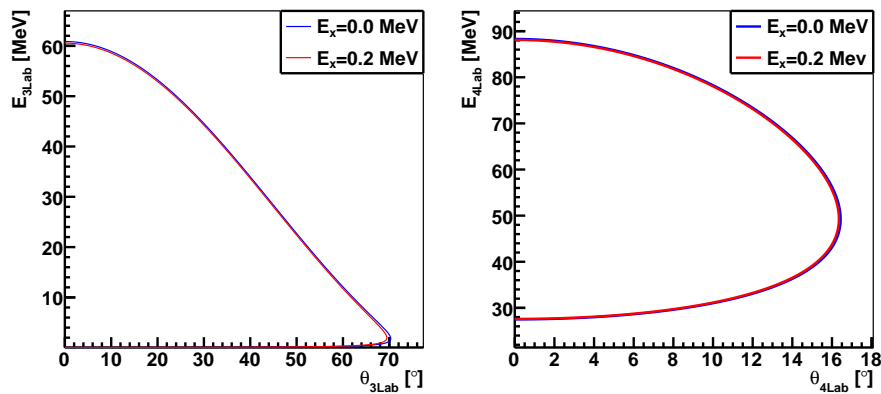
despejando  $\cos(\theta)$  obtenemos:

$$\cos(\theta_3) = \frac{\gamma}{p_3} (p'_3 \cos(\theta'_3) + \beta E'_3/c) \quad (13)$$

El cálculo de  $p_4$  es exactamente igual, obteniendo

$$\cos(\theta_4) = \frac{\gamma}{p_4} (p'_4 \cos(\theta'_4) + \beta E'_4/c) \quad (14)$$

En la siguiente gráfica 7 podemos ver la dependencia entre el ángulo  $\theta_3$  y  $\theta_4$  y la energía cinética de salida, en la que podemos ver una función que las relaciona unequivocamente.



**Figura 7:** Cinemática de la reacción  $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$ , donde se muestra la energía cinética del tritio (izquierda) y del  $^{10}\text{Li}$  (derecha) frente su ángulo de salida.

### 3.3. Pérdidas de energía en el Gas

Las pérdidas de energía en el gas son sumamente importantes en el estudio de un detector gaseoso, ya que tendrán que ser tenidas en cuenta a la hora de recuperar la energía en el centro de masas de las partículas ligeras, fundamental para saber si el litio está en un estado excitado. La mejor manera de caracterizar la pérdida de energía de una partícula por un medio gaseoso viene dada por la **ecuación de Bethe** (en nuestro caso usaremos la aproximación no relativista), que nos dice que el poder de frenado lineal  $S$ , definido como la pérdida de energía de la partícula dividida por la longitud diferencial de la trayectoria [7]

$$S = -\frac{dE}{dx} \simeq \frac{4\pi e^4}{m_e} \left( \rho \frac{N_A}{M} \right) \frac{z^2 Z}{v^2} \ln \left( \frac{2m_e v^2}{I} \right) \quad (15)$$

donde  $z$  es el número atómico incidente,  $Z$  la de la partícula absorbente,  $v$  la velocidad de la partícula incidente,  $N_A$  el número de avogadro,  $M$  la masa atómica del gas,  $\rho$  su densidad (por lo que dependerá de la presión, un input interesante) e  $I$  representa el potencial promedio de excitación e ionización del absorbedor. Se trata como un parámetro determinado experimentalmente para cada elemento.

Dado que nuestra cámara de gas estará formada por una mezcla de gases, la ecuación de la pérdida no será exactamente la anterior, si no que responderá a la *regla de Bragg-Kleeman* [7]

$$\frac{1}{N_c} \left( \frac{dE}{dx} \right)_c = \sum_i W_i \frac{1}{N_i} \left( \frac{dE}{dx} \right)_i \quad (16)$$

siendo  $W_i$  el peso del gas  $i$  y  $N_i$  la densidad atómica tal que  $N_i = \rho N_A / M_i$ .

El valor de  $-dE/dx$  a lo largo de la trayectoria de una partícula también se llama su *pérdida específica de energía*, una “tasa” de pérdida de energía. En realidad esta ecuación es puramente estadística, ya que cada colisión entre el átomo y los electrones del gas es pequeña, y por tanto nosotros usamos promedios. Al ser un fenómeno estadístico, existe un error indefectible tanto en la simulación como en la recuperación de la energía cinética. A estas fluctuaciones debido a su naturaleza estocástica en la energía cinética las llamamos **straggling**, lo que hace que no todas las partículas con una misma energía se paren a la misma distancia. Este straggling tendrá que ser tenido muy en cuenta ya que son un factor de incertidumbre de la energía cinética muy grande. Otra definición de interés es el **rango**, que para una energía perdida conocida nos permite calcular la distancia media recorrida y el **punch-trough**, que nos da para una energía inicial de la partícula la distancia máxima que puede recorrer en ese medio.

### 3.4. Detectores

Los detectores de silicio están formados por uniones PN en los que la partícula incidente genera pares de electrones-hueco que gracias a la presencia de una pequeña corriente eléctrica y un alto campo eléctrico son inmediatamente separadas evitando la recombinación, de tal modo que la intensidad de la corriente. La intensidad de la corriente generada estará relacionada con la energía depositada.

Al igual que con la interacción partícula-gas, las pérdidas de energía a través de la generación de pares de portadores respone a fenómenos estocásticos, y como tal introduce un error estadístico intrínseco a la medida de energía de los silicios, que nosotros en la simulación debemos considerar. La manera de tener en cuenta este fenómeno se hace a través de la resolución intrínseca del semiconductor.

La **resolución energética intrínseca**  $R$  estará relacionada con el FWHM de la distribución estadística de la energía depositada en el silicio por parte de la partícula para la energía de dicha partícula, de tal modo que:

$$\text{FWHM} = R \cdot E \quad (17)$$

y dado que  $\sigma = 2.35\text{FWHM}$ , tenemos que la  $\sigma$  de la distribución gaussiana que parece seguir la energía depositada es:

$$\sigma = \frac{R \cdot E}{2.35} \quad (18)$$

Ahora bien, la resolución intrínseca, en el caso de los detectores semiconductor dependen del número de portadores de carga y del *factor de Fano*. A pesar de numerosos experimentos, el factor de Fano tanto para el silicio como para el germanio aún no está bien determinado. Sin embargo, está claro que  $F$  es pequeño, en el orden de 0.12. La **resolución esperada** es [8]

$$R = 2.35 \sqrt{\frac{F}{J}} = 2.35 \sqrt{\frac{Fw}{E}} \quad (19)$$

donde  $w$  es la energía promedio para la creación de un par electrón-hueco, y  $J = E/w$ . El valor de la creación de un par electrón-hueco depende del tipo de semiconductor y de la temperatura. Por ejemplo para el silicio tenemos  $w = 3.62$  eV para una  $T = 300$  K mientras que  $w = 3.81$  eV si  $T = 77$  K. Nosotros usamos valores experimentales usadas con nuestras partículas. En particular nosotros sabemos que para una energía de 5.5 MeV de nuestras partículas al atravesar el semiconductor contamos con una resolución de 50 keV, tal que la  $\sigma$  que vamos a usar en la simulación para parametrizar la energía depositada en los silicios viene dada por:

$$\sigma = \frac{0.0213}{2.35} \sqrt{E} \text{ MeV} \quad (20)$$

Las especificaciones técnicas de los silicios están detalladas en [9]., donde se nos dice que los detectores de silicio se encuentran acoplados a un preamplificador de carga sensible con una sensibilidad de 10 mV/MeV, seguido de un amplificador CAEN N568 configurado con un tiempo de moldeado de 3  $\mu\text{s}$  y una ganancia de  $\times 32$ .

### 3.5. Straggling Angular

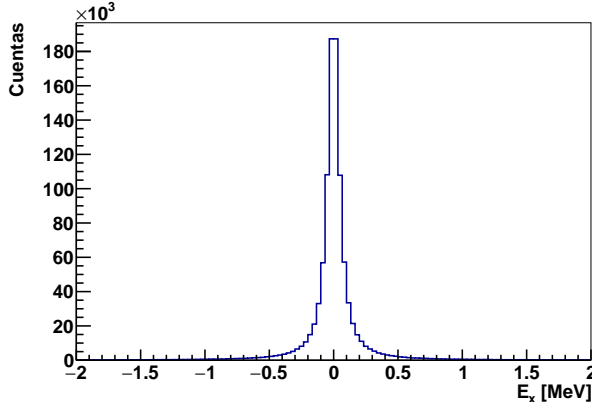
Gracias a la TPC podemos reconstruir la traza del tritio que nos da información acerca del ángulo  $\theta_{lab}$  de las partículas resultantes de una interacción. También podemos obtenerla a partir del vértice de interacción, la dirección del haz y el punto de interacción con el impacto del silicio. Debido a las dimensiones del pad en los que se recoge la carga y la propia resolución del silicio, en ambos casos se tiene una resolución similar. La distribución de cada medida de  $\theta_{lab}$  sería una gaussiana con  $\text{FWHM} = 1^\circ$ , que será, tal y como veremos, el factor que generará mas anchura  $\sigma$  en las distribuciones de energía.

## 4. Simulación

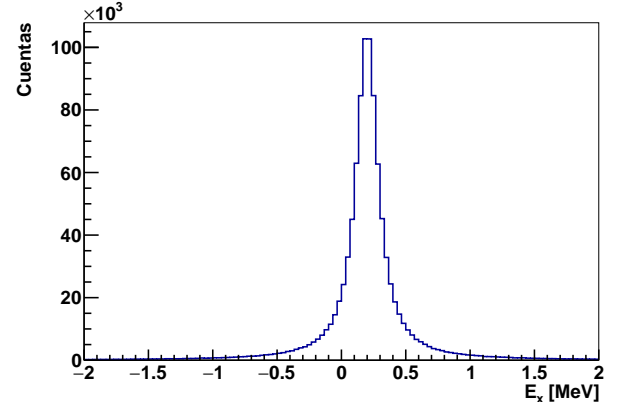
En esta parte de la memoria presentamos el funcionamiento de la simulación, basada en un método de Monte-Carlo, tal y como especificamos a continuación. Hay que tener en cuenta que queremos

simular las interacciones de  $^{11}\text{Li}(d,t)^{10}\text{Li}$  donde en núcleo incidente es el  $^{11}\text{Li}$ . Nos queremos centrar en esta interacción, por lo que no vamos a considerar otras interacciones.

1. Debido a la naturaleza de estado no ligado del  $^{10}\text{Li}$  este aparece como una resonancia, por lo que manera intrínseca la energía de excitación del núcleo sigue una distribución de Breit-Wigner, que tendremos que tener en cuenta. Así pues, con cada interacción generaremos a partir de la energía resonante media  $E^*$  y la anchura de la resonancia  $\Gamma(E^*)$  un valor aleatorio que siga dicha distribución, como se puede ver en fig. 8 y fig. 9.

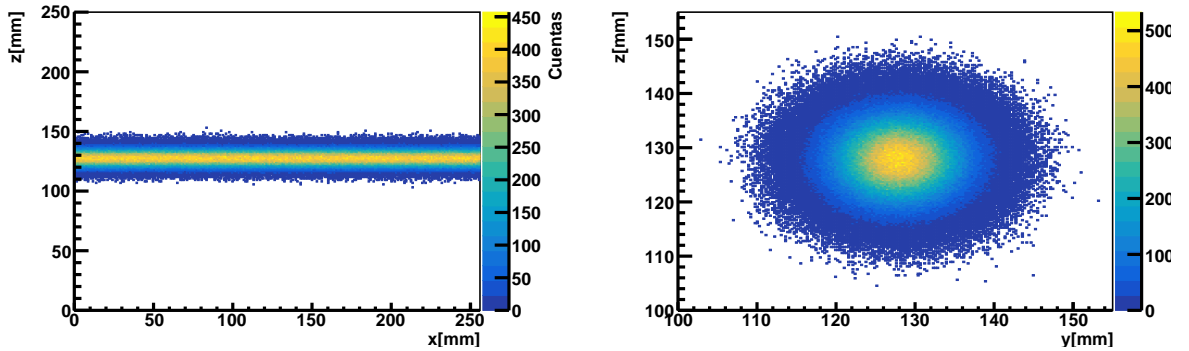


**Figura 8:** Distribución de las energías de excitación sampleadas  $E^* = 0.0$  MeV y  $\Gamma = 0.1$  MeV.



**Figura 9:** Distribución de las energías de excitación sampleadas  $E^* = 0.2$  MeV y  $\Gamma = 0.3$  MeV.

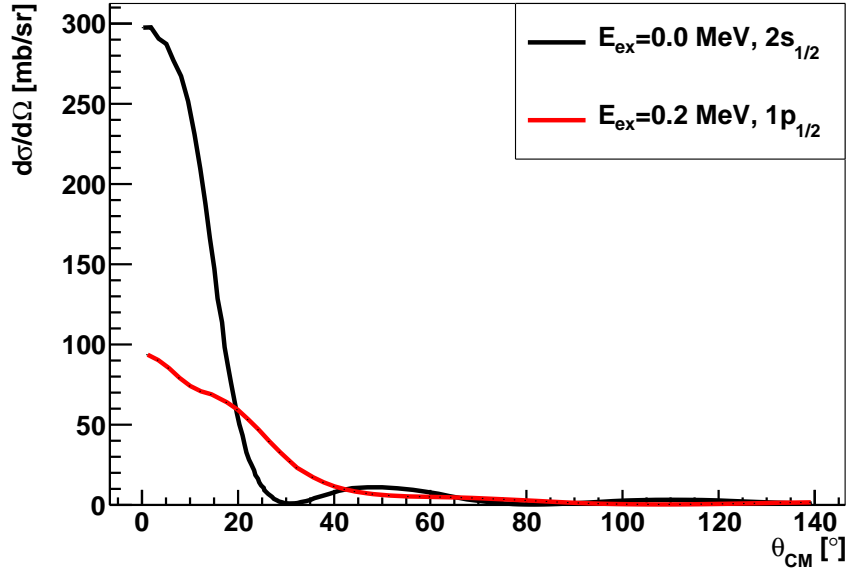
2. Suponemos que el haz incidente tiene una energía de 7.5 MeV/A, que interacciona en un punto aleatorio a lo largo de la dirección del haz con una dirección  $\hat{x}$ . El punto de interacción se elige de forma aleatoria, con una distribución uniforme a lo largo del eje x a lo largo de la dimensión de la cámara de derivada, mientras que en los ejes z e y se eligen a través de una distribución gaussiana centrada en el centro de la cámara de deriva con  $\sigma = 5$  mm, tal y como mostramos en fig. 10.



**Figura 10:** Distribuciones de los vértices de impactos a lo largo de los ejes.

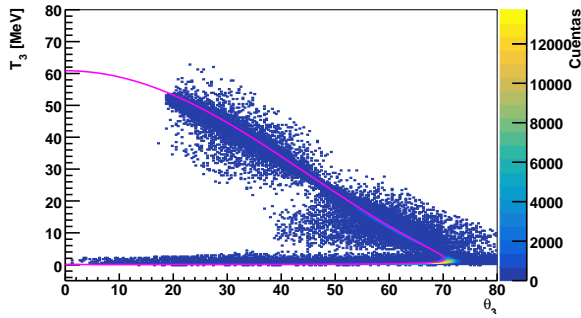
3. Lo siguiente es considerar es la cinemática. Una vez elegido la  $E_{ex}$  y el punto de interacción, lo que tenemos que hacer es calcular la energía cinética y ángulo en el sistema laboratorio del tritio. Será fundamental considerar la energía cinética del  $^{11}\text{Li}$ , que al haber recorrido una distancia  $d$  aleatoria su energía se habrá reducido, por lo que tendremos que aplicar la ecuación de Bethe y el Straggling para obtener la verdadera energía cinética de  $^{11}\text{Li}$  en el punto de interacción. Para conocer la dirección de salida del tritio y su energía tendremos que generar un valor aleatorio de la distribución del ángulo en el centro de masas  $\phi_{CM}$  que por definición

será igual que  $\phi_{lab}$ , y vendrá dado por una distribución uniforme entre 0 y  $2\pi$ . El valor de  $\theta_{CM}$  por otro lado vendrá dado por la distribución de la sección eficaz diferencial de la reacción, que podemos ver en la [fig. 11](#).

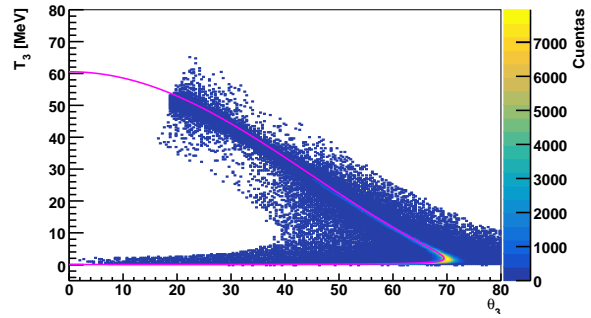


**Figura 11:** Sección eficaz teórica que usaremos para ambas excitaciones.

A través de las ecuaciones del apartado 3.2 podremos obtener  $T_{lab}$  y la dirección del tritio en el sistema laboratorio. Podemos ver en la [fig. 12](#) y [fig. 13](#) el valor de la energía cinética del tritio y el ángulo de salida, en un gráfico denominada cinemática de la reacción, en función de la energía de excitación.



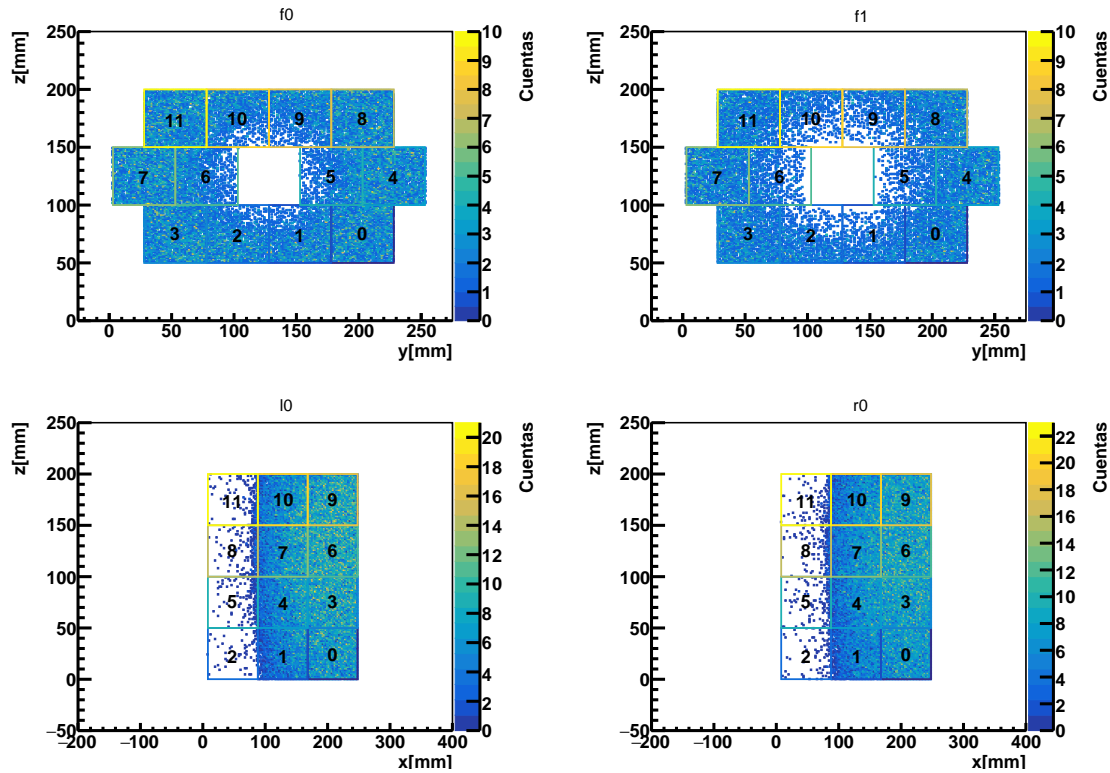
**Figura 12:** Cinemática sampleada para  $E^* = 0.0$  MeV.



**Figura 13:** Cinemática sampleada para  $E^* = 0.2$  MeV.

4. También tendremos que tener en cuenta la distribución experimental de los ángulos  $\theta_{cm}$ , que tal y como ha sido descrito será una normal con FWHM de  $1^\circ$ . Así pues, tendremos que aplicar esta distribución nada más obtener un  $\theta_{cm}$ .
5. Lo siguiente que debemos considerar es si la partícula llega a alguno de los silicios, ubicados según la geometría de [fig. 4](#). Para ello trazamos una recta con la dirección del tritio y calculamos la energía con la que llega a dicho silicio. Si la energía es mayor que cero y alcanza a uno de estos su detección es posible. Lógicamente deberemos considerar straggling y pérdidas de energía, por lo que gran parte de los tritios no llegarán a los silicios. Sin embargo esto no es un problema, ya que gracias a la TPC podremos recostuir la trayectoria de aquellos que se paren justo antes. En la [fig. 14](#) podemos ver la distribución de los tritios que llegan a los silicios, considerando todos los impactos y no solo los medidos.

Cuando una partícula llega con una energía suficientemente grande como para atravesar, la energía depositada será muy pequeña, ya que la ecuación de Bethe nos dice que la energía depositada es inversamente proporcional a la energía cinética de la partícula. Por tanto, si la partícula atraviesa el silicio no podremos reconstruir su trayectoria, y por tanto no podremos reconstruir la cinemática de la reacción.



**Figura 14:** Distribución de los impactos en las 4 layers de silicios.

Por tanto, con la disposición de Silicios actuales, no podremos detectar aquellos con ángulos de salida muy grandes, mientras que aquellos con un ángulo de salida muy pequeño no serán detectados bien porque se corresponden con una energía muy pequeña, y por tanto se frenan antes, o porque se corresponden con una energía muy grande y por tanto atraviesan los silicios sin detenerse.

Precisamente por esta razón se implementa en la cara contraria a la entrada de las partículas una capa de silicios doble, para poder ampliar el número de partículas detectadas y así poder obtener una mejor estadística. Para poder afirmar que una partícula ha sido detectada entonces tendrá que frenarse en alguno de los silicios l0, r0, f0 o f1. En aquellos que se frenen en f1 tendremos que considerar la energía depositada también en el silicio f0 así como las energías pérdidas entre ambos silicios.

La energía depositada real la obtendremos como una distribución gaussiana centrada en la energía depositada promedio dada por la ecuación de Bethe y la  $\sigma$  dada por la resolución dada por .

6. A partir de las energías depositadas en los silicios, y la posición en la que han sido detectados, podemos determinar unequivocamente la energía del tritio en el punto de interacción. Conociendo la energía cinética y en ángulo  $\theta_{CM}$  podemos predecir unequivocamente la energía de excitación del  $^{10}\text{Li}$ , ya que esta determina la curva de la cinemática, tal y como podemos ver en

la [fig. 7](#). Debido a los procesos estocásticos de pérdida de energía y la incertidumbre del ángulo medido, la energía de excitación que podamos reconstruir no será una Breit-Wigner, sino una convolución de la distribución de Breit-Wigner con una gaussiana, que nos dará una distribución de energía de excitación del  $^{10}\text{Li}$ . A partir de esta distribución podremos obtener el valor de la energía de excitación, cual es el valor de  $\sigma$  dada por todas las combinaciones y  $\Gamma$ . Lógicamente el valor medio de la energía de excitación y la anchura de la resonancia serán los valores que le hayamos introducido. Entre las diferentes combinaciones que encontramos tenemos:

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{straggling}^2 + \sigma_{sil}^2 + \sigma_{\theta}^2 \quad (21)$$

Seleccionando que incertidumbres queremos considerar podremos evaluar que contribución tiene cada una de ellas, y por tanto cual afecta más al experimento, al menos según el modelo aquí considerado.

## 5. Análisis de los resultados

En esta sección vamos a analizar los resultados obtenidos en la simulación, centrándonos principalmente en las diferentes anchuras de la energía de excitación reconstruida. Dado que tendremos dos anchuras, en función de la energía de excitación vamos a usar la notación  $\sigma(E^*)$  como anchura del ajuste gaussiano a la distribución de energía de excitación reconstruida para  $E^*$ .

### 5.1. Reconstrucción sin fuentes de incertidumbre

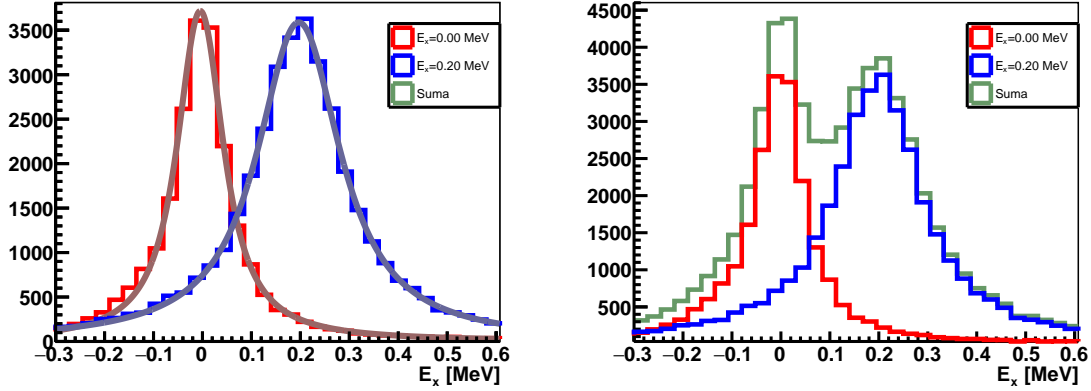
En primer lugar vamos a analizar la reconstrucción de la energía de excitación sin considerar ninguna fuente de incertidumbre de las aquí modeladas, que como ya mencionamos son el straggling, la dispersión angular y la resolución de los silicios. Como podemos ver en la imagen [fig. 15](#), obtenemos prácticamente una distribución Breit-Wigner, con

$$\sigma_0(0) = 0.001\,363\,31(96) \text{ MeV} \quad \sigma_0(0.2) = 0.011\,362(34) \text{ MeV} \quad (22)$$

el origen de esta  $\sigma$  se puede deber al cálculo numérico del ordenador, ya que entre interacción e interacción se pierden dígitos, posibles errores sistemáticos en la simulación, e incluso errores en la generación de las distribuciones de los parámetros iniciales (energía de excitación, punto de interacción...). En cualquier caso, un análisis más exhaustivo del error permitiría obtener un origen claro de



esta  $\sigma$ , y sería una buena práctica para futuras simulaciones.



**Figura 15:** Energía de excitación sin incertidumbre.

En cualquier caso, podemos ver claramente que la anchura intrínseca de los estados del litio 10 ya produce un efecto de superposición de picos que dificultará el tratamiento de datos experimentales, incluso reduciendo errores sistemáticos y estadísticos.

Cada una de las  $\sigma$  obtenidas estarán afectadas por este error, tal que en realidad la  $\sigma$  que podemos inferir de la simulación será:

$$\sigma_{real}^2 = \sigma_{obtenida}^2 - \sigma_0^2 \quad (23)$$

Aunque como podemos ver en [tab. 1](#) la  $\sigma_0$  es muy pequeña comparándola con lo obtenido en los otras simulaciones, por lo que podemos considerar que la  $\sigma$  obtenida es prácticamente la real.

## 5.2. Reconstrucción solo con straggling y resolución del silicio

En este apartado vamos a analizar la reconstrucción de la energía de excitación considerando únicamente el straggling y la resolución del silicio, es decir,  $\sigma_{straggling}$  y  $\sigma_{sil}$ , que se pueden considerar como

$$\sigma_{str}^2 = \sigma_{straggling}^2 + \sigma_{sil}^2 \quad (24)$$

Como podemos ver en la imagen [fig. 16](#), ahora ya vemos más superposición en los picos, tal que en la suma de ambos histogramas no diferenciamos dos picos como si teníamos en el caso anterior. Curiosamente, es el efecto de la incertidumbre el que ahora hace que el pico más ancho sea el pico del estado fundamental y no del estado excitado. Todo esto se refleja en los resultados obtenidos:

$$\sigma_{str}(0) = 0.0861971(47) \text{ MeV} \quad \sigma_{str}(0.2) = 0.065691(12) \text{ MeV} \quad (25)$$

Este comportamiento podría parecer, en un principio, carente de sentido, y más cuando tenemos en cuenta que para un mismo ángulo la energía en el caso de la interacción con excitación tiene menos energía [fig. 7](#), lo que hace que la tasa de interacción con el gas de la cámara sea mayor y por tanto mayor debería ser el straggling del gas. Sin embargo es precisamente por esto por lo que ocurre: pese a que lo que acabamos de decir es cierto, si nos fijamos en las secciones eficaces [fig. 11](#) y en la cinemática sampleada [fig. 12](#) y [fig. 13](#), vemos claramente que para  $E^* = 0.0$  existe una mayor cantidad

de estados con energías pequeñas, por lo que en realidad sufrirán más stragling (en promedio) los tritios procedentes de interacciones en los que participa el estado fundamental.

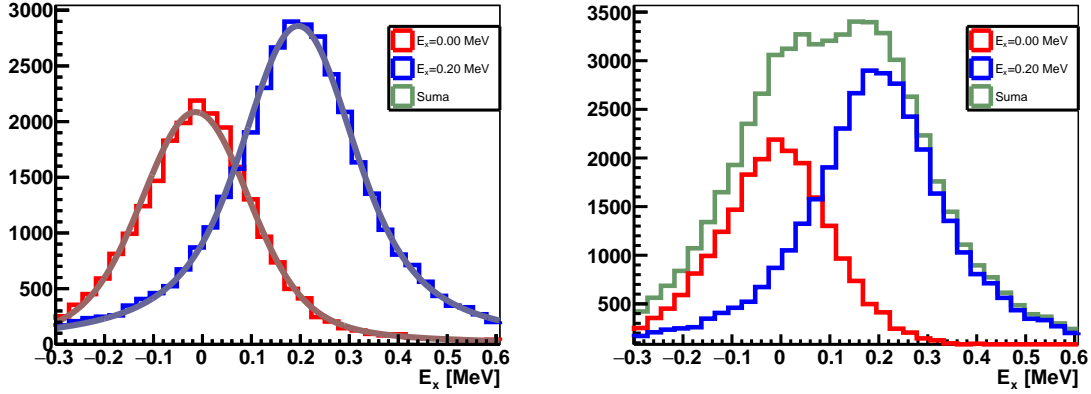


Figura 16: Energía de excitación para  $\sigma_{str}$ .

### 5.3. Reconstrucción solo con stragling angular

Aquí solo vamos a tener en cuenta el efecto de la dispersión angular, con el cual obtenemos una varianza gaussiana tal que:

$$\sigma_{\theta}(0.0) = 0.2013368(67) \text{ MeV} \quad \sigma_{\theta}(0.2) = 0.1684407(72) \text{ MeV} \quad (26)$$

con un valor mucho mas grande que el anterior y que como podemos ver en [tab. 1](#) es prácticamente toda la contribución a  $\sigma_{tot}$ . En la imagen [fig. 17](#) podemos ver como ya no diferenciamos los picos en el histograma apilado. Sin embargo, debemos tener en cuenta que el número de

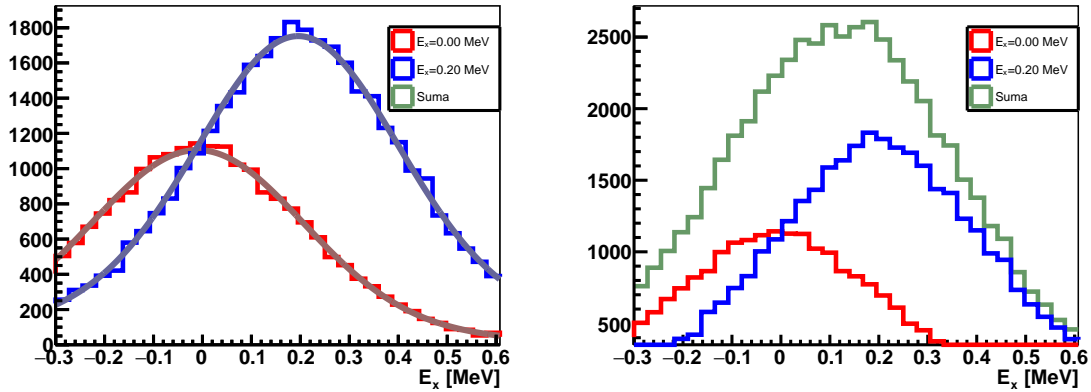


Figura 17: Energía de excitación para  $\sigma_{\theta}$ .

### 5.4. Reconstrucción con todas las fuentes de incertidumbre

Aquí solo vamos a tener en cuenta todas las fuentes de incertidumbre implementadas, obteniendo así:

$$\sigma_{tot}(0.0) = 0.2190333(69) \text{ MeV} \quad \sigma_{tot}(0.2) = 0.1794633(73) \text{ MeV} \quad (27)$$

e, igual que en el caso anterior, no podemos distinguir los picos del histograma apilado [fig. 18](#).

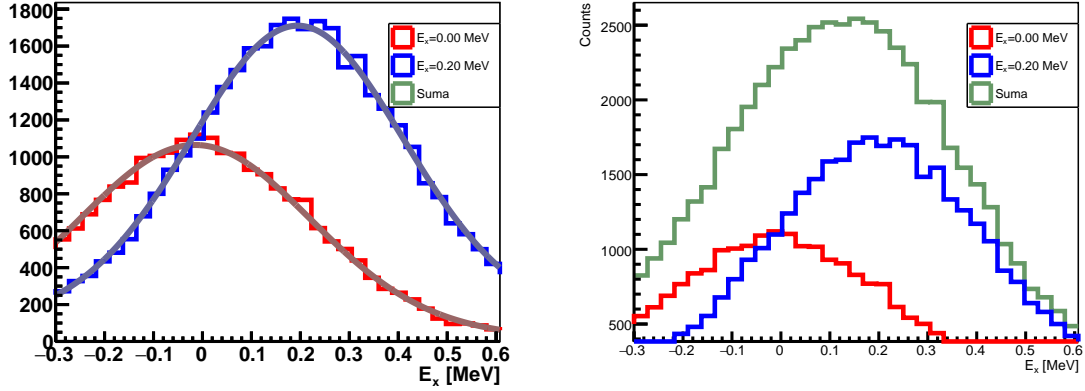


Figura 18: Energía de excitación para  $\sigma_{tot}$ .

## 5.5. Recuperación de eventos a través del trigger

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el litio 10 y litio 11 desde una perspectiva teórica, basada en el modelo de capas aplicando conocimientos teóricos y resultados experimentales.

Tras esto caracterizamos la interacción  $^{11}\text{Li}(d, t)^{10}\text{Li}$  mostrando sus ventajas frente otras a la hora de estudiar la estructura de los núcleos halo. Por todas sus ventajas es una de las interacciones que se podrán a punto en el nuevo detector ACTAR TPC que también explicamos. En este contexto tratamos de simular con modelos teóricos de sección eficaz y conocimientos experimentales de los estados de dichos núcleos los resultados obtenibles con este nuevo detector a través de diferentes programas en C++ Root, y ActPhysics, un código especializado en simulaciones y tratamiento de datos de este detector.

La simulación puso entonces a prueba los posibles resultados de la reconstrucción de la energía de excitación incluyendo ciertos modelos para algunas fuentes de incertidumbre conocida, llegando a la conclusión de que el factor que más afecta es el straggling angular, y luego el straggling energético. Existen errores sistemáticos procedentes de la simulación que se comprobó que eran insignificantes con los anteriores. También se llegó a la conclusión de que la mezcla de una anchura  $\Gamma$  relativamente grande considerando el actual straggling angular hace que no distingamos los picos de las excitaciones lo que es un punto negativo del experimento.

Por último, vimos como recuperar los ángulos y energías no abarcados por los silicios gracias al trigger L1, recuperando una gran cantidad de eventos que, pese a no estar implementados, podrían permitirnos mejorar la estadística y quizás poder obtener picos de excitaciones mucho más pequeñas.

	$\sigma(0.0)$ [MeV]	$\sigma(0.20)$ [MeV]
$\sigma_{tot}$	0.221 399(21)	0.185 196(22)
$\sigma_{straggling}$	0.089 228(14)	0.066 718(21)
$\sigma_{\theta}$	0.202 224(21)	0.173 001(22)
$\sigma_0$	0.012 904(24)	0.018 380(40)

**Tabla 1:**  $\sigma$  del ajuste gaussiano a la distribución de energía de excitación reconstruida.

## Referencias

- [1] E Arnold et al. “Nuclear spin and magnetic moment of  $^{11}\text{Li}$ ”. En: *Phys. Lett. B* 197 (1987), págs. 311-314. DOI: [10.1016/0370-2693\(87\)90390-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(87)90390-X). URL: <https://cds.cern.ch/record/180144>.
- [2] E. Arnold et al. “Quadrupole moment of  $^{11}\text{Li}$ ”. En: *Physics Letters B* 281.1 (1992), págs. 16-19. ISSN: 0370-2693. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(92\)90266-7](https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)90266-7). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269392902667>.
- [3] Ricardo A Broglia y Vladimir Zelevinsky. *Fifty Years of Nuclear BCS*. WORLD SCIENTIFIC, 2013. DOI: [10.1142/8526](https://doi.org/10.1142/8526). eprint: <https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/8526>. URL: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/8526>.
- [4] M. Mazzocco C. Signorini y D. Pierrousakou. “Low Energy Halo Nuclei”. En: *Handbook of Nuclear Physics*. Ed. por Isao Tanihata, Hiroshi Toki y Toshio Suzuki. Singapore: Springer Nature, 2023. Cap. 29, págs. 1126-1200. ISBN: 978-981-15-8817-4. DOI: [10.1007/978-981-15-8818-1\\_25](https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1_25). URL: [https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1\\_25](https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1_25).
- [5] J. Casal, M. Gómez-Ramos y A.M. Moro. “Description of the  $^{11}\text{Li}(p,d)^{10}\text{Li}$  transfer reaction using structure overlaps from a full three-body model”. En: *Physics Letters B* 767 (2017), págs. 307-313. ISSN: 0370-2693. DOI: [10.1016/j.physletb.2017.02.017](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.02.017). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269317301077>.
- [6] Björn Jonson. “Light dripline nuclei”. En: *Physics Reports* 389.1 (2004), págs. 1-59. ISSN: 0370-1573. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2003.07.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157303003259>.
- [7] Glenn F Knoll. *Radiation detection and measurement; 4th ed.* New York, NY: Wiley, 2010. URL: <https://cds.cern.ch/record/1300754>.
- [8] William R Leo. *Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach; 2nd ed.* Berlin: Springer, 1994. DOI: [10.1007/978-3-642-57920-2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-57920-2). URL: <https://cds.cern.ch/record/302344>.
- [9] B. Mauss et al. “Commissioning of the ACtive TARget and Time Projection Chamber (ACTAR TPC)”. En: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 940 (2019), págs. 498-504. ISSN: 0168-9002. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2019.06.067>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016890021930912X>.
- [10] Sven Gösta Nilsson. *Binding states of individual nucleons in strongly deformed nuclei*. Inf. téc. 16. This document exists only as a journal publication: it is not in the CERN Official Collection bound volume. 1955. URL: <https://cds.cern.ch/record/212345>.
- [11] A. Sanetullaev et al. “Investigation of the role of  $^{10}\text{Li}$  resonances in the halo structure of  $^{11}\text{Li}$  through the  $^{11}\text{Li}(p,d)^{10}\text{Li}$  transfer reaction”. En: *Physics Letters B* 755 (2016), págs. 481-485. ISSN: 0370-2693. DOI: [10.1016/j.physletb.2016.02.060](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.02.060). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269316001568>.
- [12] M. Smith et al. “First Penning-Trap Mass Measurement of the Exotic Halo Nucleus  $^{11}\text{Li}$ ”. En: *Phys. Rev. Lett.* 101 (20 nov. de 2008), pág. 202501. DOI: [10.1103/PhysRevLett.101.202501](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.202501). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.202501>.

- [13] Isao Tanihata y Björn Jonson. “Halo Nuclei”. En: *Handbook of Nuclear Physics*. Ed. por Isao Tanihata, Hiroshi Toki y Toshio Suzuki. Singapore: Springer Nature, 2023. Cap. 25, págs. 986-1025. ISBN: 978-981-15-8817-4. DOI: [10 . 1007 / 978 - 981 - 15 - 8818 - 1\\_25](https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1_25). URL: [https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1\\_25](https://doi.org/10.1007/978-981-15-8818-1_25).
- [14] F.-K. Thielemann et al. “What are the astrophysical sites for the r-process and the production of heavy elements?” En: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 66.2 (2011). Particle and Nuclear Astrophysics, págs. 346-353. ISSN: 0146-6410. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2011.01.032>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641011000330>.