Astrofísica

Daniel Vázquez Lago

USC
UNIVERSIDADE
DE SANTIAGO
DE COMPOSTELA

Índice general

1. Geodesia **5**

1.1. Definiciones básicas 5

1.2. Coordenadas celestes 6

1.3. Ejercicios 7

2. Soluciones **9**

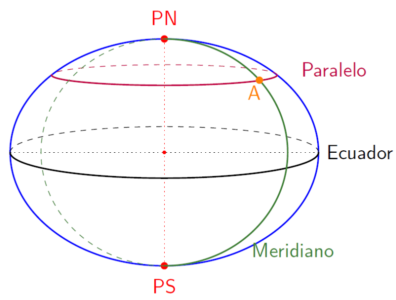
Capítulo 1

Geodesia

1.1. Definiciones básicas

Como sabemos la tierra tiene una forma de una esfera achatada, tomando la forma de un elipsoide de revolución. En palabras de Isaac Newton: «Una forma de equilibrio que tiene una masa bajo el influjo de las leyes de gravitación y girando en torno a su eje es la de un esferoide aplastado en sus polos». Un *esferoide aplastado en sus polos* es básicamente un elipsoide de revolución. Definimos pues:

- **Polos:** puntos de corte entre el eje menor de la elipse y elipsoide. Llamamos polo norte (PN) al corte superior y polo sur (PS) al corte superior.
- **Ecuador terrestre:** línea circular correspondiente al corte entre el plano perpendicular al eje menor que pasa por el centro del elipsoide y este.

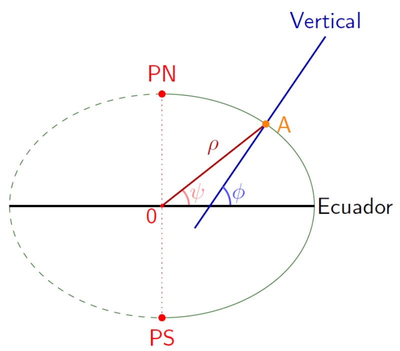


- **Paralelos:** líneas circulares correspondientes a los cortes entre los planos paralelos al ecuador (paralelo cero) y el elipsoide.
- **Meridianos:** líneas elipsoidales determinadas por el corte entre el elipsoide y el hazde planos que define el eje menor. Se considera *meridiano cero* al que pasa por Greenwich.
- **Vertical de lugar:** es la línea normal al elipsoide en un punto dado.

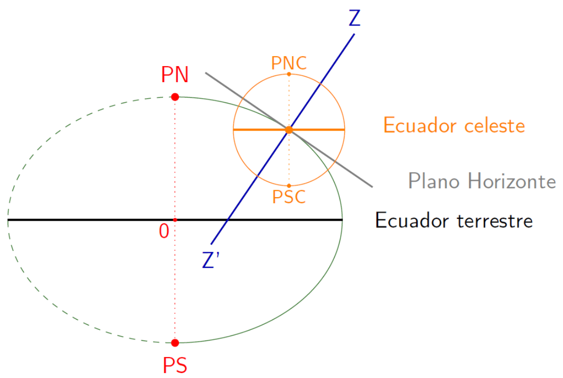
Al conjunto de variables que permiten describir cualquier punto de la Tierra se le llaman *coordenadas terrestres*, y existen dos tipos de coordenadas terrestres, que se definen en función de la *vertical de lugar*

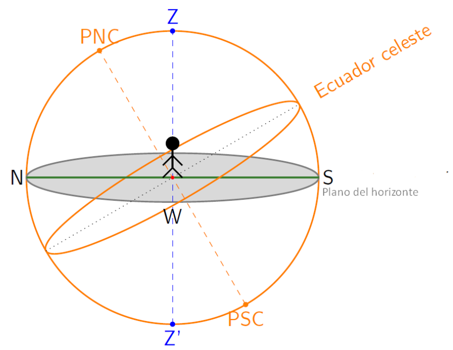
- **Coordenadas geográficas:** son dos variables angulares (ϕ, λ), que se definen como
  - **Latitud geográfica** ϕ. Toma valores de $90°$ a $-90°$. Para un punto A cualquiera el ángulo ϕ es el comprendido entre la vertical de lugar y el ecuador.
  - **Longitud geográfica** λ. Toma valores entre $180°$ y $-180°$. Para un punto A cualquiera el ángulo λ se define como aquel entre la vertical de lugar y el meridiano de Greenwich.

- **Coordenadas geocéntricas**: consta de tres variables (ρ, ψ, λ), dos angulares y una distancia. Estas son:
    - **Radio vector** ρ. Distancia entre el centro de la tierra (punto 0) y el punto A.
    - **Latitud geocéntrica** ψ. Toma valores de $90°$ a $-90°$. Para un punto A cualquiera el ángulo ψ es el comprendido entre el radio y el ecuador.
    - **Longitud geocéntrica** λ. Se define igual que la longitud geográfica. Toma valores entre $180°$ y $-180°$. Para un punto A cualquiera el ángulo λ se define como aquel entre la vertical de lugar y el meridiano de Greenwich.



Otra definición importante es la del **plano del horizonte**, que es el plano perpendicular a la vertical de lugar en el punto A. El plano horizonte pertenece a la llamada **esfera celeste topocéntrica**, que es aquella cuyo centro es el observador. En esta esfera, el plano horizonte define lo que una persona diría que es arriba y abajo. La esfera celeste tropocéntrica tiene también un polo norte celeste (PNC) y un polo sur celeste (PSC) paralelo con el eje del mundo, pero no necesariamente con el «arriba» del observador. Al punto Z se le llama **cénit** y al punto Z' se le llama **nádir**.



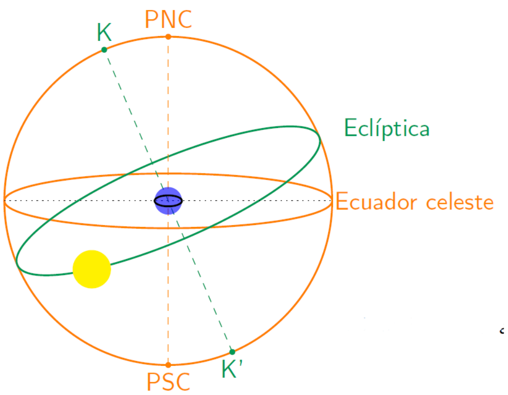


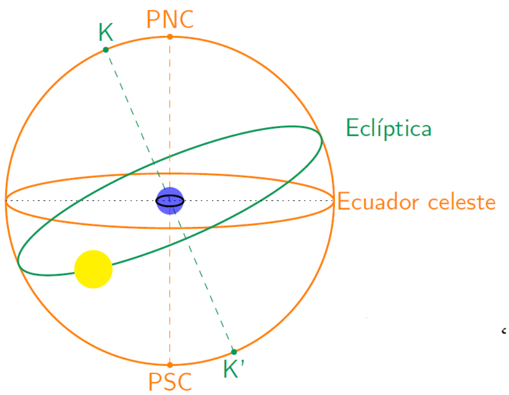
Como podemos ver el ángulo entre la línea PNC y Z en la esfera topocéntrica es igual a $90° - \phi$, y por tanto independiente al meridiano en el que nos encontremos, solo depende del paralelo en el que se encuentre el punto del observador. A dicho ángulo se le llama **colatitud**.

1.2. Coordenadas celestes

Aquí tenemos que hablar de las coordenadas horizontales y horarias de la esfera celeste. Para que sirven cada una, como se definen. Relaciones entre ellas.

El **plano de la eclíptica** es el plano que contiene la órbita de la Tierra alrededor del Sol, y está inclinado con respecto al ecuador celeste una cantidad llamada *oblicuidad de la eclíptica* $\varepsilon = 20°26'29''$. En la esfera celeste geocéntrica, cuyo centro es la Tierra, es el Sol quien aparenta moverse a nuestro alrededor. Llamamos **eclíptica** a la intersección del plano de la eclíptica con la esfera celesta.





Esfera celeste, en este orden: coordenadas eclípticas, horizontales, absolutas. Para que sirve cada uno, cuales son los ángulos de referencia. En las ecuatoriales hay que hablar de los ángulos del equinocio y solscitio del sol. En lass horizontales también. Como se cambia de un sistema de coordenadas a otra. Matrices de rotación. Tiempo sideral. Diferencia entre levógiro y dextrógiro.

1.3. Ejercicios

Ejercicio 1.1:

Prueba que el azimut y el ángulo horario de un astro en sus puntos de orto y ocaso, A_0 y H_0, para un observador a una latitud ϕ, satisfacen la siguientes relaciones:

$$\cos(A_0) = -\frac{\sin(\delta)}{\cos(\phi)} \qquad \cos(H_0) = -\tan\delta\tan\phi \tag{1.3.1}$$

Solución en la página 9

Ejercicio 1.2:

¿Cómo relacionarías la información proporcionada por H_0 con el tiempo que un astro permanece por encima del horizonte?

Solución en la página 9

Ejercicio 1.3:

¿Cuántas horas máximas y mínimas del Sol por encima del horizonte a lo largo de un día podemos tener en Santiago de Compostela? Dato: $\phi = 42°, 52', 40''$.

Solución en la página 10

Ejercicio 1.4:

Las coordenadas ecuatoriales absolutas de una estrella son $\alpha = 3^h45^m43^s$, y $\delta = 20°8'27''$. ¿Podremos observarla desde la Facultad de Matemáticas ($\phi = 42°52'26''$) en el instante en el que el punto vernal está en la dirección norte? **[Solución:** Dado que $h < 0°$ ($h = -8°24'29''$), la estrella no será visible.**]**

Solución en la página 10

Ejercicio 1.5:

Un cometa tiene coordenadas ecuatoriales absolutas $\alpha = 10^h3^m57^s$ y $\delta = 8°24'54''$. ¿Cuáles son sus coordenadas eclípticas? **[Solución:** $\lambda = 150°3'19''$ $\beta = -3°14'31''$.**]**

Solución en la página 10

Capítulo 2

Soluciones

Solución del ejercicio 1.1 en la página 7:

Recordamos que el orto y ocaso son los lugares del plano horizonte donde empieza a ser visible y deja de ser visible. Con respecto las coordenadas horizontales, la altura es cero $h = 0°$, o lo que es lo mismo $z = 90°$. Ahora tenemos que usar las coordenadas de Bessel, que relaciona las coordenadas horizonatles (A,h) y horarias (H, δ):

$$\begin{pmatrix} \cos\delta\cos H \\ \cos\delta\sin H \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\phi & 0 & \cos\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos\phi & 0 & \sin\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h\cos A \\ \cos h\sin A \\ \sin h \end{pmatrix} \tag{2.0.1}$$

de lo cual se deduce que

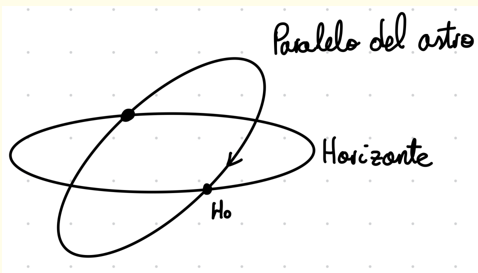
$$\sin\delta = -\cos(\phi)\cos A_0 \Rightarrow \cos(A_0) = -\frac{\sin\delta}{\cos\phi} \tag{2.0.2}$$

Y también se deduce que

$$\cos\delta\cos H_0 = \sin\phi\cos A_0 \Rightarrow \cos(H_0) = \frac{\sin\phi}{\cos\delta}\left(-\frac{\sin\delta}{\cos\phi}\right) \Rightarrow \cos(H_0) = -\tan\delta\tan\phi \tag{2.0.3}$$

Solución del ejercicio 1.2 en la página 7:

El tiempo que un astro está encima del horizonte corresponde a $2H_0$. Puso $H_{\text{orto}} = -H_{\text{ocaso}}$.



Solución del ejercicio 1.3 en la página 7:

El máximo de horas ocurre cuando estamos el solsticio de verano. En este caso sabemos que $\delta = \epsilon$. Usando las ecuaicones del primer ejercicio:

$$H_0 = 7^h 34^m 57^s \Rightarrow 2H_0 = 15^h 9^m 54^s \tag{2.0.4}$$

El mínimo de horas del sol es en el solsticio de invierno. En este caso

$$\delta = -\varepsilon \Rightarrow 2H_0 = 8^h 50^m 4^s \tag{2.0.5}$$

Solución del ejercicio 1.4 en la página 8:

Hola

Solución del ejercicio 1.5 en la página 8:

Hola