

# Física Nuclear

Daniel Vázquez Lago



# Índice general

<b>1. Física Nuclear</b>	<b>5</b>
1.1. Introducción a la fuerza nuclear . . . . .	5
1.1.1. Potencial de Yukawa . . . . .	5
1.1.2. Intercambio de piones . . . . .	5
1.2. Isoespín . . . . .	5
1.2.1. ¿Qué es el isoespín? . . . . .	5
1.2.2. Estados singlete y triplete de isoespín . . . . .	5
1.2.3. Reglas de selección . . . . .	6
<b>2. Modelos nucleares</b>	<b>7</b>
2.1. Teorías efectivas . . . . .	7
2.1.1. Simetría quiral formal . . . . .	7
2.1.2. Teoría de Campo Efectiva Quiral . . . . .	8
2.1.3. Simetrías subyacentes . . . . .	8
2.1.4. Intercambio de piones . . . . .	9
2.2. Modelos nucleares <i>ab initio</i> : No-Core Shell mode . . . . .	9
2.3. Modelos nucleares microscópicos . . . . .	9
2.3.1. Campo medio . . . . .	9
2.3.2. Interacción efectiva de Skyrme . . . . .	9
2.3.3. Teoría relativista de campo medio . . . . .	10
<b>3. Propiedades colectivas</b>	<b>11</b>
3.1. Forma nuclear y multipolaridad . . . . .	11
3.1.1. Momento cuadrupolar eléctrico . . . . .	11
3.1.2. Momento dipolar magnético . . . . .	11
3.2. Geometría de núcleos par-par . . . . .	11
3.2.1. Modos de vibración . . . . .	11
3.2.2. Rotación nuclear . . . . .	11
3.3. Deformación nuclear en el modelo de capas . . . . .	12
3.3.1. Modelo de Nilsson . . . . .	12
3.3.2. Corrección de capas de Strutinsky . . . . .	12
3.4. Apareamiento de nucleones . . . . .	12
3.4.1. Seniority . . . . .	12
3.4.2. Aproximación BCS . . . . .	12
<b>4. Ejercicios y soluciones</b>	<b>13</b>
4.1. Boletín 1: . . . . .	13
4.1.1. Ejercicios . . . . .	13
4.1.2. Solucion . . . . .	14



# Capítulo 1

## Física Nuclear

### 1.1. Introducción a la fuerza nuclear

#### 1.1.1. Potencial de Yukawa

#### 1.1.2. Intercambio de piones

### 1.2. Isoespín

#### 1.2.1. ¿Qué es el isoespín?

Ignorando la interacción electromagnética, se pueden entender los protones y neutrones como estados de la misma partícula: **el nucleón**. En función del isoespín de esta partícula tendremos una manifestación u otra. Asignamos arbitrariamente  $T_3 = 1/2$  para el protón y  $T_3 = -1/2$  para el neutrón. Matemáticamente, el isoespín vive en el espacio SU(2), lo que le confiere propiedades matemáticas análogas al espín o momento angular.

#### 1.2.2. Estados singlete y triplete de isoespín

Un núcleo en el estado fundamental tiene un valor de isoespín  $T_3 = \frac{1}{2}(Z - N)$ , tal que  $T = |T_3|$ . Por ejemplo, con dos nucleones, tendríamos dos posibles configuraciones de isoespín, como podrían ser el estado triplete  $T = 1$  y el estado singlete  $T = 0$ . El estado singlete (en el que los espines están anti-alineados) solo podría darse cuando los dos nucleones son diferentes, mientras que el triplete podría darse cuando los dos nucleones son diferentes e iguales. En la naturaleza se observa que los estados de dos nucleones iguales no son estables ( $^2\text{n}$  y  $^2\text{He}$ ), por lo que *el estado fundamental de isoespín para dos nucleones es el singlete*.

Mientras que podemos encontrar estados singlete ( $T = 0$ ) estables ya con dos nucleones, solo a partir de estados con 4 partículas o más podemos decir que los estados tripletes ( $T = 1$ ) son estables. Estados por ejemplo cuadrupletes ( $T = 3/2$ ) son más difíciles de encontrar, así como estados quintupletes ( $T = 2$ ). La razón de estos nombres es obvia: la degeneración por isoespín viene dada por  $g(T) = 2T + 1$  (como en el espín) y por tanto para  $T = 2$  hay 5 estados posibles.

### 1.2.3. Reglas de selección

La conservación de isoespín introduce reglas de selección suaves en desintegraciones y reacciones nucleares. Veamos algunas de ellas:

- Para transiciones E1,  $\Delta T = 0, \pm 1$ , aunque  $\Delta T = 0$  está suprimido para  $T = 0$  y para  $T_3 = 0$ .
- En desintegración  $\beta$ , la componente Fermi está suprimida para  $\Delta T \neq 0$ .
- En reacciones nucleares,  $T$  permanece invariante, ya que la fuerza fuerte no distingue entre protones y neutrones.  $T_3$  se conserva mientras no cambien el número de protones y neutrones.

## Capítulo 2

# Modelos nucleares

### 2.1. Teorías efectivas

En el núcleo participan tres de las cuatro fuerzas fundamentales: la fuerza nuclear fuerte, la fuerza nuclear débil y la fuerza electromagnética, aunque solo la fuerza fuerte es la responsable de mantener unido el núcleo atómico. Aún así, describir el núcleo con el Lagrangiano de QCD es prácticamente imposible, debido a la complejidad del problema.

Por esa misma razón, Steve Weinberg propuso en 1979 el uso de **teorías efectivas**. Las teorías efectivas son modelos que describen un sistema en una escala de energía determinada sin necesidad de conocer todos los detalles microscópicos de la teoría subyacente. En otras palabras, capturan los efectos relevantes a bajas energías sin requerir una descripción completa de las interacciones fundamentales a energías más altas, preocupándose únicamente de las simetrías relevantes de la teoría subyacente (QCD).

#### 2.1.1. Simetría quiral formal

La simetría más importante es la *simetría quiral formal*. La simetría quiral formal de la cromodinámica cuántica nos dice que si los quarks no tuvieran masa podríamos suponer que los quarks a izquierdas y a derechas son completamente independientes, es decir, que bajo ningún tipo de interacción podríamos transformar un quark a izquierdas y a derechas. Sin embargo, la simetría quiral formal no se cumple, ya que los quarks sí tienen masa, aunque a bajas energías (quarks ligeros) puede asumirse que se mantiene la simetría.

Sin embargo en la cromodinámica cuántica el vacío no respeta la simetría quiral, ya que por culpa de las fluctuaciones cuánticas del vacío QCD aparecen espontáneamente pares quark-antiquark que no desaparecen (es decir, aparecen piones). Esta es una de las propiedades fundamentales de QCD. Sin embargo esto es un proceso aleatorio, por eso se le dice *rotura espontánea de simetría*. Esta rotura espontánea de simetría es la que le da masa a los núcleos y la que hace que las interacciones fuertes tengan alcance de núcleo a núcleo.

La simetría quiral formal también se puede romper a través de lo que se llama *rotura explícita*, que le da masas a los quarks, la cual es la manera correcta de entender la física nuclear y la interacción entre quarks.

### 2.1.2. Teoría de Campo Efectiva Quiral

La teoría de campo efectiva quiral (ChEFT) es una generalización de la interacción entre quarks pero aplicada a núcleos, que nos dice que cualquier elemento de matriz se puede expresar como un desarrollo en potencias de la razón entre escalas:

$$V \propto \sum_{\nu} \left( \frac{Q}{\Lambda} \right)^{\nu} F_{\nu}(C_i(\Lambda)) \quad (2.1.1)$$

siendo  $Q$  el momento típico del sistema (como el momento relativo de los nucleones) aproximadamente  $\sim 140 \text{ MeV}/c^2$  y  $\Lambda$  la escala de rotura de la simetría quiral aproximadamente  $\sim 800 \text{ MeV}/c^2$ . Los  $C_i(\Lambda)$  son los coeficientes de baja energía, que encapsulan información sobre la física de corto alcance y deben determinarse empíricamente. Además tenemos  $\nu$ , que es el orden en la expansión quiral, y  $F_{\nu}(C_i(\Lambda))$  que representa funciones de los coeficientes de baja energía, que dependen de la escala de corte  $\Lambda$ . Esta sistemática permite:

- Ordenar las contribuciones según su importancia relativa. Las bajas irán ajustadas por  $C_i(\Lambda)$  y las de largo alcance las dadas por el intercambio de piones.
- Separar las interacciones de corto alcance (ajustadas por de piones). Mejorar la precisión de los cálculos agregando órdenes superiores de la expansión.

### 2.1.3. Simetrías subyacentes

Las simetrías subyacentes a la fuerza nuclear, como bien sabemos para mayor explicación):

- Invarianza translacional: las dependencias deben corresponder a la distancia relativa  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ .
- Invarianza de Lorentz: la interacción debe ser la misma para cualquier sistema de referencia inercial, y por tanto la dependencia con el momento debe ser también relativa  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ .
- Invarianza rotacional: todos los términos de la interacción deben tener un momento angular total nulo.
- Invarianza de isoespín. La interacción debe ser isoescalar en el espacio de isoespín: solo términos  $(\tau_1 \cdot \tau_2)^n$  deben estar permitidos.
- Invarianza de paridad: los términos con  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{p}$  deben tener potencias pares.
- Invarianza de inversión temporal: los términos con  $\mathbf{p}$  y espín  $\sigma$  deben tener potencias pares.

### 2.1.4. Intercambio de piones

## 2.2. Modelos nucleares *ab initio*: No-Core Shell mode

### 2.3. Modelos nucleares microscópicos

#### 2.3.1. Campo medio

#### 2.3.2. Interacción efectiva de Skyrme

Una de las interacciones más usadas en los cálculos de Hartree-Fock es un tipo de potencial de contacto, i.e., la interacción solo actúa en un rango finito. Este tipo de interacción de contacto se puede simular con una dependencia en el momento de los participantes. Definiendo  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ , la forma más sencilla de la interacción  $v(\mathbf{r})$  con invarianza rotacional es

$$v(\mathbf{r}) = v_0\delta(\mathbf{r}) + v_1 [\hat{\mathbf{p}}^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\hat{\mathbf{p}}^2] + v_2\hat{\mathbf{p}}\delta(\mathbf{r})\hat{\mathbf{p}} \quad (2.3.1)$$

La interacción de Skyrme se basa en esta propiedad e incluye un término de interacción de tres cuerpos:

$$v_{Sk} = \sum_{i < j} v(i, j) + \sum_{i < j < k} v(i, j, k) \quad (2.3.2)$$

El *término de dos cuerpos* actúa también sobre el espín de los nucleones con las matrices de Dirac:

$$v(1, 2) \quad (2.3.3)$$

- El término de contacto con intercambio de espín:

$$t_0$$

- El término de rango efectivo:

$$\frac{1}{2}t_1$$

- El término de espín órbita de dos cuerpos:

$$iW_0$$

donde hemos usado que

$$\hat{\mathbf{k}} \quad (2.3.4)$$

El *término de tres cuerpos* se describe como un potencial de rango 0:

$$v(1, 2, 3) = t_3\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) \quad (2.3.5)$$

Las constantes  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0$  y  $W_0$  se ajustan a datos experimentales. Consecuentemente el Hamiltoniano obtenido por el método Hartree-Fock usando la interacción efectiva de Skyrme es:

$$[-\nabla] = \quad (2.3.6)$$

donde definimos:

$$U(\mathbf{r}) = \quad (2.3.7)$$

$$m^* = \quad (2.3.8)$$

$$\rho(\mathbf{r}) = \quad (2.3.9)$$

### 2.3.3. Teoría relativista de campo medio

# Capítulo 3

## Propiedades colectivas

### 3.1. Fomra nuclear y multipolaridad

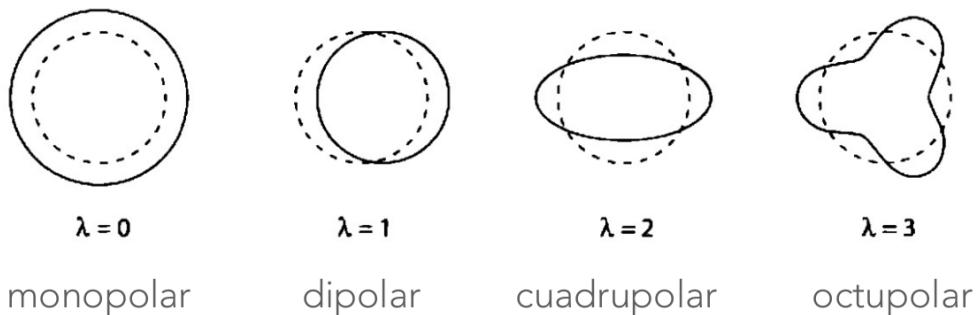
#### 3.1.1. Momento cuadrupolar eléctrico

#### 3.1.2. Momento dipolar magnético

### 3.2. Geometría de núcleos par-par

#### 3.2.1. Modos de vibración

Podemos definir diferentes modos de vibración alrededor de la esfera:



El cuanto de energía vibracional es el fonón. Si añadimos un fonón de modo  $\lambda = 2$  (fonón cuadrupolar) a un estado fundamental  $0^+$ , el resultado es un estado  $2^+$ , ya que añade una componente  $Y_{2\mu}$  a la función de ondas.

#### 3.2.2. Rotación nuclear

La superficie de cualquier sólido puede describirse a través de los armónicos esféricos. Si nos centramos en formas cuadrupolares no triaxiales,

### **3.3. Deformación nuclear en el modelo de capas**

#### **3.3.1. Modelo de Nilsson**

#### **3.3.2. Corrección de capas de Strutinsky**

### **3.4. Apareamiento de nucleones**

#### **3.4.1. Seniority**

#### **3.4.2. Aproximación BCS**

## Capítulo 4

# Ejercicios y soluciones

### 4.1. Boletín 1:

#### 4.1.1. Ejercicios

##### Ejercicio 4.1.1:

Encuentra dos ejemplos de triplete de isoespín, otro ejemplo de “cuatriplete”, y otro de “quintuplete” en núcleos ligeros. Discute las diferencias de energía entre los estados análogos de isoespín de cada grupo e intenta dar una configuración de nucleones que explique sus estructuras.

*Solución en la página 14*

##### Ejercicio 4.1.2:

Comprueba si la interacción de Skyrme cumple las simetrías subyacentes de la fuerza nuclear.

*Solución en la página 15*

##### Ejercicio 4.1.3:

Demuestra que los estados permitidos en el acoplamiento de tres fonones cuadrupolares son  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $3^+$ ,  $4^+$ , y  $6^+$ .

*Solución en la página 15*

##### Ejercicio 4.1.4:

Encuentra los posibles estados (espín y paridad) que resultarían del acoplamiento de un fonón cuadrupolar y un octupolar.

*Solución en la página 15*

##### Ejercicio 4.1.5:

**Ejercicio 5** El núcleo de  $^{68}\text{Er}$  tiene su primer estado excitado  $2^+$  en 91.4 keV.

1. Sabiendo que es el primer estado de una banda rotacional, determina su momento de inercia.
2. ¿Cuáles serían las energías de los siguientes cuatro estados de la misma banda? Compara con los valores experimentales (208.1, 315.0, 410.2, 493.5 keV).

*Solución en la página 15*

#### Ejercicio 4.1.6:

**Ejercicio 6** ¿Por qué dos nucleones en la misma capa se acoplan sólo a  $j$  pares ( $j = 0, 2, 4, \dots$ )?

*Solución en la página 16*

#### Ejercicio 4.1.7:

##### Ejercicio 7

1. Construye la línea yrast de dos núcleos con  $A > 150$  y otros dos con  $A < 100$ .
2. Deduce el momento de inercia en función del cuadrado de la frecuencia de rotación y discute la aparición de backbending e identifica las diferentes bandas rotacionales.
3. Compara los resultados con lo esperado en un sólido rígido y un fluido sin viscosidad.
4. En los núcleos con  $A < 100$ , intenta identificar bandas vibracionales.

*Solución en la página 16*

#### Ejercicio 4.1.8:

**Ejercicio 8** Usando el esquema de niveles tradicional del modelo de capas mostrado en la tabla 1,

1. Calcula la corrección de Strutinsky (sin incluir apareamiento) para  $Z = 50, N = 82$  y para  $Z = 40, N = 68$ .
2. Estudia el resultado en función de la anchura  $\gamma$  de la Gaussiana.

*Solución en la página 16*

#### 4.1.2. Solucion

##### Solución del ejercicio 4.1.1 en la página 13:

Los estados triplete de isoespín son aquellos que tienen  $T = 1$ , los estados cuatripletos son aquellos con  $T = 3/2$  y los quintupletos con  $T = 2$ . Por ejemplo el carbono 10 tiene  $Z = 6$  y  $N = 4$

**Solución del ejercicio 4.1.2 en la página 13:**

Las simetrías subyacentes a la fuerza nuclear, como bien sabemos (véase Subsec. 2.1.3 para mayor explicación):

- Invarianza translacional: las dependencias deben corresponder a la distancia relativa  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ .
- Invarianza de Lorentz: la interacción debe ser la misma para cualquier sistema de referencia inercial, y por tanto la dependencia con el momento debe ser también relativa  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ .
- Invarianza rotacional: todos los términos de la interacción deben tener un momento angular total nulo.
- Invarianza de isoespín. La interacción debe ser isoescalar en el espacio de isoespín: solo términos  $(\tau_1 \cdot \tau_2)^n$  deben estar permitidos.
- Invarianza de paridad: los términos con  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{p}$  deben tener potencias pares.
- Invarianza de inversión temporal: los términos con  $\mathbf{p}$  y espín  $\sigma$  deben tener potencias pares.

Ahora solo tenemos que ver que la interacción de Skyrme no posee las diferentes dependencias prohibidas (distancias no relativas, términos de momento angular...) o aplicar invarianza de paridad/temporal (la invarianza de paridad es  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  y la temporal  $t \rightarrow -t$ ). La interacción de Skyrme

**Solución del ejercicio 4.1.3 en la página 13:**

Queremos acoplar tres fonones cuadrupolares, es decir, queremos hacer un acoplamiento  $2 \oplus 2 \oplus 2$ . Lógicamente la paridad va a ser positiva, ya que

$$\pi = (-)^2(-)^2(-)^2 = + \quad (4.1.2)$$

Ahora solo resta acoplar los modos de vibración. Esto exige un acoplamiento un tanto diferente al habitual. Primero usamos el acoplamiento de  $2 \oplus 2$  dado por los apuntes, que nos dice que

$$2 \oplus 2 = 0^+, 1^-, 2^+, , 4^+$$

**Solución del ejercicio 4.1.4 en la página 13:**

Todavía no está redactado.

**Solución del ejercicio 4.1.5 en la página 13:**

Todavía no está redactado.

**Solución del ejercicio 4.1.6 en la página 14:**

Porque minimizan la energía del apareamiento de nucleones.

**Solución del ejercicio 4.1.7 en la página 14:**

Todavía no está redactado.

**Solución del ejercicio 4.1.8 en la página 14:**

Todavía no está redactado.