

Técnicas Experimentales III

Daniel Vázquez Lago
Laura Lago Conde
Cristina Lamela Vázquez

08/01/2024

Índice general

I	Práctica 1	7
1.	Guía de ondas	9
1.1.	Objetivos	9
1.2.	Introducción teórica	9
1.3.	Montaje y tratamiento de datos	12
1.3.1.	Condiciones de frontera	12
1.3.2.	Longitud de onda en el espacio libre	15
1.3.3.	Materiales y polarizadores	16
1.3.4.	Decaimiento con la distancia	17
1.4.	Conclusiones	18
1.4.1.	Guía de ondas	18
1.4.2.	Condiciones de frontera	19
1.4.3.	Medios materiales	20
1.4.4.	Caída con la distancia	20
II	Práctica 2	21
2.	Línea de transmisión	23
2.1.	Introducción	23
2.2.	Tiempo de propagación	24
2.3.	Señal cuadrada	25
2.3.1.	Reflexión sin inversión	25
2.3.2.	Reflexión con inversión	26
2.4.	Señal triangular	26
2.4.1.	Reflexión sin inversión	26

2.4.2. Reflexión con inversión	27
2.5. Resonancias en la línea	28
2.6. Medida de atenuación de la línea	29
2.7. Impedancia característica de la línea	30
2.8. Autoinducción de la línea	31
2.9. Capacidad de la línea	32
2.10. Desadaptación de la entrada	32
 III Práctica 3	 35
 3. Experimentos con microondas	 37
3.1. Introducción	37
3.2. Objetivos	37
3.3. Propiedades fundamentales de los campos de microondas	37
3.3.1. Polarización del campo electromagnético delante de una antena de bocina	37
3.3.2. Medición de la distribución del campo delante de una bocina	41
3.3.3. Interferencias de las ondas	44
3.4. Propagación de las ondas en las sustancias dieléctricas	45
3.4.1. El acortamiento de la longitud de onda λ_m y la determinación directa del numero de refracción n	45
3.5. Comportamiento cuasióptico de las ondas	46
3.5.1. Difracción en un borde	46
3.5.2. La difracción en una rendija sencilla	48
3.5.3. Difracción en un obstáculo	49
3.5.4. Comprobación cuantitativa de la ley de la difracción	51
3.5.5. El efecto focalizador de los cuerpos de cuarzos convexos	52
3.5.6. Reflexión total	52
3.6. Propagación de las ondas a través de conductores	55
3.6.1. Conducción de microondas a lo largo de una línea de Lecher	55
3.6.2. Conducción de micrrondas a través de una conducción metálica hueca	56
3.6.3. Rádar Doppler	56

IV	Práctica 4	59
4.	Propagación en conductores	61
4.1.	Objetivos	61
4.2.	Teoría	61
4.3.	Montaje experimental	63
4.4.	Tratamiento de datos	66
4.4.1.	Fase y cuadratura	66
4.4.2.	Conductividad experimental	67
4.4.3.	Frecuencias de fase y desfase	68
4.4.4.	Comportamiento a bajas frecuencias	68
4.4.5.	Filtro a la pasa-baja	68
4.5.	Conclusiones	69
4.6.	Tablas	70
V	Práctica 5	71
5.	Medida de la relación carga-masa del electrón	73
5.1.	Introducción	73
5.2.	Resultados	74

Parte I

Práctica 1

Capítulo 1

Guía de ondas

1.1. Objetivos

En esta práctica vamos a estudiar, principalmente, como se comporta la onda al propagarse por una guía de ondas rectangular. Aunque explicar los objetivos sin introducir la teoría es un poco complicado, podemos ver esta práctica como un estudio no muy profundo de como se comporta la guía de ondas rectangular, donde vamos a comprobar si la teoría es corroborada (o no) por los datos experimentales. Además estudiaremos otros fenómenos como la absorción de medios materiales, o el efecto de aperturas en la guía de ondas. Más adelante veremos punto por punto cuales son los objetivos mas concretos.

1.2. Introducción teórica

El estudio de una guía de ondas es una de las partes mas bonitas de la electrodinámica clásica. Para empezar a estudiar entonces lo que es una guía de ondas es tener claro que es una guía de ondas.

Para describir que es una guía de ondas debemos saber cuales son las características de un conductor. Un conductor puede considerarse un material en cuyo interior el campo eléctrico es nulo. Entonces si construimos un objeto con forma de tubo usando un material conductor obtendremos un objeto para el cual las ondas electromagnéticas no podrán salir del interior: solo van a poder propagarse en la dirección del tubo.

Por esa misma razón se le llama *guía de ondas*, ya que la onda está siendo guiada hacia una dirección a propósito. Sin embargo no estan sencillo como pueda parecer: aunque la energía en promedio se desplace en la dirección de la guía, en realidad la dirección de propagación del vector de ondas (\mathbf{k}) está rebotando constantemente entre las paredes, tal y como se ve en la siguiente figura 1.1. Esto debe ser así debido a las condiciones de contorno; es imposible que \mathbf{E} y \mathbf{B} sean mutuamente perpendiculares (a veces llamado ondas transversales, o modo TEM) a $\hat{\mathbf{z}}$ en una guía de ondas.

Como a fin de cuentas la energía de la onda, y por tanto la onda, se propaga en la dirección $\hat{\mathbf{z}}$, tenemos que la forma mas general de escribir la ecuación de ondas es de la forma siguiente:

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = \mathbf{B}(x, y)e^{i(k_z z - \omega t)} \quad \mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(x, y)e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (1.1)$$

Ahora definimos el **modo transversal eléctrico** (TE) y **modo transversal magnético** (TM). Este tema es demasiado complejo como para tratarlo en la introducción de una práctica, así que nos limitaremos

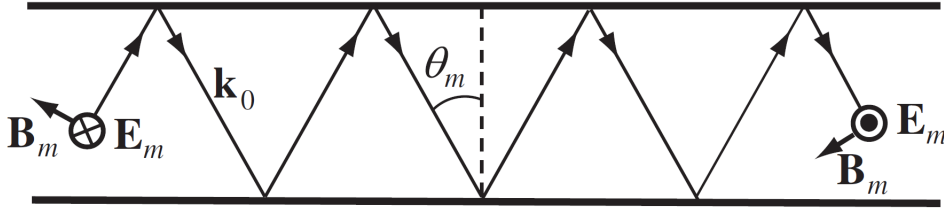


Figura 1.1: rebote de una onda en las paredes de un conductor. Zangwill, 2013.

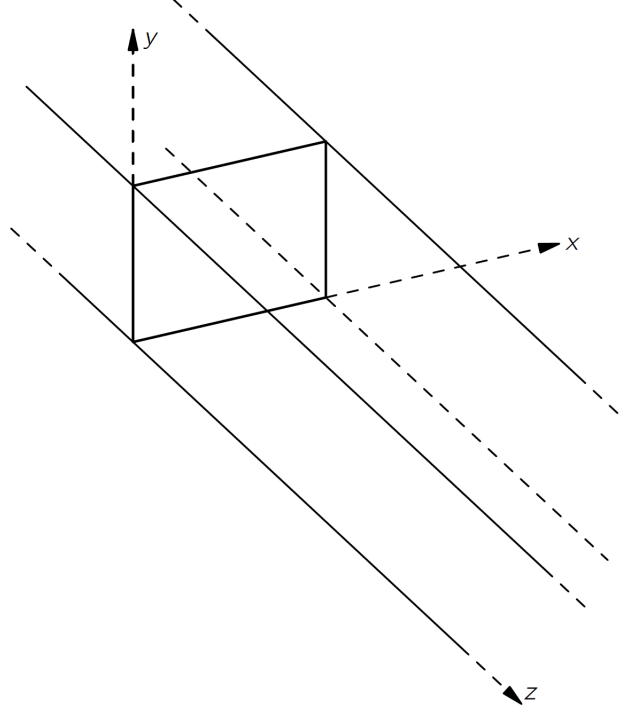


Figura 1.2: guía de ondas rectangular. The Feynman Lectures, Feynman, 1962.

a dar una pequeña introducción. Los modos TE y TM son las únicas formas en las que la onda puede existir. Como hemos dicho \mathbf{k} no es paralelo a $\hat{\mathbf{z}}$, por lo que debe existir un campo que tenga una parte que vibre en $\hat{\mathbf{z}}$, pero solo puede existir uno. De ahí salen los modos: el **modo TE** es aquel para el cual el campo magnético vibra en $\hat{\mathbf{z}}$ y el **modo TM** es aquel para el cual el campo eléctrico vibra en $\hat{\mathbf{z}}$.

Debido a que $\hat{\mathbf{z}}$ es paralelo a las paredes conductoras (a las superficies) debe verificarse las condiciones de frontera para E_z y B_z , que son:

$$\text{TE : } E_z|_S = 0 \quad \text{TM : } \left. \frac{\partial B_z}{\partial n} \right|_S = 0 \quad (1.2)$$

que habrá que aplicar a las ecuaciones de ondas siguientes, donde $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k^2 - k_z^2) \right] E_z = 0; \quad \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k^2 - k_z^2) \right] B_z = 0 \quad (1.3)$$

Una vez hemos aplicado las condiciones de frontera llegamos a la conclusión de que:

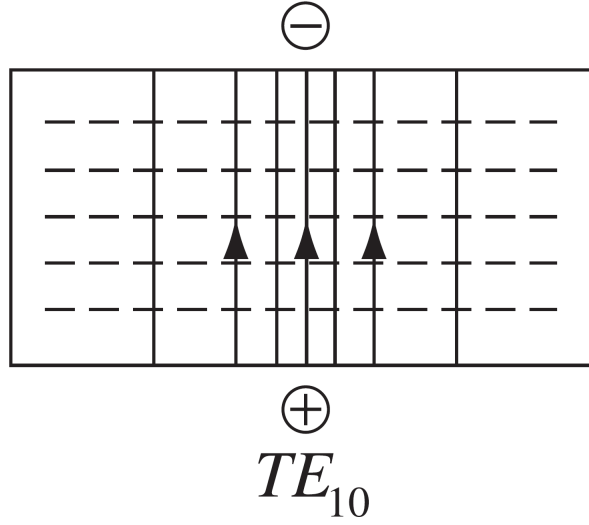


Figura 1.3: modo TE_{10} , donde la línea sólida es el campo eléctrico y la línea espaciada el campo magnético. Borgnis and Papas (1958).

$$E_z^{mn}(x, y) = E \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

$$B_z^{mn}(x, y) = B \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.5)$$

donde hemos supuesto que el lado de la guía correspondiente al eje x es a y al eje y es b , tal que podemos suponer sin pérdida de generalidad que $a > b$. Por tanto hemos llegado sin ningún tipo de problema a una solución, que como podemos ver *discretiza* los posibles valores de k_x, k_y ; tal que entonces obtenemos que:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (1.6)$$

Sin embargo tenemos un problema, dado que estos valores son discretos puede pasar que emitamos la onda a una frecuencia suficientemente baja para que $k^2 < (k_x^2 + k_y^2)$. En ese caso tendremos que k_z se hace un imaginario puro, y por tanto la onda deja de propagarse. Esto es un problema, ya que queremos que se propague la onda. A estos modos los llamamos **modos evanescentes**. Entonces se hace indispensable hayar cual es el menor valor para el cual la onda puede propagarse.

Dado que si el modo es TM debe verificarse que $n, m > 0$ ya que de cualquier otra forma no existen ondas, y que el modo TE puede verificar que n o m es cero, tenemos que el modo debe ser TE. Ahora, como $a > b$, el menor valor de $k_x^2 + k_y^2$ ocurre cuando $m = 1, n = 0$, llamado el modo TE_{10} . El valor del número de onda para el cual se igualan k^2 y $k_x^2 + k_y^2$ se llama **valor crítico**, y se le asocia una **frecuencia crítica** y una **longitud de onda crítica**, tal que:

$$k_c = \frac{\pi}{a} \quad \omega_c = \frac{\pi}{a} \frac{1}{c} \quad \lambda_c = \frac{a}{2} \quad (1.7)$$

y por tanto podemos relacionar la longitud de onda crítica (o la frecuencia crítica) con el valor de λ y λ_z , tal que:

$$\lambda_c = \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_z^2} \right)^{-1/2} \quad (1.8)$$

En la figura 1.3 podemos ver como se comportan la vibración de los diferentes campos para el modo TE: el campo eléctrico vibra en la dirección y , tal que \mathbf{E} está linealmente polarizado en toda la guía.

1.3. Montaje y tratamiento de datos

Ahora que hemos entendido como funciona la guía de ondas es hora de empezar a explicar los objetivos de esta práctica. En esta práctica nos centraremos sobretodo en el estudio de la guía de ondas, aunque también estudiaremos mas cosas. Dado que existen bastantes objeto de estudio en esta práctica dividiremos esta sección en 6 partes diferentes, que luego en la sección de conclusiones entrelazaremos para obtener una visión mas global de la práctica.

1.3.1. Condiciones de frontera

z_1 (cm)	V_1 (V)	z_2 (cm)	V_2 (V)	z_3 (cm)	V_3 (V)
4.85	0.0160	5.60	0.2220	5.65	0.1890
5.95	0.1960	6.20	0.1390	6.30	0.1550
7.05	0.0060	7.35	0.2160	7.40	0.1990
8.05	0.1630	8.55	0.0998	8.60	0.1120
9.25	0.0147	9.80	0.1665	9.60	0.1450
10.40	0.1402	10.95	0.0995	10.70	0.1060
11.40	0.0063	11.80	0.1944	11.75	0.1560
12.50	0.1455	12.85	0.1058	12.90	0.1150
13.60	0.0051	14.10	0.2000	14.10	0.1640
14.75	0.1523	15.20	0.1050	15.25	0.1130
15.80	0.0065	16.00	0.1782	16.00	0.1450
16.75	0.1488	17.30	0.0998	17.30	0.0990
18.05	0.0057	18.50	0.1850	18.50	0.1650
19.05	0.1533	-	-	19.60	0.1260
20.20	0.0058	-	-	-	-

Cuadro 1.1: 1: cortocircuito. 2: guía abierta. 3: guía adaptada.

Esta parte de la práctica se llama así porque lo que vamos a hacer es cambiar las condición de frontera de la guía. Como sabemos una guía es finitam, por lo que va a llegar un punto donde nuestro tubo rectangular se va a acabar. En el inicio de la guía tendremos un aparato que nos ayudará a mandar las señales electromagnéticas. Entonces lo que haremos es que cambiaremos el final de la guía, obteniendo así tres configuraciones con 3 condiciones de frontera completamente diferentes:

- **Cortocitcuito:** llamamos así a la guía que acaba en un plano perpendicular formado por un buen conductor. De este modo la onda se refleja con inversión de fase formando las ondas estacionarias. Idealmente se creará una onda estacionaria perfecta.
- **Guía abierta:** llamamos así cuando dejamos abierto al aire la guía. De este modo se reflejará pero sin invertirse la fase, formandose ondas estacionarias. Obtendremos unas ondas estacionarias con una “peor calidad” debido a que fuera de la guía existen otras señales eléctromagnéticas que pueden intererir en el laboratorio. Idealmente se creará una onda estacionaria perfecta con los máximos y mínimos inversos respecto la anterior condición.
- **Terminación adaptada:** llamamos así a la terminación que impide la reflexión. Debido a que la buchina (adaptador) es finita exisitirá un componente reflejado y por tanto una onda estacionaria. Idealmente no se forma onda estacionaria.

Que como podemos ver crean diferentes ondas dentro de la buchina, pero en todo caso las 3 generarán 3 ondas estacionarias. Entonces con estas ondas estacionarias generadas podremos estudiar dos cosas. La

primera que vamos a estudiar es si realmente se manifiesta lo que el modelo predice. En ese caso debemos obtener un parámetro que nos diga si se formo onda estacionaria, y de formarse que nos permita comparar si cambia entre condiciones. Este valor será el valor SWR definido como:

$$SWR = \sqrt{\frac{V_{\max}}{V_{\min}}} \quad (1.9)$$

que además nos permitirá obtener el coeficiente de reflexión, que viene dado por:

$$r = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (1.10)$$

De este modo debe verificarse que para 1 y 2 $r \rightarrow 1$ y para 3 $r \rightarrow 0$. Dado que la inversión es diferente en 1 y 2, también será objeto de estudio que los máximos y los mínimos de la estacionaria están cambiados.

Por último, dado que los valores tomados formarán una onda estacionaria tal que la distancia entre máximo y máximo nos da el valor mitad de la longitud de onda de la onda, podremos obtener así el valor de λ_z , y por tanto el valor de k_z . De hecho obtendremos 3, uno para cada onda estacionaria formada. Luego si en alguna de las partes posteriores obtenemos el valor de la onda real entonces podremos calcular λ_C de tal modo que podemos conocer a ; y de este modo ver si el modelo seguido es realmente consistente o no.

En la tabla 1.1 podemos ver cuales son los datos experimentales obtenidos en el laboratorio para cada condición. En la siguiente tabla (tabla 1.2) podemos ver los valores obtenidos de dichos datos experimentales. Como podemos comprobar obtenemos coeficientes de r mas o menos razonables, tal que $r_1 > r_2 > r_3$.

Configuracion	V_{\max} (V)	V_{\min} (V)	SWR	r	λ (cm)
Cortocircuito (1)	0.16	0.0079	4.49	0.91	4.40
Guía abierta (2)	0.20	0.1024	1.40	0.32	4.28
Guía adaptada (3)	0.18	0.1064	1.30	0.26	4.37

Cuadro 1.2: valores de SWR y el coeficiente de reflexión para las diferentes configuraciones

En la gráfica 1.4 vemos la gráfica para el cortocircuito y su aproximación sinusoidal, de la que obtenemos V_{\max} y V_{\min} y λ . Obteneoms los máximos y mínimos usando la aproximación ya que al no ser estacionarios puros, el error de medida es muy grande, de tal modo que coger los valores mas altos medidos sería rigurosamente erróneo. En las figuras 1.5 obtenemos la gráfica para la guía abierta: y en la figura 1.6 para la guía adaptada.

d_1 (cm)	V_1 (V)	d_2 (cm)	V_2 (V)
8.90	0.093	5.70	0.036
18.20	0.223	6.80	0.268
6.90	0.264	18.00	0.223
5.80	0.117	16.90	0.024

Cuadro 1.3: tabla con los datos para 2 configuraciones diferentes de los tornillos conductores.

Luego cambiaremos las condiciones dentro de la misma guía mediante un **adaptador de tornillos**, pudiendo controlar cuanta longitud del tornillo entra dentro de la guía, buscando la cancelación de la onda reflejada. Los datos 1.3 son los obtenidos para dos configuraciones elegidas con poco rigor. En general haríamos 3, pero solo pudimos obtener dos ya que el adaptador se soltó y no hubo manera de arreglarlo. Obtenemos así los valores de SWR y r para las configuraciones (tabla 1.4):

Configuración	V_{max} (V)	V_{min} (V)	SWR	r
Configuración 1	0.244	0.105	1.52	0.21
Configuración 2	0.246	0.030	2.86	0.48

Cuadro 1.4: valores de SWR y el coeficiente de reflexión para dos configuraciones del adaptador de tornillos

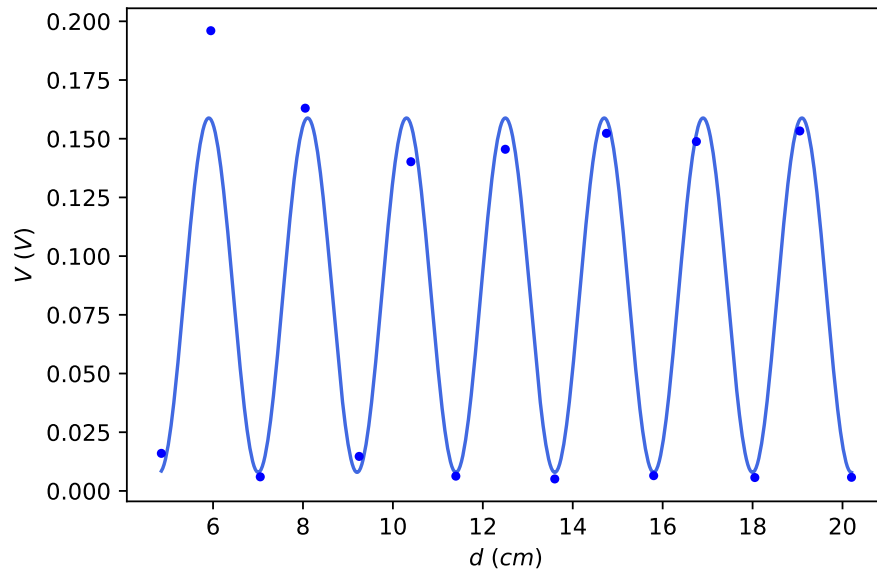


Figura 1.4: posiciones de los máximos y mínimos en la guía de ondas para el cortocircuito.

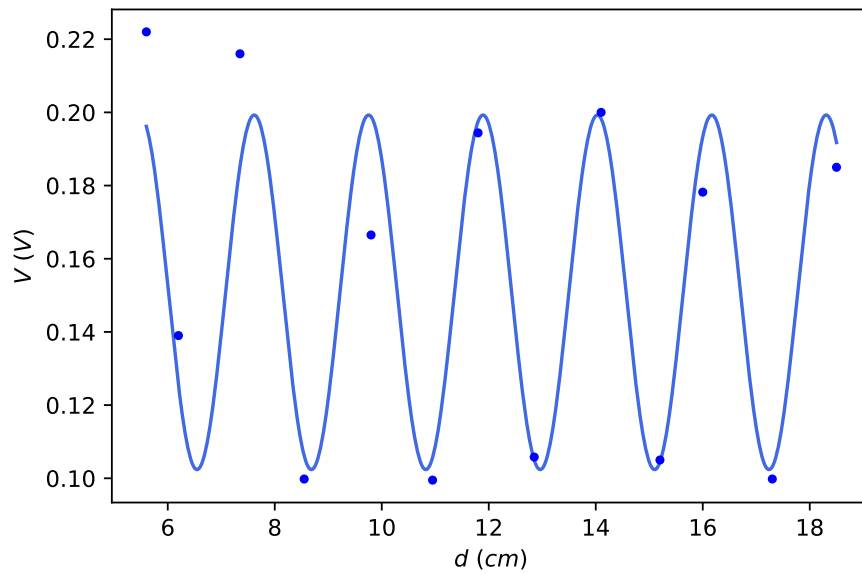


Figura 1.5: posiciones de los máximos y mínimos en la guía de ondas para la guía abierta.

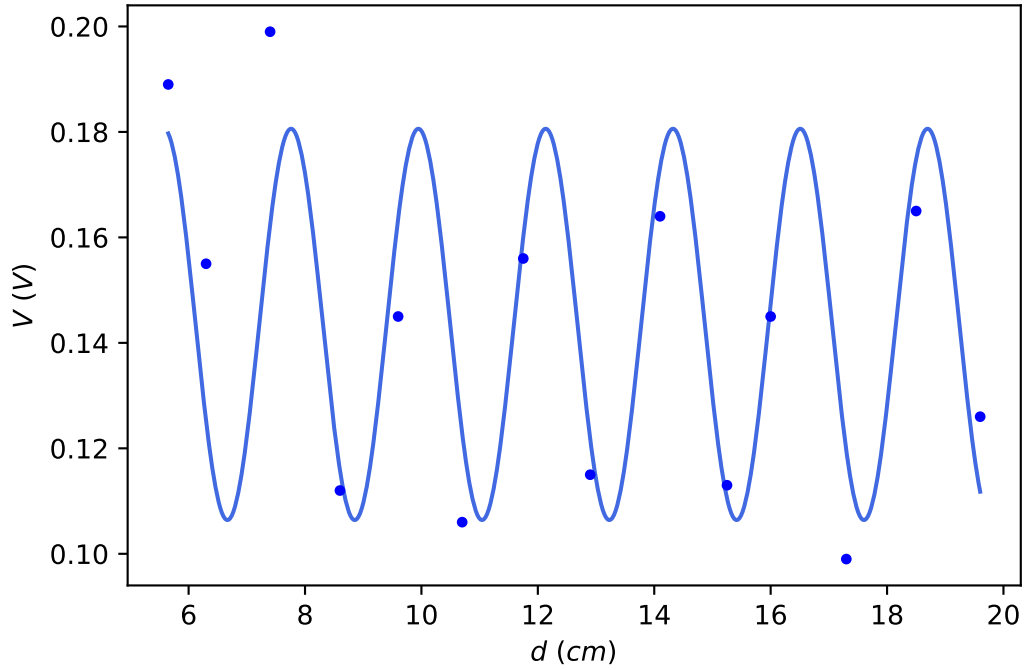


Figura 1.6: posiciones de los máximos y mínimos en la guía de ondas para la guía adaptada.

1.3.2. Longitud de onda en el espacio libre

En este caso adaptaremos la línea (colocando al final de la guía la bucina) y colocaremos una lámina formada por un buen conductor. Así la onda transmitida rebotará y se formará una onda estacionaria en el aire. Dejando el medidor quieto, y moviendo la placa, podemos obtener la longitud de ondas en el aire, ya que anotando las distancias a las que aparecen los máximos/mínimos podremos obtener la mitad de la longitud de ondas en el vacío. Este será el objetivo de esta parte. Los datos obtenidos son [1.5](#), y la frecuencia/longitud de onda las presentamos en

$$\lambda = 3,15 \text{ (cm)} \quad f = 9,51 \text{ (GHz)} \quad (1.11)$$

tal que la longitud de onda es menor que la obtenida en [1.2](#).

$d \text{ (cm)}$	$V \text{ (V)}$
1.1	0.194
2.1	0.106
3.0	0.200
3.7	0.103
4.6	0.200
5.2	0.096

Cuadro 1.5: datos para obtener la frecuencia real de la onda

En la gráfica [1.7](#) podemos ver los datos representados y la aproximación sinusoidal usada para obtener la longitud de ondas.

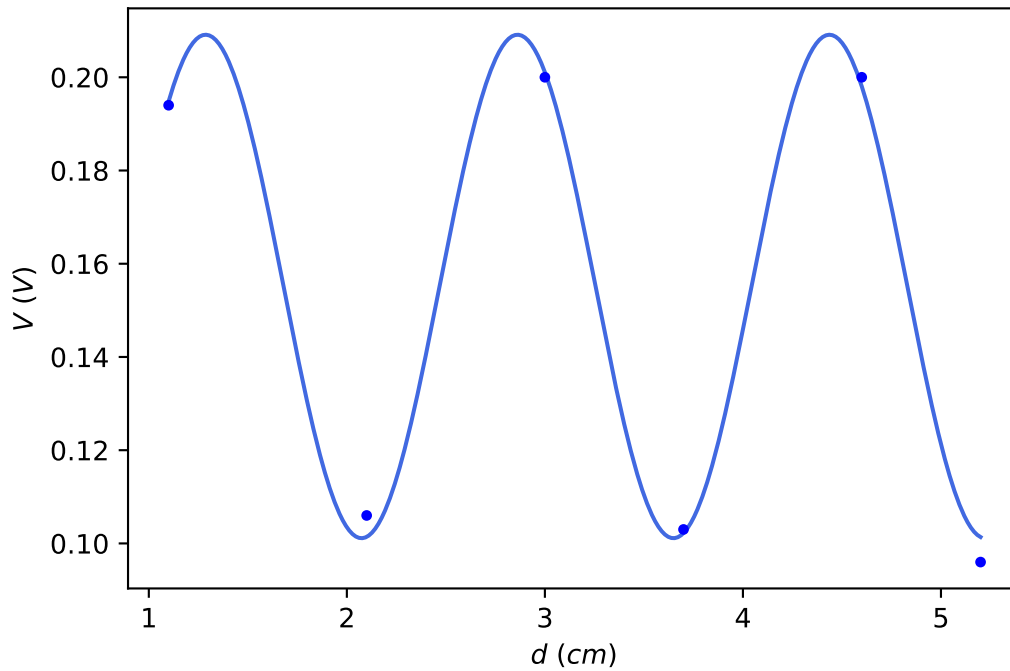


Figura 1.7: valores experimentales y aproximación sinusoidal en el vacío, fuera de la guía.

1.3.3. Materiales y polarizadores

En esta sección lo que haremos será colocar el sensor en una bucina a una distancia de 50 cm de la guía adaptada. Entonces colocaremos en medio diferentes materiales (PVC, papel laminado y pexiglass) de tal modo que moveremos un poco la bucina buscando cual es el valor del máximo tras este medio. Obtendremos un valor menor debido a la absorción y posible reflexión de los medios. En ese caso podremos estudiar los diferentes efectos que tienen los materiales.

Luego colocaremos los polarizadores de tal manera que podamos estudiar si la onda sale realmente polarizada o no, y en que dirección sale (corroborando o no lo visto en la sección de teoría). En la tabla 1.6 podemos ver los datos obtenidos. Rapidamente podemos observar que la polarización es vertical (por eso la onda muere con un polarizador vertical), tal que la onda *sí* esta polarizada linealmente hacia el eje y .

Material	V (V)
Vacío	0.121
Papel laminado	0.1
Pexiglas	0.121
PVC	0.115
Polarizador horizontal	0.121
Polarizador vertical	0.06

Cuadro 1.6: datos para los diferentes materiales

1.3.4. Decaimiento con la distancia

En este caso lo que hacemos es ver el efecto que se produce cuando entre el sensor y la guía existe una apertura, de tal modo que veremos como evoluciona los máximos medidos en función de la distancia entre el sensor y el final de la onda. Lo haremos para ambas guías adaptadas (marcando la distancia cero entre estas cuando estan en contacto) y para ambas guías en abierto. De este modo podremos estudiar el efecto de un hueco en medio de la guía, y como cambia a medida que se hace mas grande el hueco.

En la tabla 1.7 vemos los datos. Como podemos observar para la configuración ambas adaptadas no tomamos el dato de 3cm. Se debe a que fue un dato que incorporamos en las últimas medidas y no tuvimos tiempo de añadirlos. En la figura 1.7 representamos dichos datos.

d (cm)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_3 (V)
0.0	0.148	0.086	0.015
1.0	0.237	0.081	0.018
2.0	0.245	0.119	0.013
3.0	-	0.076	0.011
5.0	0.282	0.084	0.012
10.0	0.215	0.058	0.008
20.0	0.141	0.030	0.002
30.0	0.109	0.018	0.004
40.0	0.087	0.012	0.002
50.0	0.067	0.008	0.001

Cuadro 1.7: Caída con la distancia. 1: ambas adaptadas. 2: una adaptada. 3: ninguna adaptada

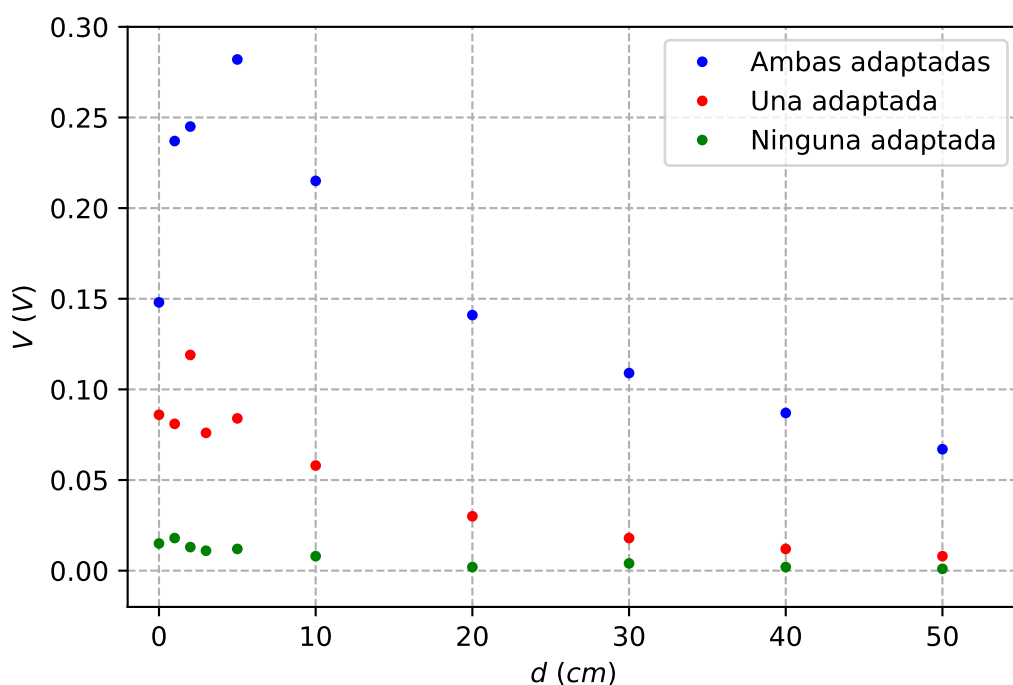


Figura 1.8: comparación del voltaje en función de la distancia a la línea para cada configuración.

Cabe destacar que el cuando una esta adaptada o ninguna está adaptada no supone el contacto, si no que están a la mismas distancias que cuando están adaptadas. Entonces si las bucinas miden 6 cm de largo

cada uno, el cero supone una distancia de 12 cm entre guías para ninguna adaptada o 6 cm para una adaptada. Cuando están en contacto para ninguna adaptada tendremos un potencial medido de 0.37 V.

1.4. Conclusiones

Dado que la cantidad de conclusiones que podemos obtener de esta práctica es enorme, dividiremos esta sección en diferentes partes, donde estudiaremos en cada uno un objetivo marcadamente diferente del resto. En ese caso se dividirá en:

- **Parte 1:** es donde podremos valorar si la teoría de la guía de ondas es capaz de predecir (y con que grado de éxito) los resultados experimentales. Será el apartado mas grande e importante de esta sección. Incluirá el estudio de las frecuencias y longitudes de onda; el estudio de los polarizadores lineales.
- **Parte 2:** es la segunda parte mas importante. Aquí veremos con mas precisión los resultados de SWR y r para las diferentes condiciones.
- **Parte 3:** en esta parte veremos el comportamiento de los medios materiales.
- **Parte 4:** la última parte, donde veremos la caída con la distancia.

Además trataremos de dar algún tipo de indicación de como podríamos mejorar las prácticas.

1.4.1. Guía de ondas

En primer lugar vamos a mencionar los datos que previamente sabemos, dados por el guión. Sabemos que la frecuencia de la onda es de entorno a 10 GHz. Experimentalmente obtuvimos que $f = 9,51$ GHz, por lo que podremos afirmar que es un resultado satisfactorio, con un error relativo $\approx 5\%$. También sabemos que $f_C^T = 6,562$ GHz; y que el tamaño de la barra es de aproximadamente 9 cm.

Ahora analicemos los resultados teórico. Como podemos ver las tablas, las longitudes de onda obtenidas (experimentalmente) son:

$$\lambda_z = 4,35 \text{ (cm)} \quad \lambda = 3,15 \text{ (cm)} \quad (1.12)$$

por lo que la longitud de onda crítica, según la ecuación 1.8 es:

$$\lambda_c = 4,57 \text{ (cm)} \quad f_c = 6,563 \text{ (GHz)} \quad (1.13)$$

Lo cual se traduce en un tamaño de:

$$a = 9,14 \text{ (cm)} \quad (1.14)$$

Eso implica un error del 0,01 % para el cálculo de f_C , y un error del 1,5 % para el cálculo de a . Por tanto, a nivel experimental, los datos obtenidos son suficientemente acertados como para decir que la práctica ha sido, al menos en esta parte, todo un éxito. Además de estos datos, el guión nos pregunta que calculemos la frecuencia de la onda que pasa por la guía sabiendo que la frecuencia de crítica es $f_c^T = 6,562$ GHz. En ese caso tendremos que usando λ_z experimental, la frecuencia es:

$$f = 9,52 \text{ (GHz)} \quad (1.15)$$

que es prácticamente lo mismo que nos da experimentalmente. También se nos pregunta uqe pasaría si estuiviera rellena de un material dieléctrico. Si tuvieramos una onda a la misma frecuencia, tendríamos que k_z dado por la siguiente ecuación:

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{v_p^2} - \frac{\omega_C^2}{v_p^2} \quad (1.16)$$

claramente aumentaría, disminuyendo λ_z , disminuyendo también la velocidad de grupo y fase.

Queda comentar el efecto del polarizador. Como podemos ver el polarizador vertical destruye la onda. Eso implica que la onda electromagnética esta polarizada linealmente en el eje y . Esto ya lo dijimos en la sección de teoría, y es corroborado experimentalmente. Es decir, además de predecir con precisión factores como la frecuencia, longitud de onda... es capaz de predecir en que estado vibra la onda. Entonces como hemos podido comprobar el análisis teórico ha sido capaz de predecir con una gran precisión los resultados obtenidos, siendo cosistente consigo mismo. Por tanto considero esta parte de la práctica un éxito rotundo.

Para mejorar la práctica lo único que haría yo es reducir el ruido electromagnético del exterior, sobretodo para el caso del análisis de la guía abierta y adaptada, aunque es mas relevante en el punto posterior. Esto ayudaría a mejorar el análisis de λ y λ_z . Esto se puede conseguir rodeando la práctica de algún tipo de conductor.

1.4.2. Condiciones de frontera

En este caso el análisis será bastante rápido. Como podemos ver en la tabla 1.2 los datos de SWR y r se corresponden a lo que deberían dar. Los valores para las configuraciones 1 y 2 son mayores que para la 3. Sin embargo podemos ver que la diferencia entre 2 y 3 es prácticamente nula. Esto es porque el efecto de la guía adaptada es muy pequeño, al ser finita y relativamente pequeña. Además los problemas derivados de tener la guía abierta: entran otras señales, los campos se empiezan a curvar al final de la línea... conllevan a que r para 2 sea bastante pequeña en comparación de para 1.

Por otra parte es un error asumible, debido a la cantidad de ruido a la que está sometido el sensor en abierto. Esto se puede comprobar perfectamente en las gráficas 1.5 y 1.6, ya que los datos son muy erráticos, ya la aproximación sinusoidal no es capaz de predecirla correctamente.

Otro factor a estudiar es si se predice la inversión de polarización. Para esto presentamos la gráfica 1.9, donde se muestran las ondas para las configuraciones 1 y 2. Como podemos ver los máximos y mínimos estan prácticamente intercambiados, tal y como habíamos predicho.

Es entonces parcialmente exitosa esta parte: aunque los resultados hayan sido debidamente predichos por la teoría, los datos tomadas en las configuraciones 2 y 3 manchan bastante este estudio, por lo que creo que se hace imperactivo crear un entorno libre de ondas electromagnéticas externas para dicho estudio.

En la parte del adaptador de tornillos queríamos ser capaces de cancelar la onda reflejada al cambiar las condiciones. Aunque en la primera si es cierto que lo hicimos, en la segunda conseguimos el efecto contrario.

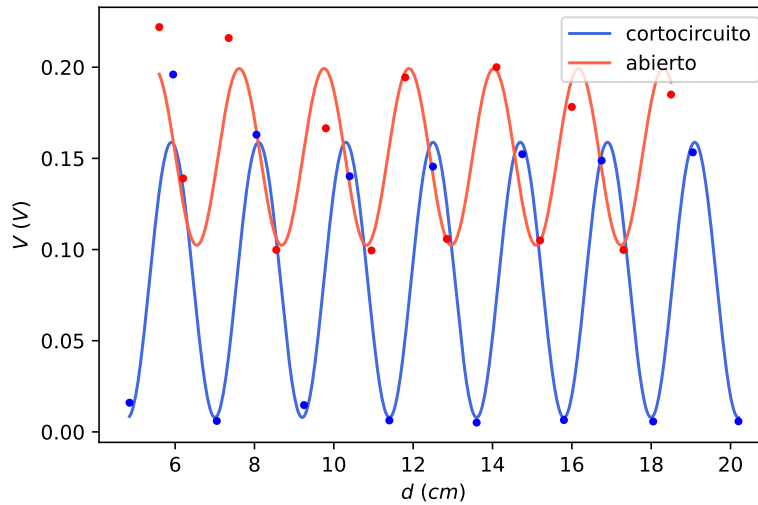


Figura 1.9: comparación de las guías en cortocircuito y en abierto.

1.4.3. Medios materiales

En esta parte solo queríamos ver como que medios son capaces de aboserber/reflejar mas la onda en el vacío (aire). En ese caso podemos ver que el mejor medio es el papel laminado, reduciendo un 83 % el voltaje medido respecto el aire. El resto prácticamente no los cambio, por lo que podríamos decir que estos medios son transparentes para las ondas de microondas (entorno a los 10 GHz, como la nuestra).

1.4.4. Caída con la distancia

La caída con la distancia es algo relativamente lógico que pueda ocurrir. Al abrir la guía las condiciones cambian, y aunque en la guía adaptada prácticamente toda la onda se transmite siempre existirán pérdidas por culpa del carácter finito de las bucinas. Cuando ninguna está adaptada obviamente la caída es mayor, ya que la onda se queda encerrada por la reflexión, y el resto se pierde por culpa de las condiciones. Es importante ver que con aun con una sola guía adaptada ya se nota bastante el efecto respecto a ninguna, pero si también obtenemos unos resultados mucho peores que aun con ambas adaptadas; con una diferencia relativa del 838 % para 50 cm, lo cual es llamativo. Obviamente el efecto de ondas externas altera la medida, y la existencia de metales, ordenadores e incluso personas en el laboratorio altera significativamente la medida. Aun así es suficiente para hacernos una día relativa de la diferencia.

Otra cosa remarcable es el comportamiento errático en las primeras distancias, con una subida y bajada bastante llamativa. ¿A que se debe esto? Pues bien, si la distancia es pequeña y si ambas están adaptadas, de tal manera que se transmita "toda la onda", tendremos que en realidad se puede suponer que este hueco no existe. Por tanto lo que vemos es el efecto de las ondas estacionarias, creándose máximos y mínimos. A partir de 7-8 cm es cuando se empieza a notar el hueco. Con una sola guía adaptada también se nota este efecto, pero con menos fuerza.

Parte II

Práctica 2

Capítulo 2

Línea de transmisión

2.1. Introducción

El objetivo de esta práctica es comprender y familiarizarse con el funcionamiento de una línea de transmisión cuando transporta una señal cuya longitud de onda es menor que las dimensiones de dicha guía. Para ello, vamos a comenzar caracterizando este instrumento.

Una línea de transmisión es una guía de ondas formada, en nuestro caso, por un cable coaxial por el cual se propagan ondas TEM, que, como ya se explicó en la práctica anterior, son aquellas en las que los campos magnético y eléctrico son transversales. Dada la frecuencia del campo, podemos definir la constante de propagación guiada como:

$$\beta_z = \frac{\omega}{v_f} \quad (2.1)$$

siendo v_f la velocidad de fase. Por otro lado, fuera de la línea la constante de propagación tiene la forma:

$$\beta = \frac{\omega}{v} \quad (2.2)$$

donde $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ es la velocidad de propagación en el vacío. Ambas constantes se pueden relacionar de la siguiente manera:

$$\beta_z^2 = \beta^2 - \beta_c^2 \quad (2.3)$$

Vemos que aparece una constante nueva, $\beta_c = \frac{\omega_c}{v}$, que es la constante de corte determinada por la correspondiente frecuencia de corte ω_c . Para frecuencias mayores a ω_c , la constante de propagación es puramente imaginaria y la onda se propaga sin apenas atenuarse. Sin embargo, para frecuencias inferiores, dicha constante es real y se producen pérdidas. En base a esto, la longitud de onda dentro de la línea de transmisión será:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_z} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r (f^2 - f_c^2)}} \quad (2.4)$$

En el caso que nos ocupa, para un cable coaxial en los modos TEM, $\beta_c = 0$ y por tanto la velocidad de propagación será la misma que en el vacío. Cabe resaltar que esta velocidad es independiente de la frecuencia, solamente depende de las características de nuestra línea de transmisión

En esta práctica trabajaremos con una línea de transmisión de 100 m de longitud. Como se usarán frecuencias altas, las longitudes de onda correspondientes será menores que las dimensiones de la guía, por lo que no podremos aplicar la teoría de circuitos. En su lugar, usaremos la teoría de circuitos distribuidos, en la que la capacidad y la autoinducción de la línea dependen de su dimensión.

Si denominamos V^+ e I^+ al voltaje e intensidad de la onda emitida y V^- e I^- a los de la onda reflejada, podemos relacionar ambos parámetros con la impedancia característica de la línea como:

$$\frac{V^\pm}{I^\pm} = \pm Z_0 \quad (2.5)$$

Como mencionamos anteriormente, por la teoría de circuitos distribuidos podemos definir una autoinducción L_s y capacidad C_p distribuidas que verifican:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \quad (2.6)$$

Por otro lado, durante la práctica estudiaremos el comportamiento de las ondas al colocar distintas impedancias Z_C al final de la línea de transmisión, de manera que es necesario definir el coeficiente de reflexión:

$$r = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \quad (2.7)$$

Jugando con esta ecuación vamos a estudiar tres casos. El primero ocurre cuando la línea se encuentra en circuito abierto. En esta situación, $Z_C \rightarrow \infty$, por lo que $r = 1$ y la onda se refleja sin inversión. Por otro lado, que $r = 0$ implica que $Z_C = Z_0$, es decir, la impedancia de carga colocada es del mismo valor que la impedancia característica de manera que no hay reflexión. Se dice que la línea está adaptada. Por último, con la línea en cortocircuito, $Z_C = 0$ y el coeficiente de reflexión será $r = -1$. Análogamente al primer caso, la onda se reflejará, en este caso con inversión de fase, creándose ondas estacionarias.

2.2. Tiempo de propagación

En primer lugar, vamos a calcular el tiempo de propagación de la onda. Tras conectar la línea de transmisión al osciloscopio, debemos adaptarla, que como se comentó en el apartado anterior, equivale a colocar una impedancia de carga igual a la impedancia característica (en nuestro caso, $Z_C = Z_0 = 50 \Omega$). Con el generador introducimos una señal cuadrada a una frecuencia de 100 kHz y en el osciloscopio vemos que hay un retardo $t_p = 528,0 \text{ ns}$ (figura 2.5) que se mantiene constante al variar la frecuencia.

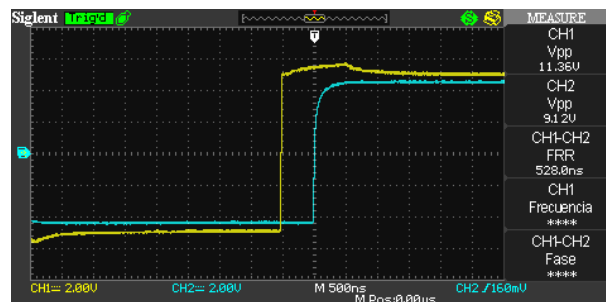


Figura 2.1: Obtención del retardo

Una vez conocido el tiempo de retardo, podemos calcular la velocidad de propagación de la onda a través de la línea de transmisión de longitud l de la forma:

$$v = \frac{l}{t_p} = \frac{100}{528,0 \cdot 10^{-9}} = 1 - 89 \cdot 10^8 \approx 0,63c \text{ (m/s)}$$

Considerando la línea no dispersiva, el índice de refracción no depende de la frecuencia y vendrá dado por:

$$n = \frac{c}{v} \approx 1,58$$

2.3. Señal cuadrada

2.3.1. Reflexión sin inversión

Manteniendo la misma frecuencia quitamos la terminación, dejando la línea en abierto, donde $Z_C \rightarrow \infty$ y la onda se refleja sin inversión.

En la figura 2.2 se pueden observar claramente la onda incidente (amarillo) y la reflejada (azul). La primera presenta un escalón cuya anchura es $1 \mu s$, que equivale aproximadamente al doble del tiempo de retardo del aparatado anterior debido a que la onda recorre dos veces la longitud de la línea al reflejarse.

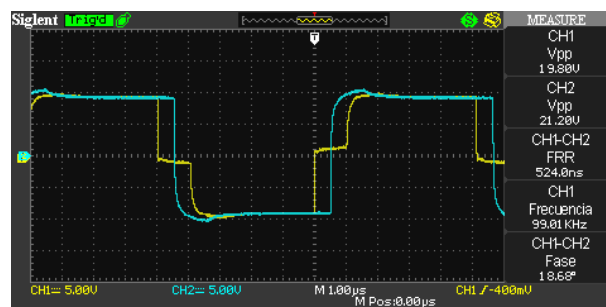


Figura 2.2: Señal cuadrada sin inversión

A continuación se muestra un esquema donde se ve la interferencia constructiva de ambas ondas al estar éstas en fase, siendo la onda azul la incidente y la roja la reflejada. De igual modo, la línea verde se corresponderá con dicha interferencia, que posee una forma similar a la línea amarilla de la figura anterior

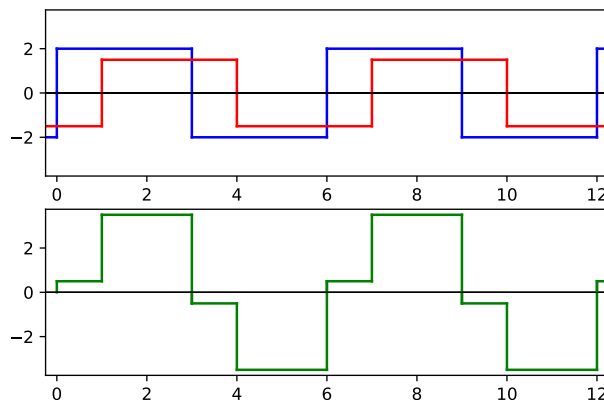


Figura 2.3: Esquema señal cuadrada sin inversión

2.3.2. Reflexión con inversión

En este caso, nos encontramos frente a la línea de transmisión en cortocircuito, donde $r = -1$. Como la onda reflejada está invertida con respecto a la incidente, habrá momentos en los que se cancele la interferencia entre ambas y otros en los que no. Esto se debe a que dicha onda está atenuada y por lo tanto no anulará la tensión. En estos casos, se producen picos de $1\ \mu s$ de ancho, de nuevo el doble del tiempo de retardo calculado en el apartado 2.2. Esto se puede ver fácilmente en la imagen que se muestra a continuación:

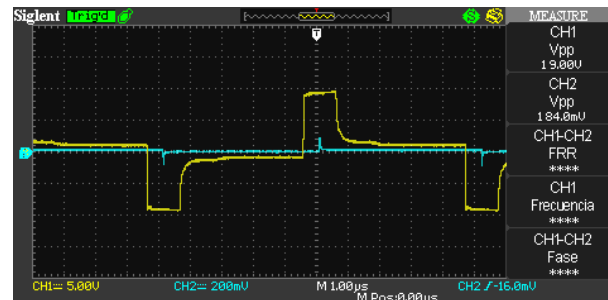


Figura 2.4: Señal cuadrada con inversión

De manera análoga al caso anterior, se incluye un gráfico simplificado que expone este comportamiento:

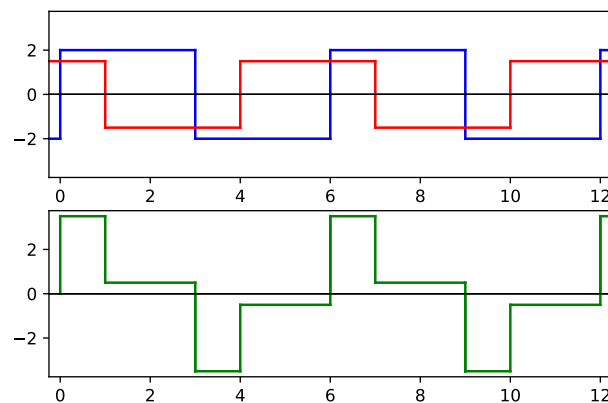


Figura 2.5: Esquema señal cuadrada con inversión

2.4. Señal triangular

2.4.1. Reflexión sin inversión

En este apartado aplicaremos una señal triangular y procederemos de igual manera que con la señal cuadrada. El razonamiento es completamente análogo al proporcionado en el apartado anterior.

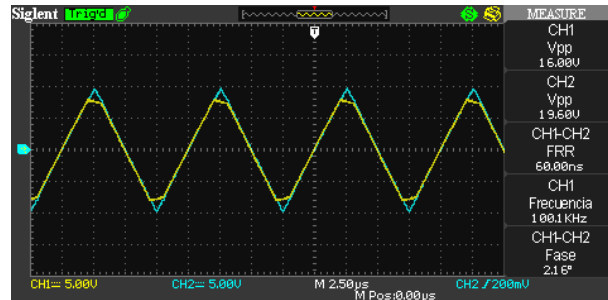


Figura 2.6: Señal triangular sin inversión

La pendiente en el pico que presenta la onda incidente se debe a la superposición de ambas ondas, como se puede observar en el siguiente esquema:

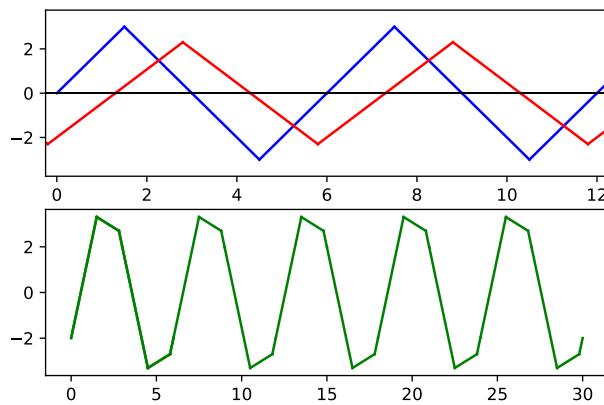


Figura 2.7: Esquema señal triangular sin inversión

2.4.2. Reflexión con inversión

De nuevo estudiamos el caso para el cortocircuito, que para una señal triangular tiene la forma:

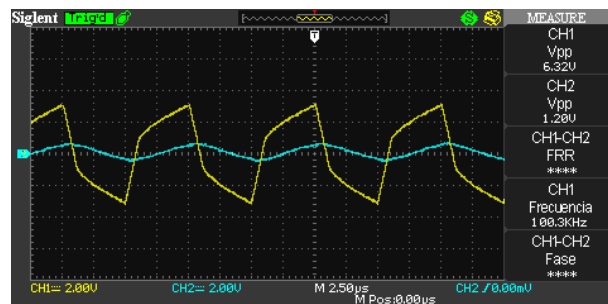


Figura 2.8: Señal triangular con inversión

De igual modo se adjunta a continuación un esquema para comprender mejor este hecho:

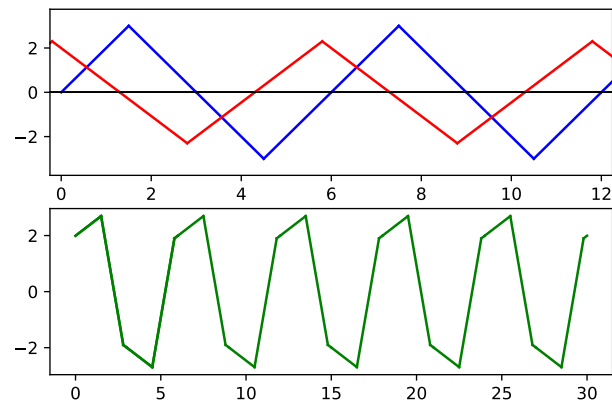


Figura 2.9: Esquema señal triangular con inversión

2.5. Resonancias en la línea

En este apartado analizaremos la señal sinusoidal, de nuevo en ambas configuraciones: circuito abierto y cortocircuito. Variando la frecuencia observamos máximos y mínimos debido a que en ambos casos la reflexión produce ondas estacionarias. En la siguiente tabla presentamos los datos obtenidos en el laboratorio:

Circuito abierto		Cortocircuito	
f (kHz)	Amplitud (V)	f (kHz)	Amplitud (V)
2790	15,6	2822	5.6
2336	4,9	2331	17.0
1911	16,9	1878	4.8
1415	4,9	1382	17.9
934	18,5	919	3.4

Cuadro 2.1: Valores de la amplitud para distintas frecuencias

Representado gráficamente los datos obtenidos vemos que los máximos cuando trabajamos en circuito abierto se corresponden con los mínimos en cortocircuito y viceversa.

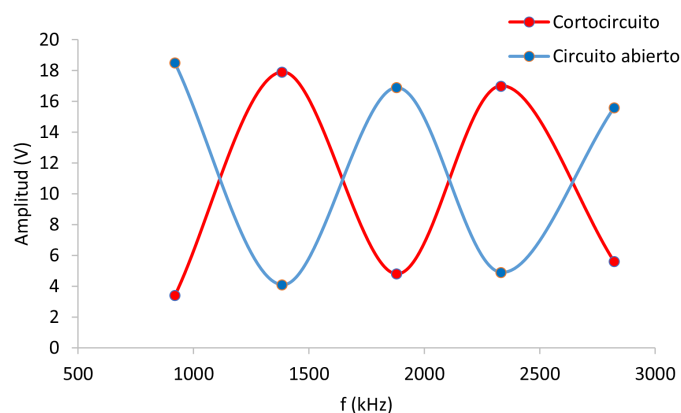


Figura 2.10: Resonancias en circuito abierto y cortocircuito

Esto se debe a que en circuito abierto, el coeficiente de reflexión es la unidad mientras que en cortocircuito

es -1. Además, también se puede apreciar como los máximos decrecen y los mínimos crecen a medida que aumentamos la frecuencia. Vamos a demostrar esto teóricamente.

Podemos expresar la amplitud de las ondas incidente (+) y reflejada (-) como:

$$V^+ = A \cos(\omega t - kx) \quad V^- = B \cos(\omega t + kx + \Delta\phi) \quad (2.8)$$

Al tomar $x = t = 0$ la suma de ambas ondas resulta: $V = V^+ + V^- = A + B \cos(\Delta\phi)$ siendo el desfase

$$\Delta\phi = kx^+ + kx^- = 2kl = 2\frac{\omega}{v}vt_p = 4\pi ft_p \quad (2.9)$$

Cuando trabajamos en circuito abierto, $r = 1$ y por tanto $V^+ = V^-$ y los valores de los máximos y mínimos vendrán dados en función del coseno, que presenta máximos en $\Delta\phi = 4\pi ft_p = 2\pi n$ y mínimos en $\Delta\phi = 4\pi ft_p = (2m + 1)\pi$ con $n, m \in \mathbb{N}$. Entonces las frecuencias máxima y mínima vendrán dadas por:

$$f_{max} = \frac{n}{2t_p} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.10)$$

$$f_{min} = \frac{2m + 1}{4t_p} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.11)$$

De manera análoga, para el cortocircuito $r = -1$ y por tanto $V^+ = -V^-$. Entonces los mínimos del voltaje se corresponderán con los máximos del coseno y viceversa:

$$f_{max} = \frac{2n + 1}{4t_p} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.12)$$

$$f_{min} = \frac{m}{2t_p} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.13)$$

A continuación se muestra una tabla comparativa con los valores obtenidos en el laboratorio y los que cabría esperar en base al t_p medido en el primer apartado:

$f_{ca} \text{ (kHz)}$	$f_{teo} \text{ (kHz)}$	$f_{cc} \text{ (kHz)}$
934	947	919
1415	1420	1382
1911	1894	1878
2336	2367	2331
2790	2841	2822

Cuadro 2.2: Frecuencias en circuito abierto (f_{ca}) y cortocircuito (f_{cc}) y el correspondiente valor teórico

Como se puede observar, los datos obtenidos experimentalmente se asemejan a los teórico, presentando un mayor grado de similitud los medidos en circuito abierto.

2.6. Medida de atenuación de la línea

Para una línea de transmisión, el voltaje presenta una atenuación exponencial con la distancia de la forma $e^{-\alpha x}$, siendo α el coeficiente de atenuación y x la distancia recorrida. Sabiendo las amplitudes de la onda al inicio ($A(x = 0)$) y al final ($A(x = 200)$) debido a que se suman las distancias de ida y vuelta podemos relacionarlas con el coeficiente de atenuación de la forma:

$$A(200) = A(0)e^{-200\alpha} \Rightarrow \alpha = -\frac{\ln\left(\frac{A(200)}{A(0)}\right)}{200} \quad (2.14)$$

Por otro lado, para calcular los valores de las amplitudes a la entrada y a la salida usaremos los valores obtenidos en el apartado anterior de los máximos y mínimos para distintas frecuencias en circuito abierto. Si tenemos en cuenta que el valor del máximo se corresponde a la suma de las amplitudes ($A_{max} = A(0) + A(200)$) de las ondas y el del mínimo con su diferencia ($A_{min} = A(0) - A(200)$), llegamos a que:

$$A(0) = \frac{A_{max} + A_{min}}{2} \quad A(200) = \frac{A_{max} - A_{min}}{2} \quad (2.15)$$

Escogiendo los datos de las frecuencias en abierto debido a su semejanza con los valores teóricos, aplicamos las ecuaciones (2.15) y (2.14) para calcular el coeficiente de atenuación:

f (kHz)	A_{max} (V)	A_{min} (V)	$A(0)$ (V)	$A(200)$ (V)	α (m^{-1})
934	18.5	3.4	10,95	7.55	0.00186
1415	17.9	4.1	11,00	6.90	0.00233
1911	16.9	4.8	10,85	6.05	0.00292
2336	17.0	4.9	10,95	6.05	0.00297
2790	15.6	5.6	10,60	5.00	0.00376

Cuadro 2.3: Datos experimentales para el cálculo de α

Puede observarse una clara dependencia lineal entre la frecuencia y el coeficiente de absorción. Realizando una regresión lineal de la forma $\alpha = a + b \cdot f$ obtenemos:

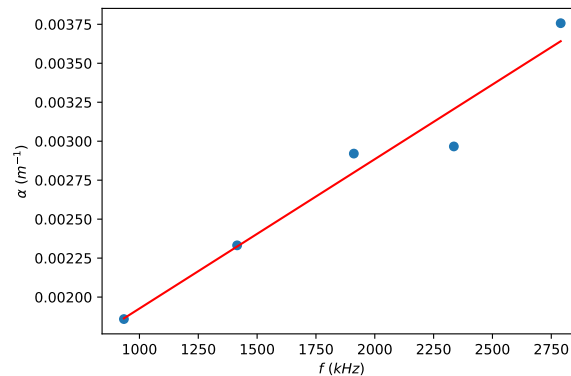


Figura 2.11: Resonancias en circuito abierto y cortocircuito

$a = (9.7 \pm 2.3) \cdot 10^{-4} \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$b = (9.6 \pm 1.1) \cdot 10^{-7} \text{ (s/m)}$	$r = 0.96$
---	---	------------

⁹ Si ahora adaptásemos la línea con una impedancia de 50Ω y fuésemos de nuevo variando la frecuencia, veríamos un comportamiento distinto al anterior. Según la ecuación (2.7), $r = 0$ y por tanto no habrá onda reflejada, lo que implica que no hay ni máximos ni mínimos.

2.7. Impedancia característica de la línea

Colocamos la resistencia variable al final y introducimos una señal cuadrada a una frecuencia de 200 kHz . Con el destornillador vamos ajustando la señal hasta que en el osciloscopio veamos una señal cuadrada

sin escalones, lo que significa que no hay reflexión. Retiramos la resistencia variable y con el polímetro medimos una impedancia característica $Z_0 = 54 \Omega$, que es un valor muy próximo al teórico de $Z_{teo} = 50 \Omega$.

2.8. Autoinducción de la línea

En este apartado colocamos una resistencia de 100Ω entre la entrada y el generador para medir el voltaje a ambos lados de la resistencia. Colocamos el cortocircuito al final y aplicando una señal sinusoidal de frecuencia 30 kHz medimos los voltajes antes (V_{in}) y después (V_{out}) de la resistencia y el desfase, obteniendo:

$$V_{in} = 13,76 \text{ V} \quad V_{out} = 1,12 \text{ V} \quad \Delta\phi = 316,6^\circ$$

Vamos ahora a calcular el valor de la autoinducción mediante dos formas distintas: a partir de los voltajes y del desfase. Para la primera vamos a definir la impedancia de la línea como:

$$Z_L = R_L + i\omega L \quad (2.16)$$

siendo R_L la resistencia que presenta la línea, que posee un valor aproximado de 5Ω , y L el valor de la autoinducción que queremos calcular. Aplicando la ley de Ohm, los voltajes de entrada y de salida son:

$$V_{in} = I(R + R_L + i\omega L) \quad V_{out} = I(R_L + i\omega L) \quad (2.17)$$

Sin embargo, podemos realizar la aproximación $R \gg R_L$ y $R \gg \omega L$ y el voltaje de entrada quedaría simplemente en $V_{in} \approx IR$. Entonces:

$$\frac{V_{in}}{V_{out}} \approx \frac{R}{R_L + i\omega L} \quad (2.18)$$

Al calcular el módulo al cuadrado, podemos despejar fácilmente la inductancia de la forma:

$$\left| \frac{V_{in}}{V_{out}} \right|^2 = \frac{R^2}{R_L^2 + (\omega L)^2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{R^2}{\left| \frac{V_{in}}{V_{out}} \right|^2} - R_L^2} \quad (2.19)$$

Utilizando $R = 100 \Omega$, $R_L = 5 \Omega$ podemos aplicar esta fórmula a los datos obtenidos en el laboratorio y vemos que la autoinducción es:

$$\boxed{L_{mod} = 3,41 \cdot 10^{-5} \text{ H}}$$

Por otro lado, la relación entre el desfase y la autoinducción viene dado por:

$$\tan \Delta\phi = \frac{-\omega L}{R_L} \Rightarrow L = \frac{-R_L \tan \Delta\phi}{\omega} \quad (2.20)$$

Aplicando de nuevo los datos que tenemos, obtenemos el siguiente valor:

$$\boxed{L_{des} = 2,51 \cdot 10^{-5} \text{ H}}$$

2.9. Capacidad de la línea

Tras retirar el cortocircuito y dejar la línea en abierto, colocamos una resistencia de $1\text{ k}\Omega$ y medimos de nuevo los voltajes y el desfase:

$$V_{in} = 19,20\text{ V} \quad V_{out} = 9,60\text{ V} \quad \Delta\phi = 60,20^\circ$$

En este caso, los voltajes antes y después de la resistencia vendrán dados por:

$$V_{in} = I \left(R + \frac{1}{\omega C} \right) \quad V_{out} = \frac{1}{\omega C} \quad (2.21)$$

Entonces, el cuadrado del cociente de los módulos será:

$$\left| \frac{V_{in}}{V_{out}} \right|^2 = 1 + (R\omega C)^2 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega R} \sqrt{\left| \frac{V_{in}}{V_{out}} \right|^2 - 1} \quad (2.22)$$

Obtiniendo una capacidad:

$$C_{mod} = 9,18\text{ nF}$$

Por otro lado, para calcular la capacidad mediante el desfase debemos aplicar:

$$\tan \Delta\phi = R\omega C \Rightarrow C = \frac{\tan \Delta\phi}{R\omega} \quad (2.23)$$

Y por tanto:

$$C_{des} = 9,26\text{ nF}$$

Y como se puede observar, obtuvimos resultados muy próximos por ambos métodos.

2.10. Desadaptación de la entrada

Por último veremos que ocurre al introducir una señal cuadrada con el montaje anterior variando la frecuencia para distintas situaciones de la línea.

En primer lugar, tratemos el circuito abierto. En este caso, como se mencionó anteriormente, el coeficiente de reflexión es $r = 1$. La forma resultante que se observa en la figura 2.12 es producto de diversas ondas reflejadas, desfasadas y atenuadas por la línea.

Por otro lado, para el caso del circuito cerrado, $r = -1$. Como en cada reflexión se invierte la fase, se observa una especie de zig-zag como se muestra en la imagen 2.13:

Por último, en una línea adaptada $r = 0$, es decir, no hay reflexión. Entonces la onda resultante será también cuadrada pero atenuada, como se ve en 2.14

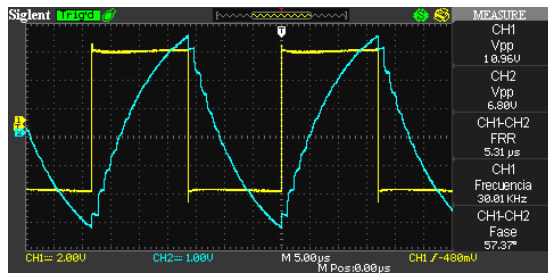


Figura 2.12: Reflexiones múltiples en circuito abierto

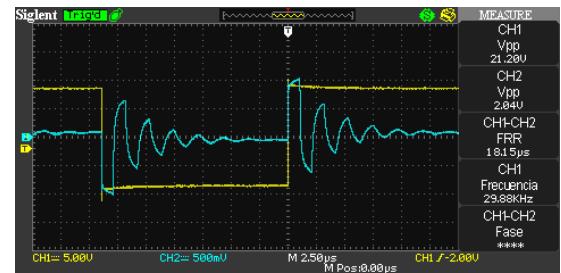


Figura 2.13: Reflexiones múltiples en circuito cerrado

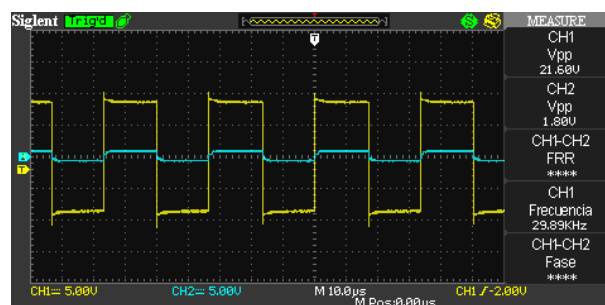


Figura 2.14: Reflexiones múltiples en línea adaptada

Parte III

Práctica 3

Capítulo 3

Experimentos con microondas

3.1. Introducción

La práctica se centra en el uso de microondas y su estudio (ondas electromagnéticas de frecuencias de entre 300 MHz y 30 GHz y longitudes de onda de entre 10 mm y un metro). Estudiaremos como se ven afectadas por los distintos medios y qué sistemas ayudan a su propagación y cuales no.

3.2. Objetivos

En esta práctica intentaremos demostrar diversos experimentos para intentar obtener conclusiones sobre los siguientes temas:

- La polarización y transversalidad del campo electromagnético.
- Las distintas interferencias entre ondas.
- La propagación de las ondas en las sustancias dieléctricas y como afecta a su longitud de onda.
- Los distintos tipos de difracciones y reflexiones.
- El comportamiento de las ondas ante conductores: línea de lecher y una conducción metálica hueca.
- El efecto Doppler.

3.3. Propiedades fundamentales de los campos de microondas

3.3.1. Polarización del campo electromagnético delante de una antena de bocina

La polarización de una onda electromagnética depende de la dirección que señala el indicador de la intensidad del campo eléctrico en el plano perpendicular al sentido de propagación. Existen distintos tipos de polarización.

1. **Polarización lineal:** Corresponde a la situación en la que los campos mantienen una dirección fija.
2. **Polarización circular:** corresponde a cuando la vibración de la componente y corresponde a una senoide con una amplitud idéntica a la de la componente x.

3. Polarización elíptica: cuando describe una elipse.

Podemos ver una representación gráfica de las distintas polarizaciones en la siguiente imagen:

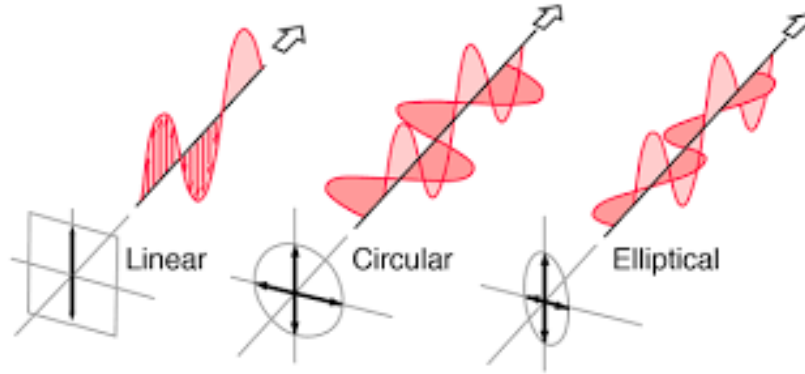


Figura 3.1: Distintos tipos de polarización

En el ámbito de la óptica también se utiliza el término de polarización, teniendo en cuenta que las microondas y las ondas de luz visible tienen comportamientos similares y que su gran diferencia es en el tamaño de la longitud de ondas (la de la luz visible mucho menor). Podemos demostrar la polarización de un campo de microondas con un **retículo de polarización**.

El retículo de polarización consta de dos bandas de metal paralelas que absorben la componente longitudinal del campo eléctrico; anulando así la existencia del campo eléctrico en ese sentido, consecuentemente, sólo sobrevive la componente perpendicular a las bandas. En la siguiente imagen podemos observar un dibujo del retículo de polarización.

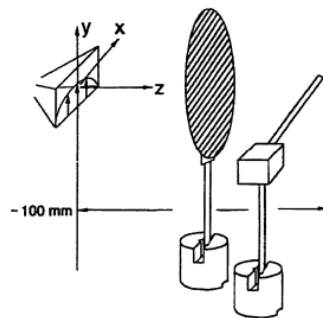


Figura 3.2: Retículo de polarización en el que el radiador de bocina y la sonda de campo E presentan entre sí un giro de 90°

Lo que buscamos es determinar como afecta la polarización ante el radiador de bocina, para eso comenzamos colocando la sonda a 300 mm del radiador de bocina y midiendo los valores del voltaje en función del ángulo θ (ángulo del giro del polarizador).

Tendremos que tener en cuenta la **Ley de Malus**, que trata la dependencia de la señal de recepción respecto a la dirección de paso del polarizador:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \cos^2(\theta) \quad (3.1)$$

Suponemos como dirección de paso 0° y que nuestro detector no polariza la señal. Además, la dirección de paso del retículo se sitúa perpendicular a las bandas metálicas ($\theta = 90^\circ$ cuando el campo tiene polarización vertical). Teniendo en cuenta que la sonda de campo solo trabaja con la dirección del campo en la dirección longitudinal del dipolo, el campo se descompone en los ejes principales de la sonda de

campo E ; convirtiéndose así la ley de Malus en:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \sin^4(\theta) \quad (3.2)$$

El exponente a la cuarta nos recalca que trabajamos con módulo al cuadrado de la amplitud del campo. En la siguiente figura aparece una representación gráfica donde \vec{E}_L corresponde a la componente longitudinal y \vec{E}_T a la perpendicular

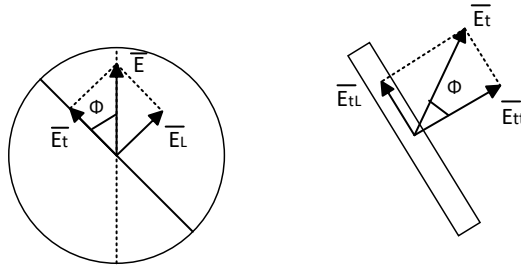


Figura 3.3: Descomposición del campo \vec{E} en el polarizador y la sonda para la ley de Malus

El sistema que montamos en el laboratorio para poder realizar la demostración de esta ley corresponde al de 3.2

De forma cualitativa, medimos lo que pasa cuando el ángulo de giro del polarizador (θ) es de 180° y 90° . Para el primer caso, como las bandas metálicas tienen dirección vertical, \vec{E}_T se puede considerar cero y para el segundo, las bandas ahora están colocadas horizontalmente y la gran mayoría de la energía será transmitida. De todas formas, realizamos una tabla con los valores del voltaje medido en función del ángulo.

$\theta(\text{grados})$	$U_{Empf}(V)$	U_{Empf}/U_{max}	$\sin^4(\theta)$
0	0.005	0.004	0.000
10	0.025	0.018	0.001
20	0.03	0.022	0.014
30	0.075	0.055	0.063
40	0.17	0.124	0.171
50	0.35	0.255	0.344
60	0.59	0.431	0.563
70	0.89	0.650	0.780
80	1.13	0.825	0.941
90	1.37	1.000	1.000
100	1.35	0.985	0.941
110	1.23	0.898	0.780
120	1.03	0.752	0.563
130	0.75	0.547	0.344
140	0.465	0.339	0.171
150	0.245	0.179	0.063
160	0.093	0.068	0.014
170	0.033	0.024	0.001
180	0.025	0.018	0.000

Cuadro 3.1: Efecto del retículo de polarización: Ley de Malus.

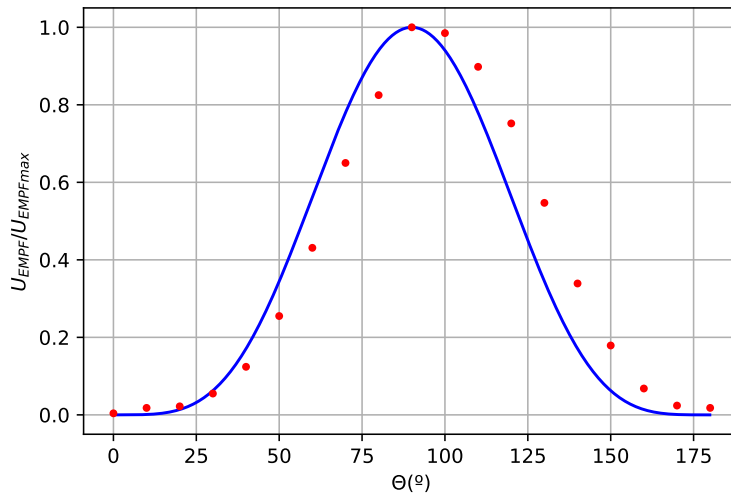


Figura 3.4: Representación de la fracción entre voltajes y del $\sin^4(\theta)$

Ahora vamos a repetir todo lo anterior pero con la pequeña diferencia de que ahora la sonda estará colocada horizontalmente, esto nos permitirá medir la componente horizontal del campo.. Aplicando la ley de Malus de nuevo, obtenemos una nueva expresión:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) \quad (3.3)$$

Los datos que tomamos ahora para esta posición de la sonda son los siguientes:

$\theta(\text{grados})$	$U_{Empf}(V)$	U_{Empf}/U_{max}	$4\cos^2(\theta)\sin^2(\theta)$
0	0.000	0.000	0.000
10	0.040	0.093	0.117
20	0.156	0.363	0.413
30	0.305	0.709	0.750
40	0.400	0.930	0.970
50	0.430	1.000	0.970
60	0.380	0.884	0.750
70	0.254	0.591	0.413
80	0.110	0.256	0.117
90	0.020	0.047	0.000
100	0.000	0.000	0.117
110	0.046	0.107	0.413
120	0.145	0.337	0.750
130	0.230	0.535	0.970
140	0.270	0.628	0.970
150	0.243	0.565	0.750
160	0.156	0.363	0.413
170	0.053	0.123	0.117
180	0.000	0.000	0.000

Cuadro 3.2: Polarizador entre emisor y receptor polarizados en cruz

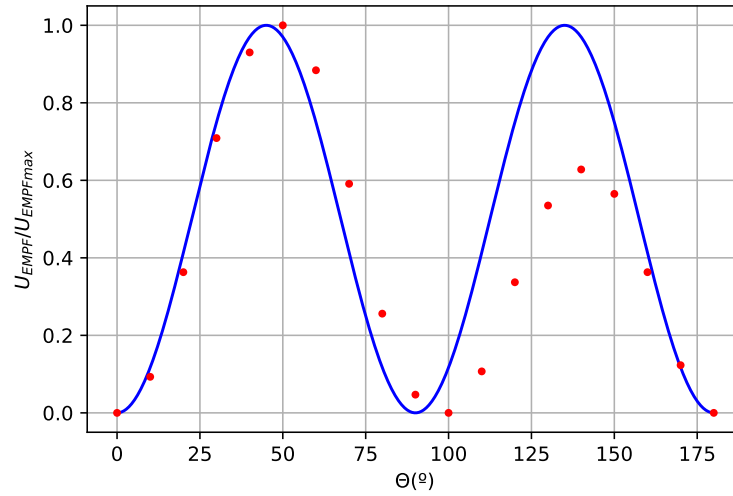


Figura 3.5: Representación de la fracción entre voltajes y del $\sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta)$

En la representación teórica de $\sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta)$ (3.5), los máximos se encuentran en 45° y en 135° y los mínimos en 0° , 90° y 180° , aunque si nos fijamos en los datos experimentales, se encuentran ligeramente desplazados hacia la derecha. La explicación de este resultado consiste en que para un ángulo $\theta = 90^{\circ}$ conseguimos que pase por el polarizador más onda que para cualquier otro ángulo ya que la componente transversal es máxima. Sin embargo, tenemos la sonda colocada horizontalmente; eso significa que como solo detecta ondas paralelas a su posición (apenas detectará onda). Para el caso de los máximos, ocurre el mismo suceso.

Por otro lado, en la gráfica 3.4 el máximo se encuentra a 90° que como explicamos antes, es cuando más onda pasa por el polarizador. Consecuentemente, al estar la sonda en su posición vertical, va a medir un máximo de voltaje.

3.3.2. Medición de la distribución del campo delante de una bocina

Vamos a distinguir entre campo próximo y campo alejado, el primero se forma en la proximidad inmediata de la antena y tiene una distribución más complicada. Al alejarnos de la antena, llegamos al campo alejado, para saber donde están limitados, utilizamos:

$$r_0 = \frac{2D_H^2}{\lambda_0} \quad (3.4)$$

Como el campo distante tiene una distribución más sencilla, en él las componentes eléctricas y magnéticas del campo se orientan tangencialmente a la superficie esférica con r constante y en sentido transversal en relación con la dirección de propagación. Además, el campo no tendrá componente longitudinal en la dirección r y su densidad de potencia S se puede expresar de la siguiente manera:

$$S \sim \frac{1}{r^2} \quad (3.5)$$

Para buscar la veracidad de lo anterior, mediremos el campo transversal desde -19 cm a 19 cm ya que en la mesa no era lo suficientemente ancha para calcularlo a mayores distancias. Primero pondremos una distancia entre la bocina y la sonda de 10 cm y posteriormente de 20 cm. También calcularemos el campo longitudinal partiendo de 10 cm hasta 82 cm.

En las siguientes tablas aparecen los datos tomados en el laboratorio.

X (cm)	Z = 10 cm		X (mm)	Z = 200 mm	
	$U_{Empf}(V)$	U_{Empf}/U_{max}		$U_{Empf}(V)$	U_{Empf}/U_{max}
-19	0.004	0.002	-19	0.030	0.033
-17	0.010	0.005	-17	0.050	0.054
-15	0.015	0.007	-15	0.060	0.065
-13	0.038	0.018	-13	0.100	0.109
-11	0.115	0.053	-11	0.163	0.177
-9	0.140	0.065	-9	0.308	0.335
-7	0.360	0.167	-7	0.543	0.590
-5	1.010	0.468	-5	0.600	0.652
-3	1.500	0.694	-3	0.850	0.924
-2	1.800	0.833	-2.5	0.900	0.978
-1.5	2.070	0.958	-2	0.910	0.989
-1	2.160	1.000	-1.5	0.920	1.000
1	2.100	0.972	-1	0.910	0.989
3	1.560	0.722	1	0.830	0.902
5	1.000	0.463	3	0.570	0.620
7	0.300	0.139	5	0.430	0.467
9	0.140	0.065	7	0.310	0.337
11	0.100	0.046	9	0.150	0.163
13	0.030	0.014	11	0.050	0.054
15	0.020	0.009	13	0.060	0.065
17	0.015	0.007	15	0.040	0.043
19	0.005	0.002	17	0.010	0.011
			19	0.000	0.000

Cuadro 3.3: Distribución del campo transversal delante de una antena de bocina para una distancia de 10 y 20 cm

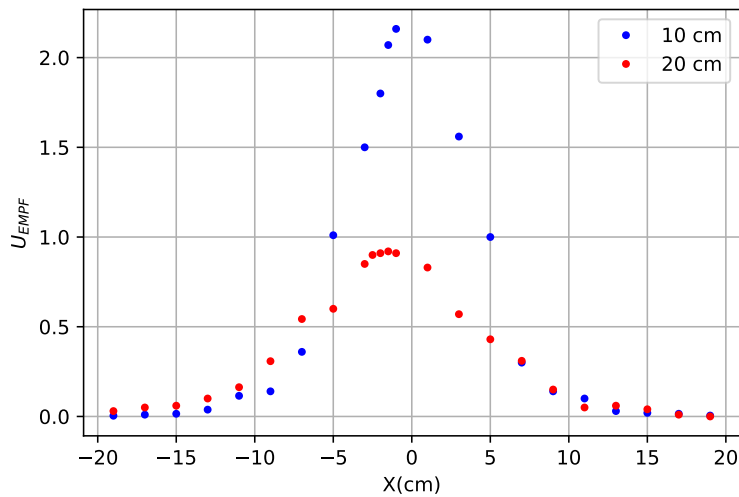


Figura 3.6: Campo transversal con la sonda a 10 y 20 cm

Z(cm)	$U_{Empf}(V)$
10	2.4
14	1.8
18	1.2
22	0.9
26	0.54
30	0.50
34	0.33
38	0.32
42	0.20
46	0.26
50	0.14
54	0.21
58	0.12
62	0.13
66	0.10
70	0.08
74	0.07
78	0.05
82	0.04

Cuadro 3.4: Distribución del campo longitudinal delante de una antena de bocina

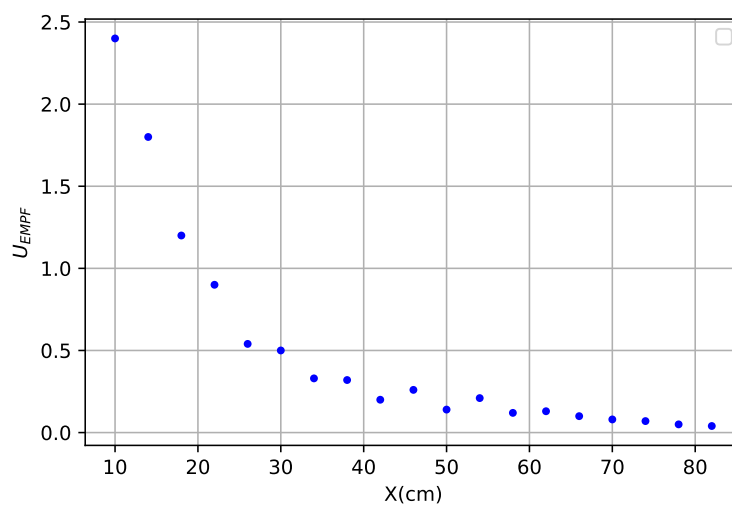


Figura 3.7: Distribución del campo longitudinal

Observamos que a partir de los 40 cm, los datos tienen una tendencia inversamente proporcional a r^2 y que tienden a cero cuanto más nos alejamos, tal y como habíamos previsto.

En 3.6, tenemos dos situaciones representadas y obtenemos que cuando la sonda está más cerca (10cm), el máximo es mayor que cuando la sonda está más alejada (20cm) ya que a más distancia, más atenuada estará la onda. Además, obtenemos que al alejarnos transversalmente de la antena el voltaje tiende a cero en ambos casos.

3.3.3. Interferencias de las ondas

En este apartado vamos a estudiar la característica de las ondas llamada **ondularidad estacionaria**. La onda estacionaria se crea a partir de una onda progresiva a la que se le introduce una placa de metal como reflector en sentido perpendicular a la propagación de la luz de tal forma que la onda reflejada se superpone con la incidente. Lo característico de este tipo de ondas es que debido a la superposición de ondas, la amplitud es localmente fija y presenta nodos (donde la amplitud es 0) y vientres (la amplitud es máxima).

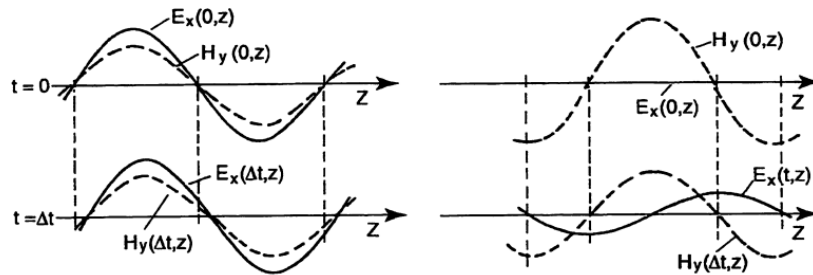


Figura 3.8: Comparación de ondas progresivas y estacionarias mediante registros momentáneos de la distribución espacial de las intensidad de campo eléctrico y magnético. (Derecha:progresiva; Izquierda:estacionaria)

Para realizar la práctica, colocaremos la placa metálica a 20 cm e iremos moviendo la sonda para ir anotando los distintos valores de la tensión de recepción U_{EMPf} . De esta forma, obtenemos la siguiente tabla:

d(cm)	$U_{Empf}(V)$	d(cm)	$U_{Empf}(V)$
5,00	1,90	10,00	0,65
5,50	3,15	10,50	2,40
6,00	5,92	11,00	4,40
6,50	3,20	11,50	1,80
7,00	1,50	12,00	0,90
7,25	3,40	12,50	4,30
7,50	4,70	13,00	2,10
7,75	5,70	13,50	0,70
8,00	4,40	14,00	3,70
8,50	0,88	14,25	3,80
9,00	4,00	14,50	3,00
9,25	5,20	15,00	0,20
9,50	4,60		

Cuadro 3.5: Datos experimentales para calcular la longitud de onda a través de interferencias

Con los anteriores datos, podemos determinar la longitud de onda, ya que la distancia entre dos máximos o entre dos mínimos corresponde a $\lambda/2$. Obtenemos así la siguiente tabla:

	d(cm)	$U_{Empf}(V)$	$\lambda/2$
mínimos	7.00	1.50	1.50
	8.50	0.88	1.50
	10.00	0.65	2.00
	12.00	0.90	1.50
	13.50	0.70	1.50
	15.00	0.20	$\sum \frac{(\frac{\lambda}{2})_i}{5} = 1,60cm$
máximos	6.00	5.92	1.75
	7,75	5,70	1,50
	9,25	5,20	1,75
	11,00	4,40	1,50
	12,50	4,30	1,75
	14,25	3,80	$\sum \frac{(\frac{\lambda}{2})_i}{5} = 1,65cm$

Cuadro 3.6: Tabla de cálculos para determinar λ con los máximos y los mínimos

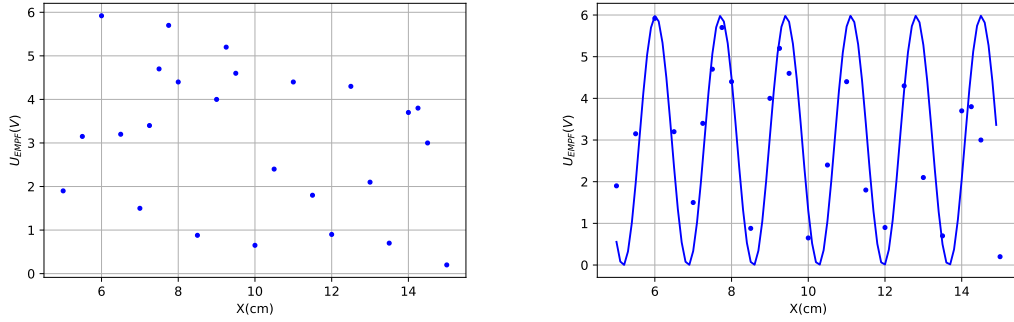


Figura 3.9: Representación de los puntos experimentales con y sin ajuste sinusoidal para poder calcular λ con los máximos y con los mínimos

Haciendo los cálculos para los mínimos obtenemos un valor de $\lambda = 1,60cm$ y para los máximos un valor de $\lambda = 1,65cm$. Por lo tanto, podemos considerar el valor de la longitud de onda como $\lambda = 1,625cm$. Con ese valor, sabemos que la frecuencia de estas ondas corresponderá entonces a $1,84 \cdot 10^{10}Hz$

3.4. Propagación de las ondas en las sustancias dieléctricas

Vamos a estudiar como influyen los medios dieléctricos en la propagación de las ondas electromagnéticas.

3.4.1. El acortamiento de la longitud de onda λ_m y la determinación directa del numero de refracción n

Una onda al propagarse por un dieléctrico tiene una menor velocidad de propagación y por lo tanto una menor longitud de onda. La relación que existe entre la longitud de onda entre el vacío y en un medio corresponde a:

$$\lambda_0 = n \cdot \lambda_n \quad (3.6)$$

Vamos a querer calcular el valor del índice de refracción n , y para eso, utilizaremos el concepto de camino óptico: espacio que recorre la onda en el vacío en el mismo tiempo. De esta forma, obtendremos la siguiente expresión para el índice de refracción:

$$n = \frac{D}{d} + 1 \quad (3.7)$$

En la siguiente imagen podemos ver el fenómeno de la disminución de la longitud de onda.

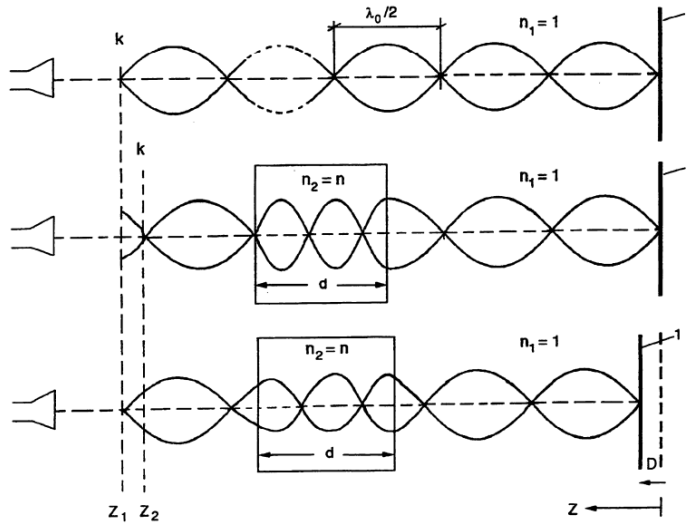


Figura 3.10: Reducción de la longitud de onda en un dieléctrico

Para realizar la práctica, vamos a buscar un mínimo y posteriormente añadimos una placa de PVC de 2 cm de espesor y buscamos la distancia entre los mínimos bajo estas condiciones.

material	d(mm)	D (mm)	n
PVC	1,4	20	1.07

Cuadro 3.7: Determinación de un índice de refracción n desconocido

Teniendo en cuenta que el valor real del índice de refracción ronda 1.5, nuestro valor es excesivamente bajo, esto se puede deber a una mala toma de datos en el laboratorio pues no tenemos en cuenta otro tipo de factores como la temperatura o distintas perturbaciones.

3.5. Comportamiento cuasióptico de las ondas

En esta práctica vamos a delimitar la óptica de rayos y la óptica ondulatoria en el ejemplo de la difracción, investigar cuantitativamente la distribución de la intensidad en una rendija y la validez de la difracción de Fraunhofer en la doble rendija. Además, volveremos a trabajar con la ley de Snell y los principios fundamentales de los instrumentos ópticos. Por otra parte, estudiaremos el efecto Goos-Hänchen y los principios básicos de la interferometría.

3.5.1. Difracción en un borde

En el laboratorio vamos a montar un sistema con una placa metálica perpendicular en el campo de una onda plana homogénea de tal forma que el borde lateral coincida con el centro de la bocina de la siguiente forma:

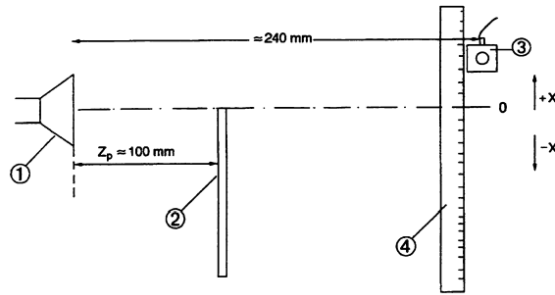


Figura 3.11: Instalación experimental de la difracción en un borde

Iremos midiendo con la sonda el campo a lo largo del eje X y observaremos como incluso detrás de la placa metálica existe campo a pesar de que con la teoría de la óptica geométrica esto no podría ser cierto. Eso se debe a las propiedades de la difracción y lo podemos explicar con el principio de Huygens: cada uno de los puntos del frente ocular es punto de partida de una onda elemental que se propaga en forma esférica. Sólo la superposición de las ondas elementales acaba constituyendo el frente ondulatorio. La óptica ondulatoria produce el resultado, para la difracción en un borde metálico, de que no existe ninguna región libre de campo por detrás de la placa de metal.

Mediremos el campo con la sonda moviéndola en el eje X a una distancia de la placa de 24 cm y de la bocan de 34 cm:

X(mm)	$U_{Empf}(mV)$
50	980
40	950
30	910
20	720
10	410
0	200
-10	120
-20	87.0
-30	55.0
-40	42.0
-50	31.0
-60	18.0
-70	0.6
-80	4.0
-90	0.4
-100	0.1
-110	3.1

Cuadro 3.8: Medidas experimentales del campo en funcion de la distancia para la difracción en un borde

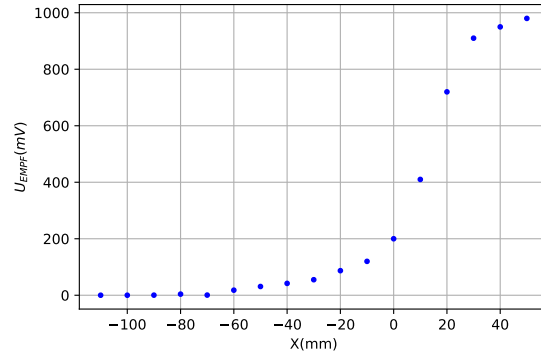


Figura 3.12: Gráfica de puntos experimentales del campo en función de la distancia para la difracción en un borde

Al representar estos datos en una gráfica podemos ver como se cumple la ley de Huygens. Además, nos damos cuenta de que los valores medidos detrás de la placa son más pequeños pero distintos de cero. Esto se debe a lo explicado anteriormente.

3.5.2. La difracción en una rendija sencilla

Para la rendija sencilla observaremos un efecto similar al de la difracción en un borde. Existirá una imagen de difracción a la izquierda y a la derecha, en las zonas de sombra, es decir, se desvía el camino geométrico de la radiación tal y como podemos ver en la siguiente imagen:

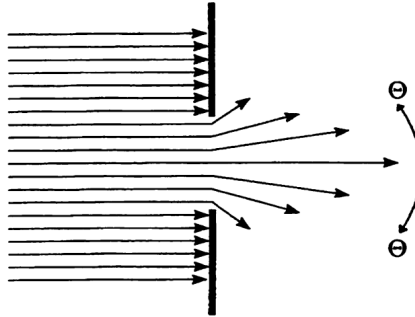


Figura 3.13: Difracción en la rendija sencilla

En la anterior foto podemos ver como el máximo del campo de difracción (θ_m) se encuentra en el centro de la rendija y disminuye simétricamente a medida que nos movemos para los lados con una dependencia con el ángulo de difracción.

Existe una dependencia entre la longitud de onda λ_0 y la anchura de la rendija D que determina la imagen. Si esta relación es mayor que 1, aparecerán mínimos de intensidad debido a la interferencia destructiva:

$$\text{sen}(\theta_m) = m \cdot \frac{\lambda_0}{D} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.8)$$

Si ahora la relación es igual a 1, mediremos la distribución de intensidad en el máximo principal:

$$\text{sen}(\theta_n) = n \cdot \frac{\lambda_0}{2 \cdot D} \quad n = 3, 5, 7, \dots \quad (3.9)$$

Se mide la tensión de recepción con la rendija a 20 cm de la bocina y la sonda a 35 cm e iremos variando en ancho de la rendija, primero con 4 cm y despues con 6 cm. Para tomar las medidas con la sonda, la iremos moviendo según el ángulo θ respecto al centro de la bocina. Obtendremos la siguiente tabla:

$\theta(\text{grados})$	D=40mm		D=60mm	
	$U_{Empf}(mv)$	U_{Empf}/U_{max}	$U_{Empf}(mv)$	U_{Empf}/U_{max}
70	28	0,215	10	0,037
60	24	0,185	30	0,111
50	40	0,308	28	0,104
40	50	0,385	50	0,185
30	90	0,692	68	0,252
20	110	0,846	173	0,641
10	120	0,923	260	0,963
0	130	1,000	270	1,000
-10	100	0,769	245	0,907
-20	90	0,692	155	0,574
-30	80	0,615	53	0,196
-40	50	0,385	38	0,141
-50	40	0,308	40	0,148
-60	36	0,277	37	0,137
-70	29	0,223	45	0,167

Cuadro 3.9: Datos experimentales del campo en funcion del ángulo entre la sonda y la bocina paara la difracción en una rendija sencilla

Podemos observar como para el centro ($\theta = 0$) obtenemos un máximo de voltaje y a medida que nos alejamos del centro disminuye. Además, al aumentar la anchura de la rendija el ancho de la funcion disminuye, como podemos ver a continuación

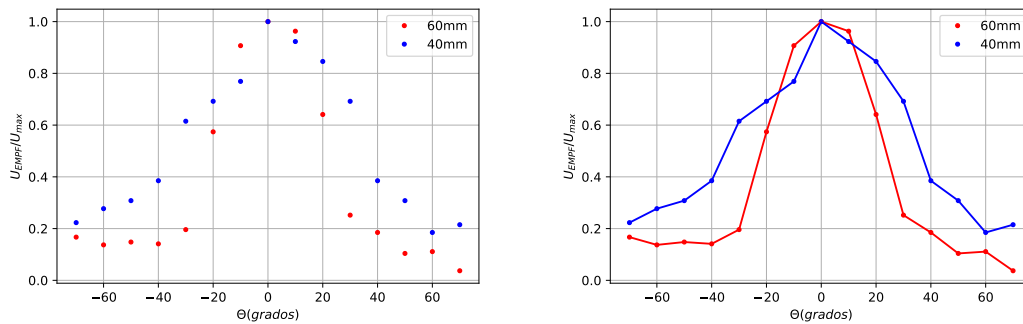


Figura 3.14: Representación gráfica de los puntos experimentales para la difracción en una rendija sencilla

3.5.3. Difracción en un obstáculo

Vamos a investigar la difracción en un obstáculo de extensión limitada. Por lo tanto, vamos a colocar una placa metálica a 20 cm de la bocina y la sonda a 40 cm de la bocina y la iremos moviendo paralelamente a la placa para ir tomando las diferentes medidas, obteniendo así la siguiente tabla:

X(cm)	$U_{Empf}(mv)$	X(cm)	$U_{Empf}(mv)$
15	160	-1	34
14	170	-2	29
13	150	-3	5
12	158	-4	20
11	162	-5	21
10	133	-6	60
9	108	-7	90
8	57	-8	100
7	15	-9	135
6	18	-10	165
5	16	-11	178
4	10	-12	210
3	9	-13	190
2	16	-14	170
1	23	-15	185
0	30		

Cuadro 3.10: Datos experimentales del campo respecto a la distancia de la sonda y la bocina para la difracción en un obstáculo

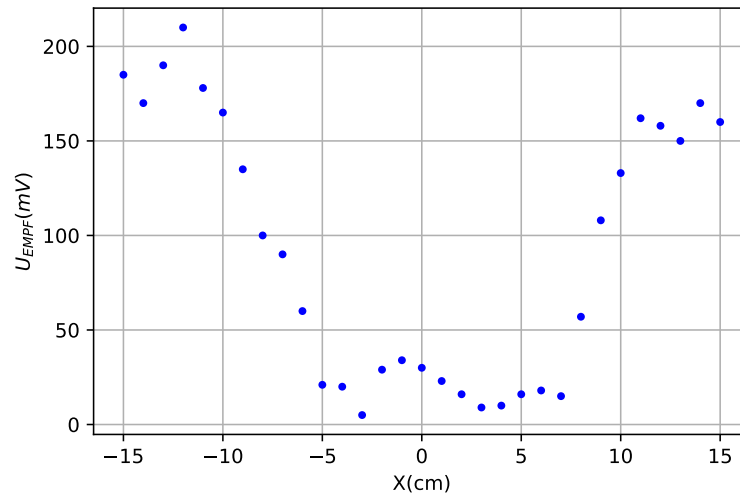


Figura 3.15: Difracción obstáculo

En la anterior figura observamos los datos representados y presentan un máximo relativo cuando $x=0\text{cm}$ ya que ocurre una interferencia constructiva de la difracción por el borde derecho e izquierdo. Por otra parte, para $x=11\text{ cm}$ y para $x=-12\text{ cm}$ obtenemos otros dos máximos, que deberían coincidir con los bordes de la placa, y por lo tanto, nos damos cuenta de que la placa no estaba perfectamente centrada.

3.5.4. Comprobación cuantitativa de la ley de la difracción

Según las leyes de la óptica, a rayo que incide sobre una superficie plana limitante de dos medios transparentes con distinto índice de refracción le ocurrirán dos cosas: la refracción y la reflexión. Las podemos ver representadas en la siguiente imagen:

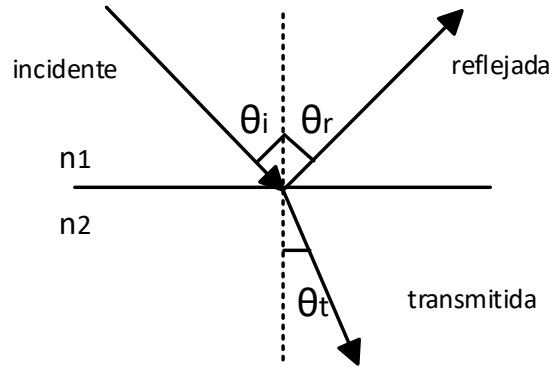


Figura 3.16: Rayo incidente, reflejado y refractado

En la refracción podemos relacionar el ángulo de incidencia y el de reflexión con la siguiente expresión:

$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_i) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_r) \quad (3.10)$$

Para nuestro caso suponemos que el índice del medio incidente es 1 ya que trabajamos con aire y al n_2 lo llamaremos n . Trabajaremos con los cambios en la dirección de propagación de las microondas como consecuencia de la refracción en un semicilindro. LLenaremos el semicilindro con arena para poder calcular su índice de refracción.

Primero mediremos la refracción de la onda, para eso movemos el emisor de microondas desde 0° a 50° y con la sonda iremos buscando el máximo. Los datos que obtuvimos en el laboratorio son los siguientes:

$\alpha(\text{grados})$	$\beta(\text{grados})$	$\sin(\alpha)$	$\sin(\beta)$
0	0	0	0
10	13	0,174	0,225
20	28	0,342	0,469
30	48	0,500	0,743
40	70	0,643	0,940
50	-	-	-

Cuadro 3.11: Datos experimentales de los ángulos incidentes y refractados para la refracción en cuerpo semicilíndrico

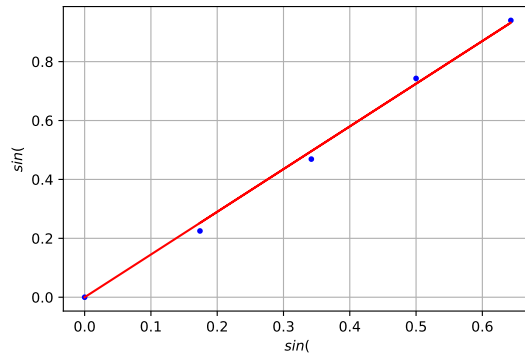


Figura 3.17: Relación entre el seno incidente y refractado para el cálculo del índice de refracción

Obtenemos un valor del índice de refracción con el anterior ajuste correspondiente a: 1.445. El valor real es de 1.548, por lo que nos acercamos bastante, sobretodo porque no tenemos en cuenta ningún factor externo que pueda haber interferido en las medidas.

3.5.5. El efecto focalizador de los cuerpos de cuarzos convexos

Investigaremos cualitativamente el efecto focalizador de objetos llenos de arena, para eso, colocamos una lente biconvexa llena de arena a una distancia de 14 cm de la lente. Para esto, medimos la tensión obtenida sin lente ($U_{EMPF,0}$) y después añadimos la lente ($U_{EMPF,max}$). Obtenemos los siguientes resultados:

$$U_{EMPF,0} = 0,3V \qquad U_{EMPF,max} = 1,6V$$

Evidentemente, la lente focaliza los rayos de luz que inciden sobre un punto del eje óptico ya que el valor aumentó considerablemente.

3.5.6. Reflexión total

Cuando una onda incide desde un medio más denso (n_2) hacia otro medio menos denso (n_1), a parte de refracción tenemos reflexión. Si el ángulo con el que incide la onda sobrepasa un determinado valor, toda la energía será reflejada de tal forma que no habrá salida de energía en el medio más denso. Este ángulo corresponde al ángulo límite y lo denotaremos como β_G .

Según la ley de Snell:

$$n_2 \cdot \sin(\beta) = n_1 \cdot \sin(\beta') \tag{3.11}$$

si $\beta = \beta'$ la luz refractada pasa rozando ligeramente la superficie límite. Si, por lo contrario, β sobrepasa β_G aparece la reflexión total y se dice que $n_2 \sin \beta_G = n_1$. Nosotros podemos calcular tóricamente este valor, ya que conocemos el índice de refracción de ambos medios:

$$\beta_G = \arcsen\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \approx 4347' \tag{3.12}$$

Para determinarlo experimentalmente, volvemos a utilizar el semicilindro con arena e iremos desplazando la sonda a lo largo de la pared exterior semicircular del semicilindro para los distintos ángulos de incidencia (α) desde 20° a 50° . Para cada ángulo de incidencia vamos a buscar el ángulo de reflexión (α') buscando la recepción máxima; obtenemos así la siguiente tabla:

$\alpha(\text{grados})$	$\alpha'(\text{grados})$	U_{Empf}
20	25	160
30	50	330
40	61	1750
50	70	1900

Cuadro 3.12: Datos experimentales de los ángulos incidentes y reflejados para calcular la reflexión total

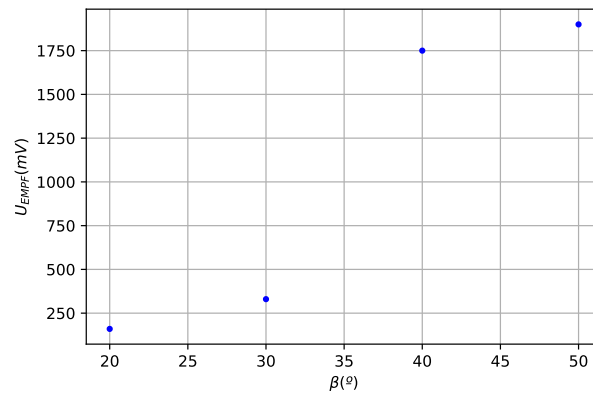


Figura 3.18: Representación gráfica de los valores de voltaje máximos según su ángulo de incidencia

En la anterior figura podemos observar como los valores para 40 y 50 grados están bastante próximos entre sí comparados con los otros dos valores, por lo tanto, experimentalmente, podemos considerar que a partir de $\alpha = 50^{\circ}$ nuestros voltajes empezarán a ser los mismos y por lo tanto, nuestro ángulo crítico será:

$$\beta_G \approx 50^{\circ}$$

Efecto Goos-Hänchen

Este efecto afirma que cuando se produce la reflexión total, la onda reflejada penetra en el medio óptico menos denso unas 3 o 4 longitudes de onda para propagarse allí como onda de superficie a lo largo de la superficie límite. Por lo tanto, esto significa que existe una transferencia de radiación entre la radiación incidente y la totalmente reflejada. Entonces, la reflexión total se produce en una región imaginaria paralela a la superficie límite

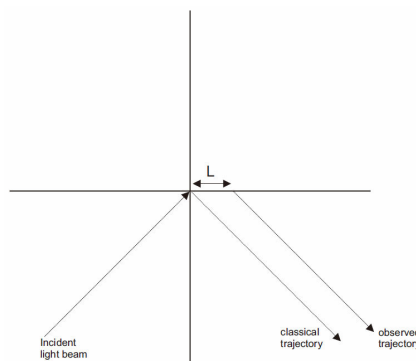


Figura 3.19: Efecto Goos-Hänchen

Para hacer una comprobación experimental de este efecto, usaremos un prisma sólido de PVC y lo montaremos de la siguiente forma:

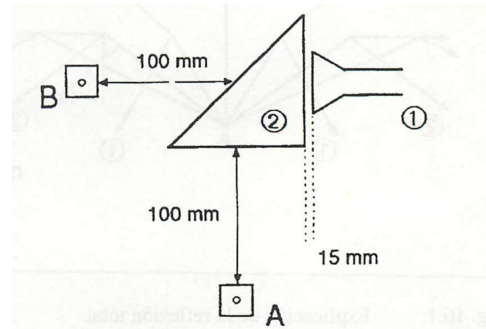


Figura 3.20: Montaje para comprobar el efecto Goos-Hänchen

Mediremos las tensiones en los puntos A y B y obtenemos los siguientes valores:

$$V_A = 1,2V \quad V_B = 0,42V$$

A la vista de estos resultados, observamos que existe reflexión total en la hipotenusa del prisma. Sin embargo, si colocamos nuestra mano en la hipotenusa, obtenemos un valor para A de:

$$V'_A = 0,36V$$

Como vemos este valor ha disminuído y su explicación es el efecto Goos-Hänchen, la reflexión total se ha producido en el exterior de la hipotenusa del prisma y nuestra mano ha absorbido parte de la energía que incidía y esto se refleja en la disminución del voltaje.

Ahora vamos a comprobar que pasa si colocamos una placa metálica en la hipotenusa en vez de nuestra mano. Obtenemos un valor en la zona A de:

$$V''_A = 1,5V$$

Nuestro valor es máximo ya que al colocar la placa metálica provocamos que la reflexión ocurra prácticamente en la superficie del metal sin apenas pérdidas en la energía.

Principio del anteojo prismático

A través del anteojo prismático unimos la reflexión total producida en el prisma con el efecto focalizador que ocurren en las superficies de refracción de la lente biconvexa. Para la comprobación experimental de este efecto, hacemos el siguiente montaje:

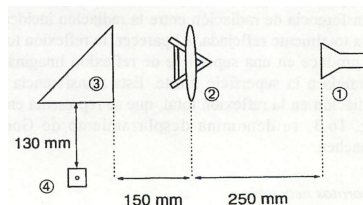


Figura 3.21: Montaje experimental para la demostración del principio del anteojo prismático

Distanciamos el prisma de la lente 150 mm, ya en que esta tenemos recepción máxima. Vamos a alejar el prisma del pasillo de radiación y observamos como el voltaje obtenido aumenta respecto el obtenido al obtenido a los 15 cm.

3.6. Propagación de las ondas a través de conductores

Vamos a comparar la propagación de las ondas por el sistema de conductores de Lecher con la propagación en el espacio libre.

3.6.1. Conducción de microondas a lo largo de una línea de Lecher

La línea de Lecher son dos barillas o cables paralelos usadas para medir la longitud de onda de las señales de radio y en frecuencia de microondas. A través de este sistema se difunden ondas electromagnéticas y se llevan a los puntos deseados. Nuestra línea de Lecher está compuesta de dos cables de latón redondos y niquelados con un diámetro de 3 mm paralelos a una distancia de 10 mm entre sí. La línea tiene una longitud de 40 cm y está soldado a un lazo de alambre a 45° en uno de sus extremos. Este lazo de alambre permite que las ondas se impulsen a través del campo magnético del oscilador Gunn.

En el laboratorio, para realizar el experimento, iremos desplazando la sonda a lo largo de la conducción e iremos tomando diferentes medidas de voltaje. Colocaremos el estribo de cortocircuito al final de la línea de Lecher. Obtenemos la siguiente tabla:

X(mm)	$U_{Empf}(mV)$
4,5	276
5,2	25
6	307
6,8	30
7,5	290
8,1	15
9,4	300
10	30
10,9	323
11,5	10

Cuadro 3.13: Datos experimentales de la distribución del campo a lo largo de una línea de Lecher

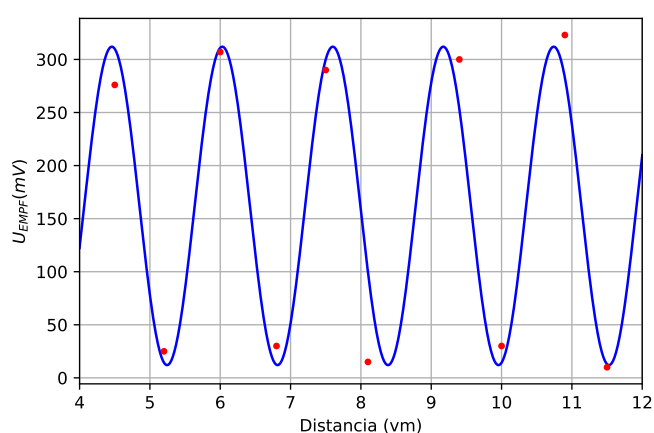


Figura 3.22: Representación de los puntos experimentales de la distribución del campo a lo largo de la una línea de Lecher y su ajuste senoidal

En la anterior figura hemos hecho una representación de los valores máximos y mínimos obtenidos de tal forma que podemos obtener el valor de la media longitud de onda, ya que corresponde a la distancia entre dos máximos, o entre dos mínimos.

$$\frac{\lambda}{2} = 1,59cm \Rightarrow \lambda = 3,18cm$$

3.6.2. Conducción de micrrondas a través de una conducción metálica hueca

Es fácil formar haces de microondas con espejos cóncavos o lentes dieléctricas, tan solo hay que situar la fuente de micrrondas en su punto focal. De esta forma, a pesar de que con las leyes de la óptica geométrica obtendríamos un haz de radiaciones paralelo al eje óptico, obtenemos haces que tienden a abrirse al propagarse en el espacio libre, conduciendo así un descenso de la intensidad de los campos eléctricos y magnéticos en el sentido de la propagación. Para intentar solventar esto, se utilizan conducciones formadas por un único tubo metálico cuya función es guiar a las microondas.

Aprovecharemos un tipo especial de onda que sólo se puede propagar cuando adquiere una frecuencia mínima en el conductor hueco (frecuencia Cutt Off).

Para comprobar este experimento en el laboratorio, Colocaremos la sonda de campo E cerca del radiador de bocina de tal modo que la señal de recepción sea 0V. Posteriormente, haremos el siguiente montaje:

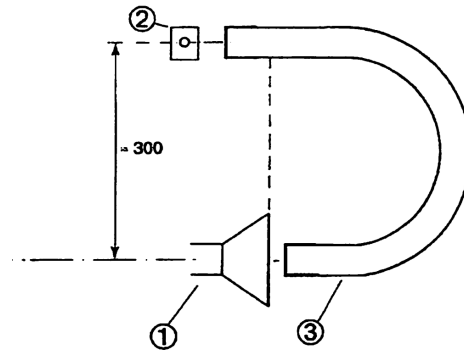


Figura 3.23: Montaje con conductor hueco flexible

Al colocar la conducción hueca, obtenemos un valor del voltaje distinto de cero y considerablemente alto. Esto es gracias al conductor hueco flexible.

3.6.3. Rádar Doppler

Aplicaremos el efecto Doppler en el rádar para la comprobación de la velocidad de un objeto. El efecto doppler corresponde al cambio de frecuencia aparente de una onda producido por el movimiento relativo de la fuente respecto a su observador:

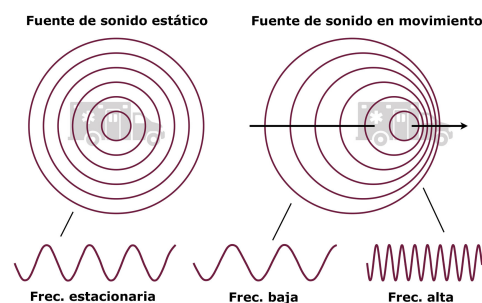


Figura 3.24: Efecto doppler con onda de sonido

La fórmula para el desplazamiento Doppler corresponde a:

$$f_d = f_1 - f_2 \Rightarrow f_d = 2 \frac{v}{c} \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{c}{2} \frac{f_d}{f_1} \quad (3.13)$$

Para la realización del experimento, usaremos el oscilador Gunn para generar la señal del emisor y como mezclador usaremos la sonda de campo E. Para ello tendrá que poder recibir tanto una parte de la señal del emisor como la señal reflejada por el blanco en movimiento. Emitimos una onda con frecuencia f_1 y detrás de la sonda colocamos una placa metálica que moveremos con velocidad v . La onda al chocar con la placa metálica se refleja y produce un cambio en la frecuencia de la onda; este cambio, la sonda lo recibe como f_2 .

En el osciloscopio obtendremos un tren de ondas con una frecuencia proporcional a la velocidad de la placa metálica. En el laboratorio realizamos este proceso tres veces. En la siguiente tabla aparece el valor del período y la frecuencia y velocidad calculadas con 3.13. Además, sabemos que $f_1 = 10GHz$

T(ms)	f(Hz)	v (m/s)
60	16,67	0.25
98	13.33	0.15
126	7.94	0.12

Cuadro 3.14: Datos tomados para el efecto Doppler

Parte IV

Práctica 4

Capítulo 4

Propagación en conductores

4.1. Objetivos

El principal objetivo de esta práctica es entender como se propagan las ondas en un conductor. De este modo seremos capaces de comprobar si el modelo de atenuación y desfase que hemos desarrollado en el temario es suficiente para predecir el comportamiento de las ondas en el conductor.

Otro de los objetivos de la práctica es calcular la conductividad del metal del laboratorio sin siquiera tocar el metal.

4.2. Teoría

Como hemos dicho, en esta práctica vamos a estudiar como se comportan las ondas al propagarse por un metal. Para esto primero tenemos que modelizar el metal. La manera más general de estudiar los conductores en el electromagnetismo es suponer que la *densidad de corriente eléctrica* \mathbf{J} y el *campo eléctrico* \mathbf{E} dependen linealmente entre sí, tal que:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (4.1)$$

donde la constante que los relaciona es la **conductividad** σ , que se relaciona directamente con la resistividad y resistencia de un conductor. Es una propiedad *intrínseca* del medio, y por tanto varía para cada conductor. A todo medio cuyo comportamiento se pueda modelizar fidedignamente con esta ecuación se le llama un **medio ohmico**. Casi todos los conductores ohmicos son metales, aunque existen algunos que no, como el grafeno. En esta práctica nuestro conductor será un metal.

Una vez definida la conductividad, para estudiar el comportamiento de las ondas al propagarse por estas lo único que tenemos que hacer es incluirla de alguna manera en la ecuación de ondas del campo electromagnético.

Dado que suponemos que el lector está familiarizado con esta deducción, escribiré directamente la ecuación de ondas para un medio lineal, homogéneo e isótropo (que sería nuestra segunda aproximación, ya que se necesita suponer que estamos lejos de las fuentes que producen los campos). En ese caso la ecuación es:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \mathbf{E}_{tt} + \mu \sigma \mathbf{E}_t \quad (4.2)$$

Ahora bien, esta no es una ecuación de ondas normal, si no que aparece un término más ($\mu\sigma\mathbf{E}_t$). Esta ecuación diferencial se la suele llamar en la literatura como *ecuación de ondas dispersiva*, es decir, que la amplitud de la onda a medida que se propaga en el medio se *dispersa*, reduciendo la amplitud de la misma. ¿A qué está asociada esta dispersión? Al *efecto Joule*: a medida que avanza la onda el campo eléctrico mueve los electrones libres de los metales que, debido a sus propias interacciones, disipan la energía electromagnética en forma de “calor”. Un estudio de la conservación de la energía mediante el *teorema de Poynting* nos ayudará más adelante a entender esto.

Tenemos que estudiar entonces cuál es la solución del campo eléctrico. Una solución válida sería suponer que $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha z} \cos(kz - \omega t)$ donde z es la dirección de propagación de la onda. A este tipo de soluciones se la conoce como **ondas planas**, y representan una *onda ideal monocromática*, ya que en realidad este tipo de ondas no tienen “principio” ni “fin”, no tienen frente de ondas y tampoco tienen una fuente definida. Saliendo un poco de la electrodinámica clásica, podemos ver que, según el Principio de Incertidumbre, al tener energía/momento perfectamente definidos no viven en el tiempo/espacio.

Suponer que las ondas se propagan así no corresponde a un modelo realista, aunque no por ello deja de ser útil. Sin entrar mucho en detalles, podemos suponer en realidad cualquier onda real puede construirse mediante infinitas ondas monocromáticas ideales mediante la *transformada de Fourier*, la herramienta matemática más poderosa jamás construida.

En ese caso si nuestra onda en realidad está definida por un paquete de ondas con una forma muy similar a la delta de Dirac $\delta(k - k_0)$ en el espacio momentos (espacio \mathbf{p}/\mathbf{k}), tenemos que la solución será, siempre que se propague hacia z :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha z} \cos(kz - \omega t) \quad (4.3)$$

donde α y k son constantes dependientes de la conductividad, la frecuencia y ε, μ . Es común el tratamiento en números complejos, suponiendo que la el campo eléctrico es la parte real del mismo, tal que:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha z} e^{i(kz - \omega t)} \quad (4.4)$$

Si sustituimos $k_C = k + i\alpha$ en la ecuación de arriba (ecuación 4.4), y esta en la ecuación de ondas 4.4 podemos ver claramente que:

$$k_C^2 = \mu\varepsilon\omega^2 + i\mu\sigma\omega \quad (4.5)$$

Es el momento de realizar la cuarta aproximación, la llamada *aproximación a buenos conductores*: si suponemos que en un medio conductor $\mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0$, y que además $\sigma \gg \varepsilon\omega$ tenemos que:

$$k_C^2 \simeq i\mu\sigma\omega \quad (4.6)$$

y por tanto si $k = \sqrt{\mu\sigma\omega/2}$:

$$k_C = k + ik \longrightarrow \alpha = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}} \quad k = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}} \quad (4.7)$$

tal que $\alpha = k = \beta$. Al factor α lo llamamos **coeficiente de atenuación** y su inverso δ lo llamamos **distancia de amortiguamiento**. Al factor k lo llamamos **número de onda** tal que la longitud de onda λ se define a partir de esta como:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (4.8)$$

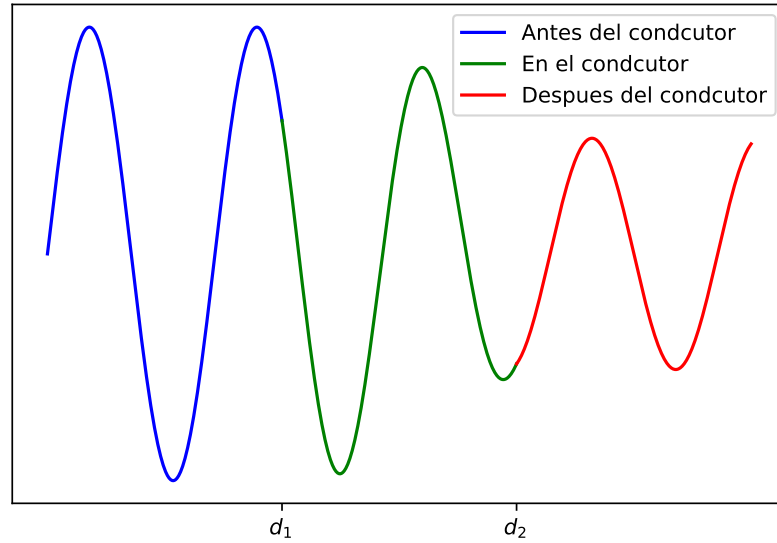


Figura 4.1: atenuación de la onda electromagnética en el conductor

Una vez dicho todo esto poseemos los conocimientos suficientes para estudiar el comportamiento de las ondas electromagnéticas al propagarse por un conductor, tal que hemos presentado con rigor el modelo en el cual vamos a trabajar el resto de la práctica. Todas las aproximaciones realizadas inducirán a un error que diferenciará los datos experimentales de los ideales, aunque en el apartado conclusión ya trataremos esto. En la figura 4.1 podemos ver como se comportará la onda al entrar y salir del conductor: sufrirá una caída proporcional a $e^{-\alpha x}$.

4.3. Montaje experimental

En el punto anterior hemos presentado un modelo para la propagación de los campos electromagnéticos en un conductor, y en el apartado de objetivos hemos dicho que *queremos comprobar la veracidad de este modelo y queremos calcular σ* . Para estudiar la primera parte lo que haremos será ver si realmente existe una atenuación de la onda que se comporte de manera exponencial, y como se comporta frente a diferentes frecuencias. Para esto lo único que tenemos que conocer es el campo eléctrico que llega a la superficie inicial de un conductor y cuál es el campo eléctrico que queda al final del conductor.

Para crear un campo eléctrico que varíe de manera sinusoidal, con una dirección de vibración constante tal que se propague en una sola dirección recurriremos a la Ley de Faraday. Un solenoide de N espiras es capaz de generar, en su interior e idealmente (quinta aproximación), un campo magnético tal que:

$$\mathbf{B}(t) = \mu_0 \frac{NI(t)}{\rho} \hat{\mathbf{z}} \quad (4.9)$$

donde ρ es la coordenada cilíndrica bien conocida por el lector. Conociendo la ley de Faraday en su forma diferencial

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.10)$$

y suponiendo una simetría cilíndrica perfecta (sexta aproximación) tal que $\mathbf{E} = E_0 \hat{\varphi}$, tenemos que al usar el Teorema de Stokes queda que:

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\mu_0 N}{2} \frac{\partial I(t)}{\partial t} \hat{\varphi} \quad (4.11)$$

Es decir, hemos creado un campo eléctrico constante donde si $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$ tenemos que:

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\omega \mu_0 N I_0}{2} e^{i\omega t} \hat{\varphi} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \quad (4.12)$$

tal y como queríamos: un campo eléctrico con una dirección de propagación definida y una variación sinusoidal. Ahora solo necesitamos introducir un conductor en el interior de la bobina ideal de tal modo que en al propagarse el campo eléctrico en forma de onda sufra la atenuación/desfase que buscamos. Es muy sencillo deducir que la onda se propaga desde fuera hacia dentro si usamos el vector de Poynting \mathbf{S} :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \langle \mathbf{E} \times \mathbf{B} \rangle = \mu_0^2 \frac{\omega N^2 I_0^2}{2\rho} (-\hat{\rho}) \quad (4.13)$$

que como podemos ver no depende de si cambiamos la corriente de sentido. Introducimos entonces un conductor cilíndrico de grosor conocido d en el interior. Entonces definimos en el interior del conductor se propagarán dos ondas: una hacia dentro y otra hacia fuera. Usando esto y otras condiciones más, suficiente complejas para darlas por “ciertas”, tenemos que el campo en el interior del conductor E_2 se relaciona con el campo en el exterior del conductor E_1 por la ecuación:

$$E_2 = \frac{E_1}{\cosh(\beta d) \cos(\beta d) + i \sinh(\beta d) \sin(\beta d)} \quad \beta \equiv \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}} \quad (4.14)$$

Estos campos son los módulos de los campos en dicho punto. Para que no quepa la duda, si d es el grosor y R es el radio del conductor interior, los campos son

$$\mathbf{E}_1 \equiv \mathbf{E}(d + R) = E_1 \hat{\varphi} e^{i\omega t} \quad \mathbf{E}_2 \equiv \mathbf{E}(R) = E_2 \hat{\varphi} e^{i\omega t} \quad (4.15)$$

aunque dado que solo nos interesa el desfase producido y la atenuación, la generalizamos a los módulos. Es decir, hemos llegado a la expresión de atenuación mas fidedigna posible dadas las aproximaciones usadas. Ahora solo queda tomar datos para ver si se verifica esta relación. Para tomar datos del campo eléctrico lo que vamos a hacer es colocar un número N_0 de espiras en el exterior y un número N_d de espiras en el interior, lo mas pegado al conductor posible, de tal modo que la diferencia de potencial entre los extremos de las espiras vendrán dados por:

$$V_1 = N_0 2\pi r_0 E_1 \quad V_2 = 2\pi N_d 2\pi r_d E_2 \quad (4.16)$$

Dado que nos interesa el desfase y atenuación, podemos ver que, experimentalmente los valores del voltaje que midamos en el laboratorio se relacionan con el campo eléctrico por:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2 r_0 N_0}{V_1 r_d N_d} \quad (4.17)$$

En ese caso ahora lo que hacemos es diferencia atenuación y desfase mediante la expresión compleja, tal que si $|V_1|, |V_2|$ marca la amplitud de la medida y ϕ el desfase entre ondas, tenemos que:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|V_2| r_0 N_0}{|V_1| r_d N_d} e^{i\phi} \quad (4.18)$$

tal que teóricamente se debe cumplir que:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{1}{(\cosh(\beta d) \cos(\beta d))^2 + (\sinh(\beta d) \sin(\beta d))^2} \right)^{1/2} e^{i\phi_e} \quad \phi_e = \arctan \left(\frac{\sin(\beta d) \sinh(\beta d)}{\cos(\beta d) \cosh(\beta d)} \right) \quad (4.19)$$

Ahora bien, también dijimos que vamos a calcular la conductividad de manera explícita, pero no hemos puesto ninguna ecuación que relacione la conductividad con un valor experimental. Para hacerlo solo tenemos que cuando $\phi_e = \pi/2$ debe verificarse que el interior de la arcotangente vaya a infinito, y esto solo ocurre cuando $\cos(\beta d) \rightarrow 0$, o lo que es lo mismo, que $\beta d = (n + 1/2)\pi$ para $n = 1, 2, \dots$. Ocurre igual para el desfase $\phi_e = 0$: el interior debe anularse, y para esto $\sin(\beta d) \rightarrow 0$, por lo que $\beta d = (n)\pi$. En ese caso caso si:

$$\phi = \frac{n\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \longrightarrow \beta d = \frac{n\pi}{2} \longrightarrow \sigma = \frac{n^2 \pi^2}{2d^2 \mu_0 \omega} \quad (4.20)$$

de tal manera que obtendremos tres valores para la conductividad para 3 valores experimentales concretos. Además de esta implicación podemos ver que para un σ dado tenemos que los valores de la frecuencia para los que se anula vienen dadas por:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2} \longrightarrow \sigma = \frac{n^2 \pi^2}{2d^2 \mu_0 \omega} \quad (4.21)$$

tal que si hacemos que $\omega_0 = \frac{\pi^2}{2d^2 \mu_0 \sigma}$. Dado que ν y ω son análogas, pero nosotros obtenemos la frecuencia ν no la frecuencia angular ω , expresamos la siguiente relación en función de ν aunque la expresión angular sea análoga:

$$\nu_n = n^2 \nu_0 \quad (4.22)$$

También comprobaremos esto experimentalmente. Es importante decir que una alteración de la dirección de las corrientes o de los cables no alteraría el resultado, ya que debido al cambio de \mathbf{E} y \mathbf{B} de signo el vector de Poyting permanecería exactamente igual, y por tanto la propagación de la onda sería igual en todo caso. Esto se refleja en la imagen 4.2.

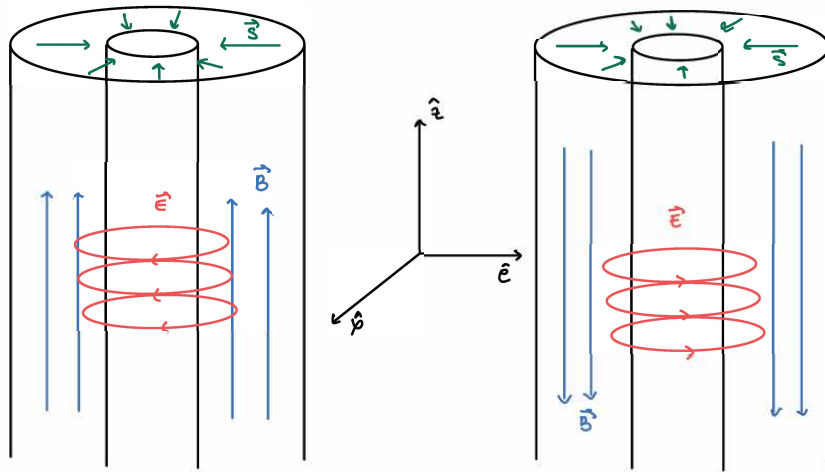


Figura 4.2: comparación del vector de Poyting para diferentes direcciones de corriente. Figura de Nerea Arosa Riviero.

4.4. Tratamiento de datos

4.4.1. Fase y cuadratura

En este apartado expondremos los datos experimentales y teóricos, comparándolos entre si mediante tablas y figuras. Presentamos entonces los datos experimentales en la tabla 4.4. Además necesitaremos conocer el número de espiras y los valores r_d, r_0 :

$$N_d = 200; \quad N_0 = 100; \quad r_d = 7,5 \text{ mm}; \quad r_0 = 12,5 \text{ mm}; \quad d = 1 \text{ mm} \quad (4.23)$$

Usando estos datos y la tabla 4.4, calculamos $|E_2/E_1|$ y los valores de la cuadratura \mathcal{C} y la fase \mathcal{F} . Definimos fase como la parte real de E_2/E_1 o, en otras palabras, la parte de E_2/E_1 que representa la parte en fase entre ambas magnitudes; y la cuadratura como su parte imaginaria, o la parte en desfase entre los dos campos. Entonces tenemos que:

$$\mathcal{F} = \frac{V_2}{V_1} \frac{r_0 N_0}{r_d N_d} \cos(\phi) \quad \mathcal{C} = \frac{V_2}{V_1} \frac{r_0 N_0}{r_d N_d} \sin(\phi) \quad (4.24)$$

Conociendo ambos valores es fácil deducir tanto ϕ como $|E_2/E_1|$. Entonces obtenemos las siguientes gráficas: la figura 4.3 representan los valores experimentales en función de la frecuencia f . En la figura 4.4 podemos observar los valores de la cuadratura y la fase respecto los valores teóricos según la ecuación 4.19, donde hemos usado $\sigma = 5,1 \cdot 10^7 \text{ (S/m)}$ como valor teórico, simplemente para comparar los resultados.

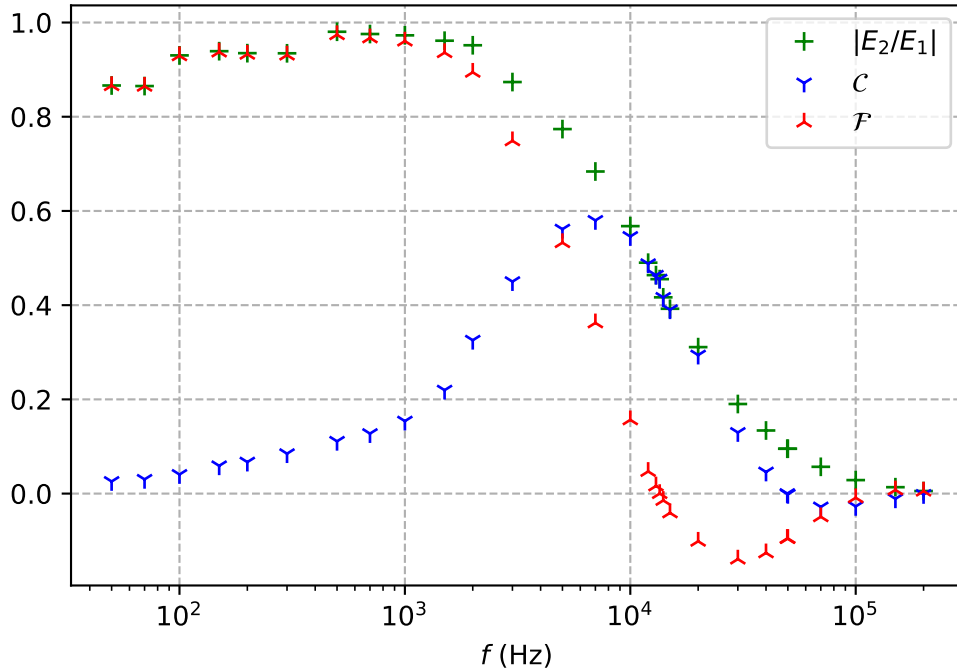


Figura 4.3: representación gráfica de los valores experimentales de la amplitud, cuadratura y fase.

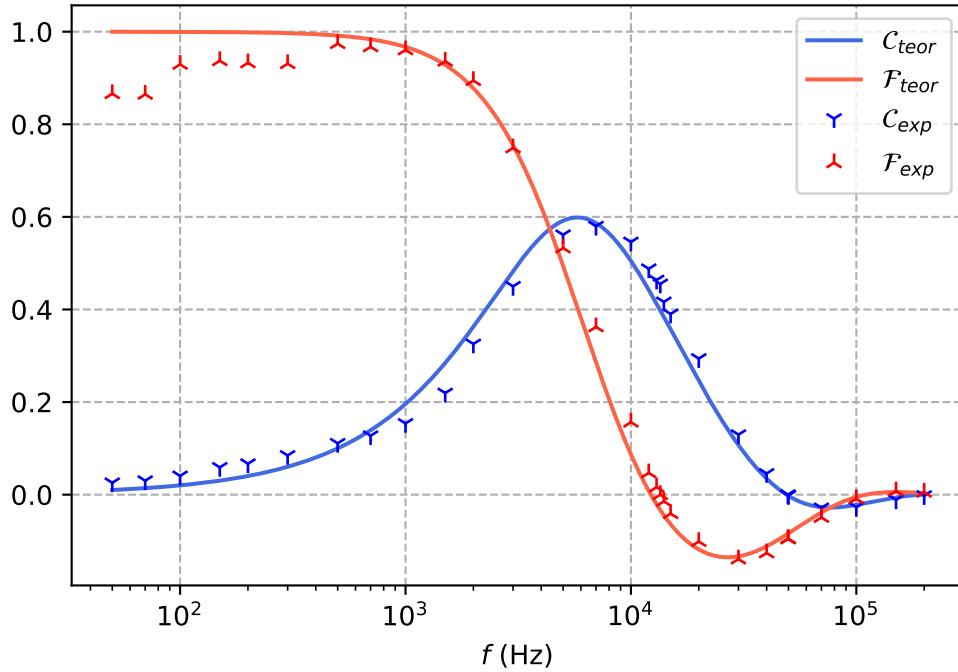


Figura 4.4: representación gráfica de los valores cuadratura y fase y sus valores teóricos.

4.4.2. Conductividad experimental

En este caso la ecuación que debemos usar es 4.21. En este caso dado que hacemos un recorrido de 0 a 2π tendríamos 4 frecuencias para usar: con $n = 1, 2, 3, 4$. Sin embargo solo usaremos las dos primeras dado que las frecuencias para $n = 3, 4$ eran bastante inestables, de tal modo que no veíamos con claridad la frecuencia para la que se verificaba la fase o desfase total. Entonces tenemos que:

n	f (Hz)	σ (S/m)
1	13500	$4,63 \cdot 10^7$
2	49700	$5,03 \cdot 10^7$

Cuadro 4.1: valores de la conductividad experimentales

tal que la media sería $\sigma = 4,83 \cdot 10^7$ (S/m). Dado que el valor teórico es de $5,1 \cdot 10^7$ (S/m), teniendo un error relativo de menos del 5%, lo que está realmente bien. El guión de la práctica nos pide que calculemos además los valores teóricos para esta conductividad experimental y los valores de la frecuencia de la cuadratura y la fase. Comparamos entonces con los valores experimentales:

n	f (Hz)	\mathcal{F}_{exp}	\mathcal{F}_{teo}	\mathcal{C}_{exp}	\mathcal{C}_{teo}
1	13500	0.000	0.000	0.364	0.435
2	49700	-0.076	-0.086	-0.001	0.000

Cuadro 4.2: valores experimentales y teóricos de las cuadraturas para la fase/desfase total

4.4.3. Frecuencias de fase y desfase

Como hemos dicho solo vamos a dar los valores para $n = 1$ y $n = 2$, por lo que la comparación será bastante pobre. Entonces si $\mu_1 = 13,5$ (KHz) tendremos que $\mu_2^n = 4 \cdot \mu_1$, es decir, $\mu_2^n = 54,0$ KHz. Podemos ver un error de entorno al 5 % respecto el valor experimental, lo cual es un error asumible que en general todos los valores de esta práctica están resultado.

El cero de $n = 3$ se supone debe ocurrir en $\mu_3^n = 121,5$ (KHz). Aunque no lo hayamos calculado, debido a los datos tomados podemos suponer que esta entre los valores de 100 KHz y 150 KHz, por lo que en general podemos asumir que esta regla es correcta. Aún así faltan datos para ser conclusivos.

4.4.4. Comportamiento a bajas frecuencias

En el guión también se nos pide una comparación del comportamiento teórico para las frecuencias mas bajas. En realidad en la figura 4.4 podemos ver ya el comportamiento, pero presentamos en la figura 4.5 una gráfica haciendo zoom para estos valores, de tal modo que se pueda comparar mejor. Podemos ver un error relativo desde el 15 % hasta el 0 % para los valores de la fase, y un error relativamente pequeño para valores de la cuadratura. Además presentamos una tabla comparativa de los valores teóricos y experimentales en la tabla 4.3. Dado que en valores de la frecuencia pequeños ($\mu < 1$ KHz) el valor de $|E_2|/|E_1|$ coinciden no representamos dicha gráfica.

f (Hz)	\mathcal{F}_{exp}	\mathcal{F}_{teo}	\mathcal{C}_{exp}	\mathcal{C}_{teo}
50	0.866	1.000	0.026	0.010
70	0.865	1.000	0.030	0.014
100	0.929	1.000	0.041	0.020
150	0.937	0.999	0.059	0.030
200	0.933	0.999	0.067	0.040
300	0.931	0.997	0.085	0.060
500	0.974	0.992	0.111	0.100
700	0.967	0.984	0.127	0.139
1000	0.961	0.967	0.154	0.196

Cuadro 4.3: comparativa de los valores experimentales y teoricos para frecuencias bajas

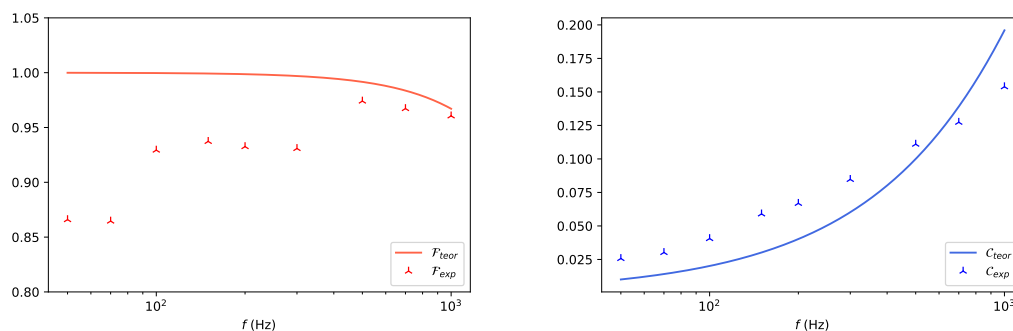


Figura 4.5: gráficas para la cuadratura y fase para bajas frecuencias

4.4.5. Filtro a la pasa-baja

No es descabellado afirmar que el conductor cilíndrico actúa como un **filtro a la pasa-baja**. Un filtro a la pasa-baja es un tipo de filtro que solo deja pasar las ondas con menos frecuencia, “matando” las ondas

con mayor frecuencia. Con esta descripción se hace obvio al lector que es así: lo podemos ver con claridad en la gráfica 4.3. En esta podemos ver que en la zona de bajas frecuencias la señal (E_2) es grande y en la zona de frecuencias altas la señal es baja (todo respecto E_1).

Además de esto, que de por sí es suficiente para afirmar que actúa como un filtro a la pasa-baja, estudiamos que pasa cuando mandamos una señal triangular, sinusoidal y cuadrada; para luego comprobar cual es la onda recibida. Y el resultado no podría ser mas favorable: las ondas cuadradas y triangulares se deforman y la sinusoidal se conserva. Para el lector que se sienta comodo con Fourier esto será obvio, pero aún así no creo que venga mal un recordatorio.

Una señal triangular y una señal cuadrada no es mas que una suma de ondas sinusoidales de distintas frecuencias, que le asigna una amplitud a cada una de estos senos. Las amplitudes y frecuencias vienen dadas por las series de Fourier. Entonces si una señal cuadrada o triangular no es mas que el conjunto de senos, es obvio que solo pasarán los que tengan las primeras frecuencias (llamados “primeros armónicos”) de tal modo que la señal recibida es la suma de dos senos, y por tanto presenta una deformación clara, aunque dejando entre ver que se suma mas de un seno. Ahora bien, esto ocurrirá solo si usamos señales cuadradas y triangulares de entorno 7-20KHz, ya que de usar frecuencias mas bajas veremos una onda cuadrada y triangular, ya que con que pasen 4 o 5 armónicos es suficiente. Por eso mismo se llama “pasa-baja”, ya que no deforma aquellas señales con frecuencias bajas.

La onda sinusoidal no se ve trasformada ya que está formada por un solo armónico.

4.5. Conclusiones

Lo primero que vamos a hacer es ver si los objetivos que nos marcamos inicialmente han sido cumplidos. El primer objetivo de esta práctica era ver como se comportaban las ondas en el conductor, y si la teoría era capaz de predecir los resultados experimentales. Tal y como podemos ver en la gráfica 4.3 los puntos teóricos y los experimentales distan muy poco entre sí, habiendo una diferencia relativa en general del 5 % con un pico máximo del 20 % para algunas medidas con baja frecuencia. Ahora bien ¿Como puede ser posible que para las medidas mas bajas el error sea mayor? Se debe principalmente a todas las aproximaciones que hemos hecho en la sección de teoría. Evidentemente a bajas frecuencias aparecerán fenómenos de todo tipo como pueden ser corrientes parasitarias u otras que no se tuvieron en cuenta. Otros fenómenos como errores de medida también pueden ser considerados. ¿Por ello tenemos que considerar esta parte un fracaso? Ni mucho menos. Los resultados estan bastante bien, por lo que está claro que la teoría es capaz de predecir, aun con todas las aproximaciones, el comportamiento de las ondas electromagnéticas trasladándose por un conductor.

También dijimos que íbamos a calcular la conductividad del metal sin tocarlo. ¿Es satisfactorio el resultado? La respuesta es sencillamente si. Aunque ya lo dijimos, obtuvimos un error relativo de menos 5 %, un resultado sorprendentemente bueno para todas las aproximaciones y errores posibles. De todos modos la falta de datos (solo fueron dos) no sirven para poder decir con seguridad que suponer el comportamiento ohmico del metal es suficiente. La falta además de estudios con la incertidumbre no nos permiten decir si el valor teórico se encuentra o no dentro de los valores mas probables. Lo único que podemos decir es que el resultado es satisfactorio pero no conclusivo.

En este caso hemos finalizado los objetivos iniciales de la práctica. Sin embargo a lo largo de la práctica han surgido preguntas que debemos contestar. Una de ellas es ¿Por qué usamos un conductor cilíndrico y no uno plano? A mi parecer existen dos razones: la primera razón es que la forma cilíndrica permite calcular los valores del campo (a través del potencial) mediante espiras, la mejor forma. La otra razón es que evita los efectos de borde. Es obvio que un conductor plano presenta una cantidad de efectos de borde enormes, y serán mas notorios cuanto mas grande sea la longitud de onda. Por ejemplo para 50 Hz

tendríamos una longitud de onda de 6000 km, por lo que nos podemos imaginar la escala del plano para evitar efectos de borde.

4.6. Tablas

f (Hz)	V_1 (mV)	V_2 (mV)	ϕ ($^\circ$)	$ E_2/E_1 $	\mathcal{F} (mV)	\mathcal{C} (mV)
50	10.1	10.5	1.7	0.866	0.866	0.026
70	13.1	13.6	2.0	0.865	0.865	0.030
100	17.2	19.2	2.5	0.930	0.929	0.041
150	25.2	28.4	3.6	0.939	0.937	0.059
200	32.8	36.8	4.1	0.935	0.933	0.067
300	44.4	49.8	5.2	0.935	0.931	0.085
500	68.0	80.0	6.5	0.980	0.974	0.111
700	82.0	96.0	7.5	0.976	0.967	0.127
1000	94.4	110.2	9.1	0.973	0.961	0.154
1500	105.4	121.6	13.2	0.961	0.936	0.220
2000	111.2	127.0	20.0	0.952	0.894	0.326
3000	124.0	130.0	31.0	0.874	0.749	0.450
5000	140.0	130.0	46.5	0.774	0.533	0.561
7000	156.0	128.0	58.0	0.684	0.362	0.580
10000	182.0	124.0	74.0	0.568	0.156	0.546
12000	204.0	120.0	84.5	0.490	0.047	0.488
13000	212.0	118.0	88.0	0.464	0.016	0.464
13500	216.0	118.0	90.0	0.455	0.000	0.455
14000	232.0	116.0	92.0	0.417	-0.015	0.416
15000	240.0	113.0	96.0	0.392	-0.041	0.390
20000	268.0	100.0	109.0	0.311	-0.101	0.294
30000	326.0	74.4	137.0	0.190	-0.139	0.130
40000	344.0	55.3	160.0	0.134	-0.126	0.046
49700	350.0	40.0	180.0	0.095	-0.095	0.000
50000	350.0	40.0	181.0	0.095	-0.095	-0.002
70000	340.0	23.2	210.0	0.057	-0.049	-0.028
100000	320.0	11.0	252.0	0.029	-0.009	-0.027
150000	288.0	4.7	305.0	0.014	0.008	-0.011
200000	270.0	1.8	340.0	0.005	0.005	-0.002

Cuadro 4.4: datos experimentales obtenidos a través del osciloscopio

Parte V

Práctica 5

Capítulo 5

Medida de la relación carga-masa del electrón

5.1. Introducción

El objetivo de esta práctica es reproducir el experimento realizado por J.J. Thomson (1897, laboratorio Cavendish de la Universidad de Cambridge) para determinar la relación entre la masa y la carga del electrón.

Para ello creamos una diferencia de potencial V entre el cátodo y el ánodo usando un generador de voltaje. Los electrones, previamente excitados mediante una fuente de calor, crearán un haz que será visible gracias al helio contenido en la ampolla. Este gas, al ionizarse por el paso de los electrones, revelará su traza de circulación. Con una fuente de corriente se crea en las bobinas Helmholtz un campo magnético perpendicular a la dirección de los electrones, resultando en que éstos tengan una trayectoria circular.

A continuación se muestra el montaje experimental realizado en el laboratorio:

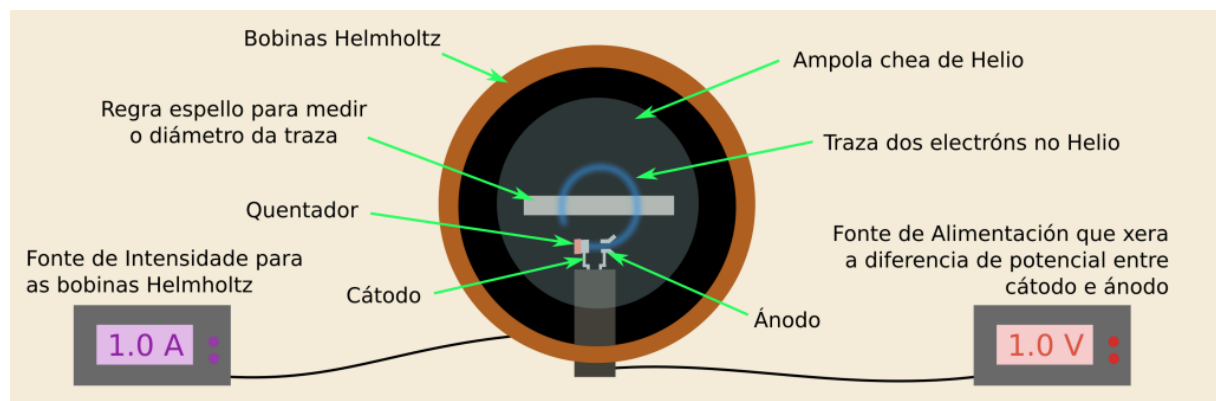


Figura 5.1: Montaje experimental para obtener la masa del electrón

Al ser arrancados del cátodo debido a una diferencia de potencial V , los electrones (de carga e) adquieren una energía cinética que viene dada por:

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = eV \quad (5.1)$$

Por otro lado, trayectoria circular anteriormente mencionada es provocada por la fuerza de Lorentz, que

al igualarla a la fuerza centrípeta obtenemos:

$$F_m = evB = F_c = \frac{m_e v^2}{r} \Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{v}{Br} \quad (5.2)$$

siendo B el campo magnético perpendicular a la velocidad de los electrones. Este campo generado por las bobinas Helmholtz varía en función de la corriente aplicada de la forma:

$$B = \frac{N\mu_0 I}{(5/4)^{(3/2)}a} \quad (5.3)$$

donde $N = 130$ es el número de espiras de radio $a = 0,15 \text{ m}$ que conforman las bobinas y μ_0 el valor de la permeabilidad magnética en el vacío.

5.2. Resultados

Teniendo en cuenta las tres ecuaciones del apartado anterior, el cociente $\frac{e}{m_e}$ puede escribirse como:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2V(\frac{5}{4})^3 a^2}{(N\mu_0 r I)^2} \quad (5.4)$$

Además, mediante propagación de incertidumbres obtenemos:

$$s\left(\frac{e}{m_e}\right) = \frac{e}{m_e} \sqrt{\left(\frac{s(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{2s(I)}{I}\right)^2 + \left(\frac{2s(r)}{r}\right)^2} \quad (5.5)$$

donde hemos establecido las siguientes incertidumbres: $s(V) = 1 \text{ V}$, $s(I) = 0,014 \text{ A}$ y $s(r) = 0,5 \text{ cm}$.

A continuación se muestran los datos obtenidos en el laboratorio junto con los resultados de aplicar las fórmulas (5.4) y (5.5):

$V \text{ (V)}$	$I \text{ (A)}$	$r \text{ (m)}$	$e/m_e \text{ } (\cdot 10^{11} \text{ C/kg})$	$s(e/m_e) \text{ } (\cdot 10^{10} \text{ C/kg})$
200	1,23	0,05	1,741	3,50
200	1,53	0,04	1,759	4,40
200	2,07	0,03	1,708	5,70
200	3,18	0,02	1,628	8,14
180	1,14	0,05	1,825	3,66
180	1,43	0,04	1,812	4,54
180	1,94	0,03	1,750	5,84
180	3,02	0,02	1,625	8,13
160	1,05	0,05	1,912	3,84
160	1,32	0,04	1,890	4,74
160	1,80	0,03	1,807	6,03
160	2,82	0,02	1,657	8,28

Cuadro 5.1: Datos experimentales para el cálculo de la masa del electrón

Al realizar la media de los valores calculados, llegamos a que el cociente entre la carga y la masa del electrón es:

$$\frac{e}{m_e} = (1,759 \pm 0,056)$$

El dato oficial dado por CODATA es $e/m_e = 1,7588 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ que como se puede observar es altamente próximo al valor obtenido en el laboratorio. Por tanto, puede considerarse una práctica satisfactoria, además de ser realizada con extremada exactitud.