

Memoria Tecnicas IV Sólido: Resistividad de Placas

Daniel Vázquez Lago

11 de abril de 2025

Índice

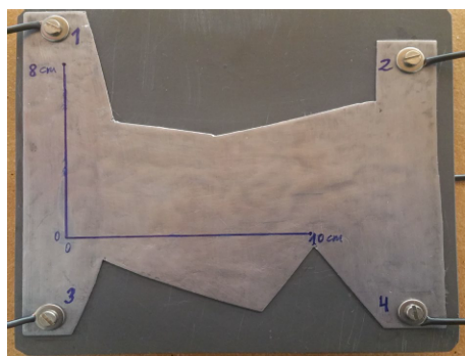
1. Objetivos	2
2. Procedimiento a la medida	2
3. Incertidumbres	2
4. Material óhmico	3
5. Calculo de la resistivdad del material	5
6. Resultados	5
6.1. Disposición 1	6
6.2. Disposición 2	6
6.3. Disposición 3	7
6.4. Disposición 4	8
6.5. Disposición 5	9
6.6. Disposición 6	10
6.7. Valores finales de la resistividad	10
7. Conclusiones	12
7.1. ¿Depende de σ del a geometría?	12
7.2. Valores de σ_{exp} e indentificación del metal.	12
A. Tablas de datos	13

1. Objetivos

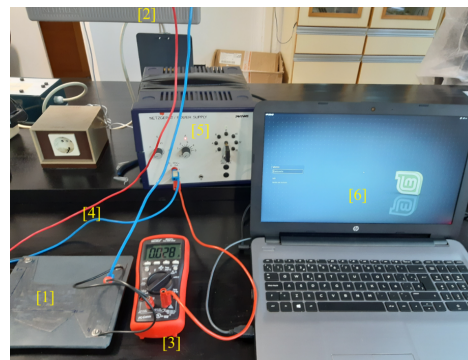
El principal objetivo es determinar la resistividad eléctrica del material de la placa de espesor 1 mm, y luego identificar el metal. Además de esto también vamos a tratar de responder la siguientes pregunta: ¿Depende la resistividad de la geometría usada?

2. Procedimiento a la medida

Esta es la parte puramente experimental. Lo que hacemos es inyectar una corriente por dos terminales cualquiera (1,2,3,4), [fig. 1a](#), midiendo la diferencia de voltaje por otras dos. Nosotros realizamos 4 medidas (datos en el apéndice A) de Intensidad-Voltaje¹ (tal que $I \leq 4$ A y $V \leq 1$ mV) en 6 diferentes disposiciones. La razón por la que estudiamos tantas disposiciones es evidente: queremos comprobar si realmente la resistividad depende de la geometría usada. Las 4 medidas de pares de datos², que nosotros tomamos desde $I = 1.5$ A a $I = 3.0$ A con un intervalo de 0.5 A, deberían ser suficientes para comprobar que efectivamente es un material óhmico, que es la única suposición que vamos a realizar para el análisis posterior. Dado que el cálculo de la resistividad se realiza con un solo valor del voltaje para cada disposición no será un problema tener pocas medidas (al menos en comparación con otras prácticas), a no ser que quisiéramos hacer un estudio de la dependencia resistividad-voltaje.



(a) imagen de la placa dentada que vamos a usar con los diferentes terminales.



(b) disposición usada en el experimento (foto de Ivan Cambón [2]).

Figura 1

Como realizamos la digitalización o la simulación es, ciertamente, innecesario, ya que todo lo que realizamos está en el guión de la práctica [1].

3. Incertidumbres

En esta práctica en particular el tema de las incertidumbres es bastante delicado, ya que la mayor fuente de incertidumbres es la parametrización de los terminales dentro de la propia simulación. Los valores medibles que son la intensidad entre dos terminales y la diferencia de voltaje entre los otros dos tienen una incertidumbre dada por el polímetro. Por desgracia durante la práctica se nos estropeó el polímetro, por lo que tuvimos que usar varios de diferentes prácticas a medida

¹Realmente medimos la diferencia de voltaje entre las terminales tal que $\Delta V_{\text{exp}} \equiv V_{\text{exp}}$.

²Cabe destacar que esto fue indicado por el profesor correspondiente en el mismo laboratorio, que con 4 medidas eran suficientes.

que nuestros compañeros dejaban libres unos u otros. Consecuentemente no tenemos un valor de incertidumbre único y general, lo que escala la dificultad del análisis de la incertidumbre de los valores experimentales. Para solucionar el problema lo que haremos será coger los valores típicos de un polímetro normal para nuestros valores, que son:

$$u_B(I) = 1 \% \cdot I + 2 \cdot \text{digit} \quad u_B(V) = 0.5 \% \cdot V + 2 \cdot \text{digit} \quad (1)$$

Dado que todas las medidas son únicas (no realizamos análisis estadístico de cada voltaje) tenemos que $u(V_{\text{exp}}) = u_B(V_{\text{exp}})$ y $u(I_{\text{exp}}) = u_B(I_{\text{exp}})$.

Ahora bien, el otro valor que afectará a nuestra incertidumbre ΔV_{sim} . Para calcular esta lo que haremos será medir coger voltajes cerca de la terminal en la simulación (V_+ , V_- , indicados sin el subíndice sim por comodidad), alrededor de la terminal lo más separados posibles, y realizar una media de todos estos. La incertidumbre del valor medio será:

$$u(\overline{V_{\pm}}) = u_A(\overline{V_{\pm}}) = \sqrt{\frac{\sum_j^N (V_{\pm i} - \overline{V_{\pm}})^2}{(N-1)N}} \quad (2)$$

siendo solo de tipo A ya que cada medida no tiene una incertidumbre de tipo V asignable (al menos nosotros, que no conocemos como funciona la simulación Agross) y luego simplemente propagamos incertidumbres:

$$\Delta V_{\text{sim}} = \overline{V_+} - \overline{V_-} \quad u(\Delta V_{\text{sim}}) = \sqrt{u(V_+)^2 + u(V_-)^2} \quad (3)$$

Sin embargo esto es un poco fútil ya que la mayor fuente de incertidumbre es la parametrización de las terminales (en particular de su tamaño y su distancia con los bordes de la placa metálica). Para obtener la incertidumbre de σ y ρ hemos hecho la clásica fórmula de la *propagación de incertidumbre* que podemos ver en cualquier manual de estadística y de análisis de incertidumbres. Nosotros usamos como referencia [4].

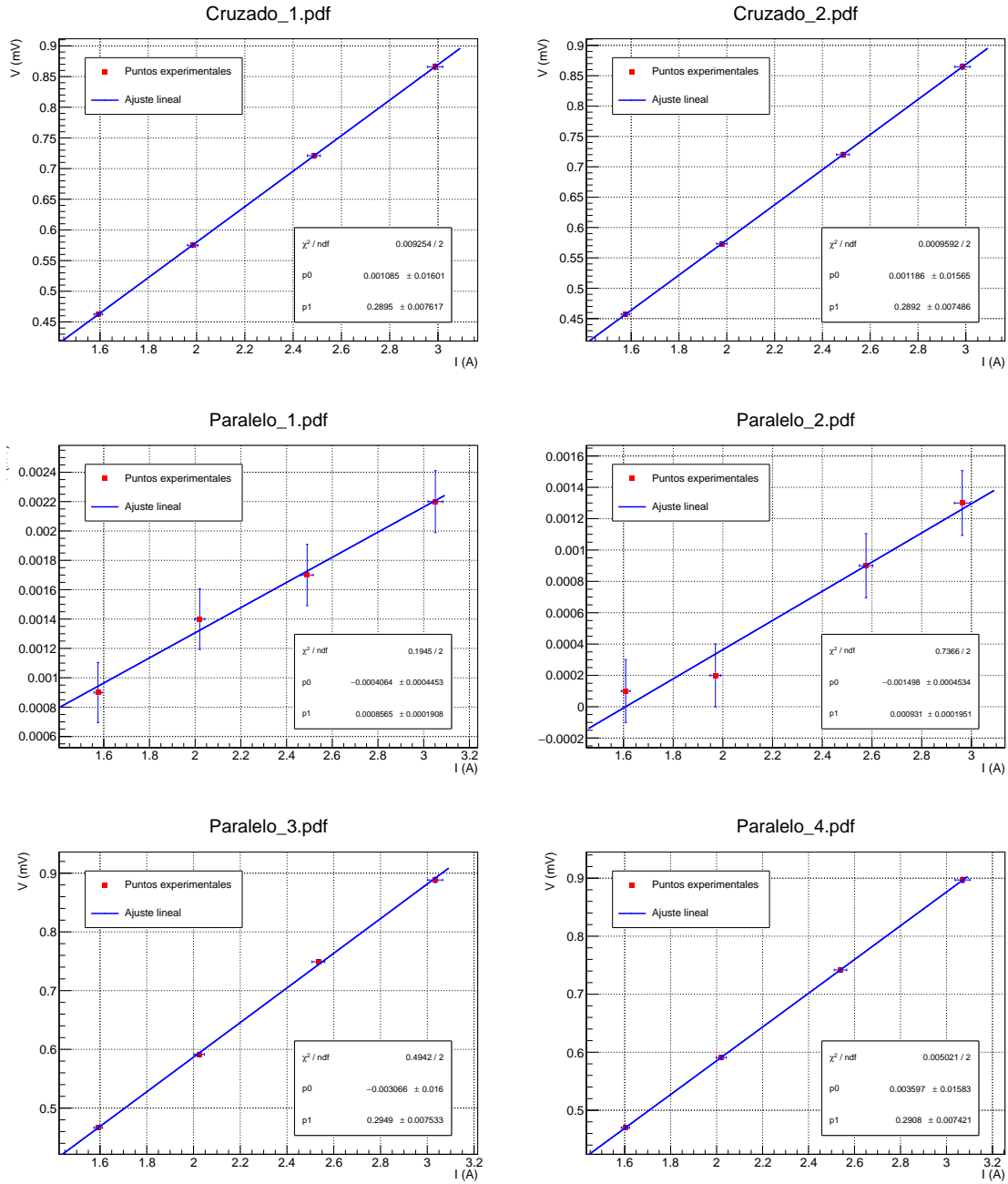
Como la distancia entre el borde de la placa metálica y la terminal es conocida no tenemos que hacer un estudio moviendo este a lo largo de la práctica. Tampoco hace falta hacer varios radios, ya que los valores máximo y mínimo del radio están limitados. El valor máximo del radio vendrá dada por el tamaño de la cabeza del tornillo ($r = 0.390$ cm), ya que «siendo la arandela el tamaño máximo que tiene el agujero, es lógico pensar que dará la variación máxima debida al tamaño del contacto con respecto al de la cabeza del tornillo» (Carballeira Romero Carlos), y por otro lado nos quedamos con un valor medio entre el la cabeza del tornillo y la arandela ($r = 0.31$ cm). Por desgracia no medimos en el laboratorio el tamaño más pequeño posible, que sería justo del tamaño del vástago del tornillo y más pequeño que la cabeza, por lo que nos tenemos que conformar solo con dos modelizaciones.

4. Material óhmico

Como podemos ver en las gráficas los resultados obtenidos indican un comportamiento claramente lineal entre intensidad y voltaje. En las gráficas representamos los puntos experimentales y el ajuste lineal, con los parámetros incluidos en la propia gráfica tal que:

$$y(x) = p_0 + p_1 \cdot x \quad (4)$$

concluyendo que efectivamente se comporta como un **material óhmico** y que por tanto podemos obtener σ_{exp} a través del desarrollo teórico.

Figura 2: Representación de V frente I y regresión lineal de cada una de las disposiciones.

Como podemos ver χ^2/ndf (en las imágenes 2) es siempre menor que uno, siendo extremadamente pequeña para los datos de las disposiciones 1,2,5 y 6, lo cual era lo esperable ya que tienen el mejor comportamiento, mientras que para 3 y 4 el comportamiento se desvía un poco más aunque no lo suficiente para afirmar que no tiene un comportamiento óhmico. Los datos usados (y las correspondientes incertidumbres) las podemos encontrar en el apéndice A. Las χ^2/ndf las hemos obtenido a través de los programas de C++ CERN ROOT [3], que podéis visitar en <https://root.cern/>. Los resultados mostrados nos permiten afirmar que *los datos obtenidos concuerdan con una distribución lineal, i.e., que los datos avalan un comportamiento óhmico del material usado en la práctica.*

5. Calculo de la resistividad del material

Como ya hemos indicado, nosotros vamos a medir voltajes para una entrada particular de intensidad, queriendo calcular la resistividad del material, por lo que la información importante será $(V_{\text{exp}}, \sigma_{\text{exp}})$, siendo σ_{exp} la que queremos calcular. Los valores que nos va a dar la simulación son pares de $(V_{\text{sim}}, \sigma_{\text{sim}})$ siendo la intensidad I_{exp} y I_{sim} iguales, en una experimental y en otra un parámetro que introducimos a mano. Dado que la ley de Ohm $V \propto \rho = 1/\sigma$ que hemos comprobado que el material sigue (sección 4), podemos suponer que $V \times \sigma = \text{cte}$, y por tanto se debe verificar que:

$$V_{\text{exp}} \times \sigma_{\text{exp}} = V_{\text{sim}} \times \sigma_{\text{sim}} \quad (5)$$

tal que:

$$\sigma_{\text{exp}} = \frac{V_{\text{sim}}}{V_{\text{exp}}} \times \sigma_{\text{sim}} \quad (6)$$

Recordamos que la **conductividad** σ se mide en $[S/m]$ y que su inversa es la **resistividad** denotada por ρ :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (7)$$

que se mide en $[\Omega \cdot m]$. Tomaremos $\sigma_{\text{sim}} = 3 \cdot 10^5 S/m$.

La intensidad que nosotros medimos en el lab no es igual al parámetro que nos pide Agross (programa que realiza la simulación). El funcionamiento de la misma es un poco complicada, ya que modeliza una terminal como un círculo formado por 4 segmentos, de tal modo que nosotros tenemos que introducir la corriente por segmento, así pues el I que vamos a introducir está dividido por 4. Sin embargo todavía falta algo, ya que Agross no pide el valor de la intensidad I en amperios tal y como medimos nosotros en el laboratorio, tenemos que darle el valor de la densidad de corriente $J[A/m^2]$ introducida por los terminales, por lo que vamos a introducir el valor de I dividido entre 4 y por el espesor y el tamaño de uno de los segmentos. Si r es el radio, veamos que:

$$J = \frac{I}{2\pi r d} \quad (8)$$

Por suerte el espesor d nos lo dan en el guión y lo tomaremos por un valor constante sin incertidumbre:

$$d = 1 \text{ mm} \quad (9)$$

Dado que la longitud de cada segmento (o radio) dependerá de la modelización, y eso variará en función de la parte de la práctica en la que estemos, ya que como veremos, es una de las grandes fuentes de incertidumbre, tendremos que indicarlo en cada momento.

6. Resultados

Los resultados los evaluaremos disposición a disposición para ambas parametrizaciones $r_1 = 0.313 \text{ cm}$ y $r_2 = 0.390 \text{ cm}$. Las densidades de corrientes las denotamos por $J_1 \equiv J(r_1)$ y $J_2 \equiv J(r_2)$. En la disposición 1 iremos comentando un poco los resultados, mientras que para las disposiciones posteriores evitaremos realizar estos comentarios (ya que sería repetirlos 6 veces). Así pues:

6.1. Disposición 1

Los valores experimentales tal que ΔV_{exp} , I_{exp} y $J_{1\text{exp}}$ y $J_{2\text{exp}}$ son:

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
2.988 ± 0.032	0.8660 ± 0.0045	15.18 ± 0.15	12.19 ± 0.12

Tabla 1: Tabla de la valores para la disposición 1 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

Dado que no podemos calcular directamente ΔV_{sim} ya que alrededor de las terminales varía un poco el voltaje (véase imagen) tal que mediremos varios V_+ y V_- simulados, obteniendo una media (y su incertidumbre, tal y como hemos indicado arriba) tal que $\Delta V_{\text{sim}} = \bar{V}_+ - \bar{V}_-$. Así pues:

V_+ [mV]	0.3075	0.3069	0.3077	0.3072	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1733	0.1733	0.1733	0.1733	173.30	307.33 ± 0.18	134.03 ± 0.18

Tabla 2: Tabla de la valores para la disposición 1 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

V_+ [mV]	0.3027	0.3029	0.3024	0.3020	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1685	0.1685	0.1685	0.1685	168.50	302.50 ± 0.20	134.00 ± 0.20

Tabla 3: Tabla de la valores para la disposición 1 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cm

y el valor de la resistividad es, para cada parametrización del radio:

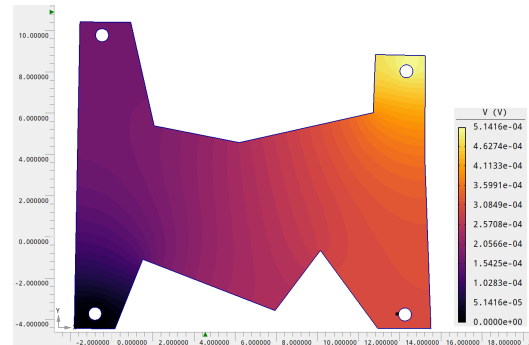
Tabla 4: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.643 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.154 \pm 0.012) \times 10^{-5}$

Tabla 5: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.642 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.154 \pm 0.012) \times 10^{-5}$

Figura 3: Campo escalar para la disposición 1 con r_1 .



La imagen de la derecha representa el campo escalar para la disposición 1 para el radio r_1 .

6.2. Disposición 2

Los valores de los diferentes parámetros en la disposición 2 son:

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
2.986 ± 0.032	0.8648 ± 0.0045	15.17 ± 0.15	12.18 ± 0.12

Tabla 6: Tabla de la valores para la disposición 2 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

V_+ [mV]	0.3499	0.3500	0.3501	0.3501	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.2161	0.2162	0.2160	0.2160	216.08 ± 0.05	350.03 ± 0.05	133.95 ± 0.07

Tabla 7: Tabla de la valores para la disposición 2 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

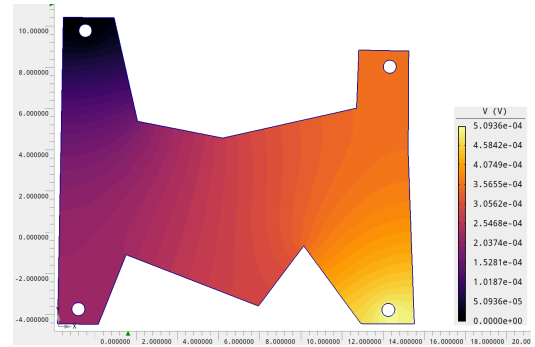
V_+ [mV]	0.3450	0.3449	0.3451	0.3452	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.2111	0.2110	0.2112	0.2114	211.18 ± 0.09	345.05 ± 0.06	133.87 ± 0.11

Tabla 8: Tabla de la valores para la disposición 2 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cmTabla 9: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot$ cm]
$(4.647 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.152 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Tabla 10: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot$ cm]
$(4.644 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.153 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Figura 4: Campo escalar para la disposición 2 con r_1 .

6.3. Disposición 3

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
3.051 ± 0.033	0.0022 ± 0.0002	15.50 ± 0.16	12.44 ± 0.13

Tabla 11: Tabla de la valores para la disposición 3 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

V_+ [mV]	0.2203	0.2203	0.2203	0.2203	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.2207	0.2207	0.2207	0.2207	220.70	220.30	0.40

Tabla 12: Tabla de la valores para la disposición 3 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

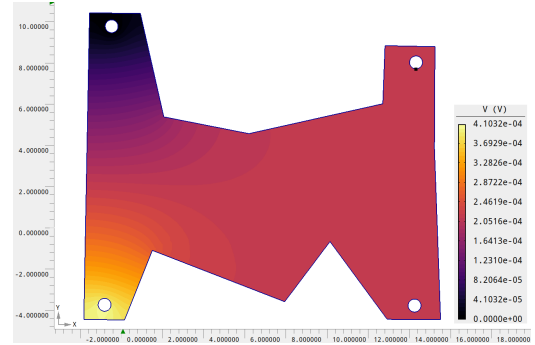
V_+ [mV]	0.1720	0.1720	0.1720	0.1720	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1716	0.1716	0.1716	0.1716	171.60	172.00	0.40

Tabla 13: Tabla de la valores para la disposición 3 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cmTabla 14: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(5.45 \pm 0.52) \times 10^4$	$(1.83 \pm 0.18) \times 10^{-5}$

Tabla 15: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(5.45 \pm 0.52) \times 10^4$	$(1.83 \pm 0.18) \times 10^{-5}$

Figura 5: Campo escalar para la disposición 3 con r_1 .

6.4. Disposición 4

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
2.963 ± 0.032	0.0013 ± 0.0002	15.06 ± 0.15	12.08 ± 0.12

Tabla 16: Tabla de la valores para la disposición 4 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

V_+ [mV]	0.1404	0.1404	0.1404	0.1404	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1399	0.1399	0.1399	0.1399	139.90	140.40	0.50

Tabla 17: Tabla de la valores para la disposición 4 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

V_+ [mV]	0.1671	0.1671	0.1671	0.1671	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1666	0.1666	0.1666	0.1666	166.60	167.10	0.50

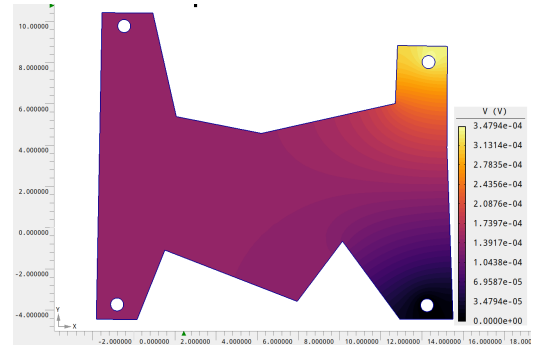
Tabla 18: Tabla de la valores para la disposición 4 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cm

Tabla 19: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(1.15 \pm 0.18) \times 10^5$	$(8.7 \pm 1.4) \times 10^{-6}$

Tabla 20: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(1.15 \pm 0.18) \times 10^5$	$(8.7 \pm 1.4) \times 10^{-6}$

Figura 6: Campo escalar para la disposición 4 con r_1 .

6.5. Disposición 5

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
3.034 ± 0.032	0.8884 ± 0.0046	15.42 ± 0.16	12.37 ± 0.13

Tabla 21: Tabla de la valores para la disposición 5 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

V_+ [mV]	0.2191	0.2190	0.2193	0.2191	\bar{V}_+ [μV]	\bar{V}_- [μV]	ΔV_{sim} [μV]
V_- [mV]	0.3559	0.3553	0.3560	0.3556	355.70 ± 0.16	219.12 ± 0.06	136.57 ± 0.17

Tabla 22: Tabla de la valores para la disposición 5 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

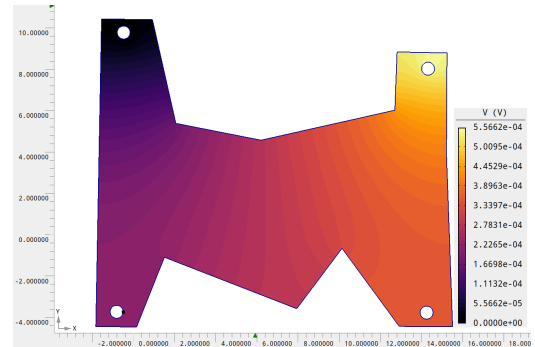
V_+ [mV]	0.3507	0.3500	0.3509	0.3504	\bar{V}_+ [μV]	\bar{V}_- [μV]	ΔV_{sim} [μV]
V_- [mV]	0.2141	0.2139	0.2140	0.2142	214.05 ± 0.06	350.50 ± 0.20	136.45 ± 0.21

Tabla 23: Tabla de la valores para la disposición 5 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cmTabla 24: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.612 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.168 \pm 0.012) \times 10^{-5}$

Tabla 25: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.608 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.170 \pm 0.012) \times 10^{-5}$

Figura 7: Campo escalar para la disposición 5 con r_1 .

6.6. Disposición 6

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
3.070 ± 0.033	0.8969 ± 0.0047	15.60 ± 0.16	12.52 ± 0.13

Tabla 26: Tabla de la valores para la disposición 6 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

V_+ [mV]	0.3158	0.3158	0.3157	0.3157	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1775	0.1776	0.1776	0.1776	177.57 ± 0.03	315.75 ± 0.03	138.18 ± 0.04

Tabla 27: Tabla de la valores para la disposición 6 de V_+ y V_- con $r=0.31$ cm

V_+ [mV]	0.3107	0.3106	0.3109	0.3108	\bar{V}_+ [μ V]	\bar{V}_- [μ V]	ΔV_{sim} [μ V]
V_- [mV]	0.1727	0.1726	0.1727	0.1726	172.65 ± 0.03	310.75 ± 0.06	138.10 ± 0.07

Tabla 28: Tabla de la valores para la disposición 6 de V_+ y V_- con $r=0.39$ cm

y el valor de la resistividad es:

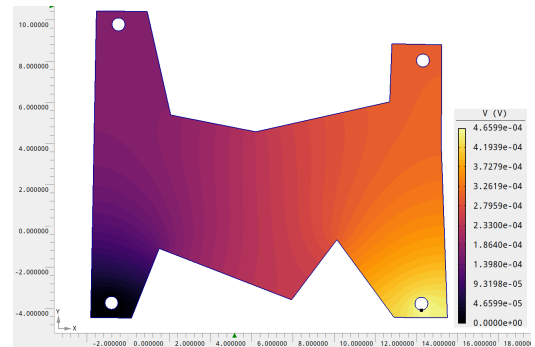
Tabla 29: Valores de σ y ρ para $r = 0.313$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot$ cm]
$(4.622 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.164 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Tabla 30: Valores de σ y ρ para $r = 0.390$ cm.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot$ cm]
$(4.619 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.165 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Figura 8: Campo escalar para la disposición 6 con r_1 .



6.7. Valores finales de la resistividad

En esta sección obtendremos los valores de $\overline{\sigma_{exp1}}$ y $\overline{\sigma_{exp2}}$ que usaremos posteriormente en conclusiones para obtener un σ_{exp} final e identificar el metal.

Para calcular los valores de la resistividad, tal y como hemos dicho, tenemos que realizar varias simulaciones en cada uno de los casos, obteniendo 6 valores de la resistividad para cada radio. En principio $\sigma \neq \sigma(V)$, por lo que podríamos coger cualquier valor de V para cada una de las simulaciones. En general nos hemos quedado siempre con el valor más grande de V e I porque minimiza el error dada por los voltímetros/amperímetros.

	σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
Diposición 1	$(4.643 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.154 \pm 0.012) \times 10^{-5}$
Diposición 2	$(4.647 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.152 \pm 0.011) \times 10^{-5}$
Diposición 3	$(5.45 \pm 0.52) \times 10^4$	$(1.83 \pm 0.18) \times 10^{-5}$
Diposición 4	$(1.15 \pm 0.18) \times 10^5$	$(8.7 \pm 1.4) \times 10^{-6}$
Diposición 5	$(4.612 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.168 \pm 0.012) \times 10^{-5}$
Diposición 6	$(4.622 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.164 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Tabla 31: Tabla de la valores para $r = 0.31$ cm de σ y ρ

	σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
Diposición 1	$(4.642 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.154 \pm 0.012) \times 10^{-5}$
Diposición 2	$(4.644 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.153 \pm 0.011) \times 10^{-5}$
Diposición 3	$(5.45 \pm 0.52) \times 10^4$	$(1.83 \pm 0.18) \times 10^{-5}$
Diposición 4	$(1.15 \pm 0.18) \times 10^5$	$(8.7 \pm 1.4) \times 10^{-6}$
Diposición 5	$(4.608 \pm 0.025) \times 10^4$	$(2.170 \pm 0.012) \times 10^{-5}$
Diposición 6	$(4.619 \pm 0.024) \times 10^4$	$(2.165 \pm 0.011) \times 10^{-5}$

Tabla 32: Tabla de la valores para $r = 0.39$ cm de σ y ρ

En las tablas 31 y 32 podemos ver los valores de σ_{exp} para cada disposición y radio elegido. Sin hacer un análisis estadístico profundo podemos ver directamente que los valores de las disposiciones 1,2,5 y 6 difieran mucho de las disposiciones 3 y 4, lo cual es de esperar (análisis más profundo de esta cuestión en el apartado 7.1), mientras que las disposiciones 1,2,5 y 6 son muy parecidas entre sí. Lo que vamos a hacer a continuación es calcular una media ponderada [4] de σ_{exp} ignorando las disposiciones 3 y 4, lo cual nos dará 2 valores de σ_{exp} que compararemos en 7.2.

Veamos pues los valores obtenidos finalmente (recordamos que son medias ponderadas obtenidas con las disposiciones 1,2,5 y 6), que son extremadamente parecidos entre sí.

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.631 \pm 0.012) \times 10^4$	$(2.1595 \pm 0.0057) \times 10^{-5}$

Tabla 33: Valor medio para $r = 0.31$ cm de σ y ρ

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.628 \pm 0.012) \times 10^4$	$(2.1606 \pm 0.0058) \times 10^{-5}$

Tabla 34: Valor medio para $r = 0.39$ cm de σ y ρ

7. Conclusiones

En esta sección nos vamos a centrar en responder a todas las cuestiones que nos planteamos en los objetivos 1.

7.1. ¿Depende de σ del a geometría?

Tal y como nos deja ver las tablas 31 y 32, los valores de las disposiciones que son cruzadas son muy parecidas entre sí (disposiciones 1 y 2) y con las disposiciones paralelas 3 y 4 (disposiciones 5 y 6), tanto para el radio $r = 0.31$ cm y $r = 0.39$ cm. De hecho podemos ver que todas las medidas cuadran en las incertidumbres de sus compañeras, lo cual es una medida de compatibilidad. El problema está, tal y como comentábamos más arriba, en las disposiciones 3 y 4 (paralelas 1 y 2). ¿Por qué puede ser esto?

La respuesta no es sencilla, aunque Manuel V. Ramallo ya nos dio un pequeño comentario en el laboratorio de porque podría ocurrir esto. El problema con las diposiones paralelas presentadas es que la geometría es muy diferente, ya que es mucho mas parecido a una recta que a una placa dentada. Además al tener tan poca diferencia entre los valores de ΔV el error relativo es muchísimo más grande, con fuentes de incertidumbres más allá de las propiadas del polímetro (como por ejemplo podría ser la luz incidente que modifique la conductividad localmente, diferencias de temperatura...).

Sin embargo en aquellas que ΔV es ya de varios cientos de microvoltios este error se reduciría en comparación con los inherentes al polímetro. Sin hacer un análisis más detallado y extenso (χ^2) creo que podemos afirmar que σ no depende de la geometría salvo en aquellos casos que ΔV sea del orden de decenas microvoltios, en el que fuentes de incertidumbre, en principio desconocidos, pasan a un primer plano.

7.2. Valores de σ_{exp} e indentificación del metal.

Una vez hemos obtenido los valores medios de σ_{exp} para ambas parametrizaciones, descartando las disposiciones 3 y 4 por razones evidentes (conductividades que no se corresponden con el material dado, por ejemplo para la disposición 3 tendríamos una conductividad del cobre) y viendo que los valores para ambas parametrizaciones de los terminales son compatibles, hacemos de nuevo una media ponderada obteniendo el siguiente valor de resisitividad y condcutividad:

σ_{exp} [S/cm]	ρ_{exp} [$\Omega \cdot \text{cm}$]
$(4.6295 \pm 0.0087) \times 10^4$	$(2.1601 \pm 0.0041) \times 10^{-5}$

Tabla 35: Valor medio definitvo de σ y ρ

que es el resultado final de nuestra práctica. Ahora queda identificar nuestro metal. A priori parece que es Plomo (o una aleación con un alto contenido plomo). Según el <https://www.matweb.com/> $\rho_{\text{Pb}} = 2.0643 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{cm}$ a 20°C . Haciendo un análisis sencillo de chi cuadrado:

$$\chi^2 = \frac{\rho_{\text{exp}} - \rho_{\text{teo}}}{u(\rho_{\text{exp}})} \quad (10)$$

nos sale que el valor es incompatible con una confianza del 99.9 %. Sin embargo es normal, nosotros no realizamos las medidas a 20°C (las medidas se hicieron nada más entrar al laboratorio por la

mañana, por lo que la temperatura de la habitación estaría entorno a 12-15 °C). ¿Podemos indentificar entonces el metal? Estadísticamente nos es imposible afirmar que tipo de material es. Para poder hacerlo tendríamos que contorlar rigurosamente las condiciones en las que medimos los valores y hacer que fueran constantes (luminosidad, tempeartura, humedad).

Otras medidas que se nos ocurren que podríamos hacer para satisfacer la pregunta de qué metal es podría podría usar las disposiciones 3 y 4 teniendo en cuenta que se parece más a una disposición geométrica rectangular que a una dentada, con lo que midiendo ΔV entre los bornes en los que aplicamos la corriente y midiendo bien las distancias de la placa podríamos obtener ρ facilmente.

A. Tablas de datos

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.593 ± 0.018	0.4624 ± 0.0025	8.09 ± 0.08	6.50 ± 0.07
1.984 ± 0.022	0.5748 ± 0.0031	10.08 ± 0.10	8.09 ± 0.08
2.486 ± 0.027	0.7210 ± 0.0038	12.63 ± 0.13	10.14 ± 0.10
2.988 ± 0.032	0.8660 ± 0.0045	15.18 ± 0.15	12.19 ± 0.12

Tabla 36: Tabla de la valores para la disposición 1 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.576 ± 0.018	0.4570 ± 0.0025	8.01 ± 0.08	6.43 ± 0.07
1.979 ± 0.022	0.5733 ± 0.0031	10.06 ± 0.10	8.07 ± 0.08
2.486 ± 0.027	0.7200 ± 0.0038	12.63 ± 0.13	10.14 ± 0.10
2.986 ± 0.032	0.8648 ± 0.0045	15.17 ± 0.15	12.18 ± 0.12

Tabla 37: Tabla de la valores para la disposición 2 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.575 ± 0.018	0.0009 ± 0.0002	8.00 ± 0.08	6.42 ± 0.07
2.020 ± 0.022	0.0014 ± 0.0002	10.26 ± 0.10	8.24 ± 0.08
2.490 ± 0.027	0.0017 ± 0.0002	12.65 ± 0.13	10.15 ± 0.10
3.051 ± 0.033	0.0022 ± 0.0002	15.50 ± 0.16	12.44 ± 0.13

Tabla 38: Tabla de la valores para la disposición 3 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.609 ± 0.018	0.0001 ± 0.0002	8.18 ± 0.08	6.56 ± 0.07
1.970 ± 0.022	0.0002 ± 0.0002	10.01 ± 0.10	8.03 ± 0.08
2.576 ± 0.028	0.0009 ± 0.0002	13.09 ± 0.13	10.51 ± 0.11
2.963 ± 0.032	0.0013 ± 0.0002	15.06 ± 0.15	12.08 ± 0.12

Tabla 39: Tabla de la valores para la disposición 4 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.592 ± 0.018	0.4667 ± 0.0025	8.09 ± 0.08	6.49 ± 0.07
2.024 ± 0.022	0.5915 ± 0.0032	10.29 ± 0.10	8.25 ± 0.08
2.534 ± 0.027	0.7491 ± 0.0039	12.88 ± 0.13	10.33 ± 0.11
3.034 ± 0.032	0.8884 ± 0.0046	15.42 ± 0.16	12.37 ± 0.13

Tabla 40: Tabla de la valores para la disposición 5 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

I [A]	V [V]	J_1 [A/cm ²]	J_2 [A/cm ²]
1.603 ± 0.018	0.4700 ± 0.0025	8.15 ± 0.08	6.54 ± 0.07
2.020 ± 0.022	0.5908 ± 0.0032	10.26 ± 0.10	8.24 ± 0.08
2.539 ± 0.027	0.7418 ± 0.0039	12.90 ± 0.13	10.35 ± 0.11
3.070 ± 0.033	0.8969 ± 0.0047	15.60 ± 0.16	12.52 ± 0.13

Tabla 41: Tabla de la valores para la disposición 6 $r_1 = 0.313$ y $r_2 = 0.390$ cm

Referencias

- [1] Carlos Caballerira Romero et al. “Resistividad eléctrica de una placa dentada (puesto 1) o perforada (puesto 2)”. En: (2024).
- [2] Ivan Cambón Bouzas. “Resistividad eléctrica dunha placa dentada”. En: (2021).
- [3] Rene Brun y Fons Rademakers. *ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework, Proceedings*.
- [4] Luis M. Varela Cabo, Faustino G. Rodríguez y Jesus C. Montaña. *Tratamiento de datos físicos*. Ed. por Manuais Universitarios. 2010.