

# Notas Fisica Nuclear y de Partículas

Daniel Vazquez Lago

26 de septiembre de 2024

---

# Índice general

<b>1. Propiedades generales de los núcleos</b>	<b>5</b>
1.1. Introducción: definiciones.	5
1.1.1. Tipos de desintegraciones	5
1.2. Masas de los núcleos	7
1.2.1. Espectrometría de masas	7
1.2.2. Energía de ligadura	7
1.2.3. Formula semiempírica de masas	8
1.2.4. Aplicaciones de la formula semiempírica: parábola de masas	10
1.3. Abundancia y estabilidad nuclear	10
1.4. Tamaño de los núcleos	10
1.4.1. Sección eficaz diferencial y sección eficaz total	10
1.4.2. Sección eficaz de Rutherford	11
1.4.3. Factor de forma	12
1.4.4. Ejemplos de factores de forma	13
<b>2. Interacción nuclear</b>	<b>15</b>
2.1. Evidencias experimentales	15
2.1.1. Deuterio	15
2.1.2. Dispersión protón-neutron	15
2.1.3. Dispersión protón-protón y neutrón-neutrón	16
2.1.4. Características de la interacción nuclear fuerte	16
2.1.5. Potencial de Yukawa	17
<b>3. Propiedades de los núcleos</b>	<b>19</b>



# 1

## Propiedades generales de los núcleos

### 1.1. Introducción: definiciones.

**Definición 1.1 (número atómico).** El número atómico ( $Z$ ) de un núcleo es un entero que coincide con el número de protones del núcleo.

**Definición 1.2 (número másico).** El número másico ( $A$ ) de un núcleo es la suma de número de protones y neutrones  $A = Z + N$ .

Atendiendo a los valores  $Z$ ,  $A$  y  $N$ , los núcleos se clasifican en:

- **Isótopos:** son núcleos con igual  $Z$ .
- **Isóbaros:** son núcleos con igual  $A$ .
- **Isotónos:** son núcleos con igual  $N$ .

Para denotar un núcleo se suele escribir  ${}_Z^AX_N$  donde  $X$  es el símbolo químico del elemento en cuestión (determinado por el valor  $Z$ ). Protones y neutrones se denominan genéricamente **nucleones**. Hoy en día se han identificado alrededor de 112 átomos diferentes.

#### 1.1.1. Tipos de desintegraciones

##### Desintegración $\alpha$

La desintegración alfa consiste en la emisión de dos protones y dos neutrones (un núcleo de helio) por parte de un núcleo inestable. Produce un desplazamiento hacia la izquierda de dos posiciones de la tabla periódica, y reduce el número másico en 4 unidades  $\Delta Z = -2$  y  $\Delta A = -4$ . Esquemáticamente esta desintegración se puede escribir Coulomb



Aunque en capítulos posteriores estudiaremos en detalle la evolución de las poblaciones de núcleos radioactivos, recordaremos ahora que la **vida media** ( $\tau$ ) de un núcleo es el tiempo necesario para reducir el número de núcleos de una muestra en un factor  $1/e$  de su valor inicial (o, en otras palabras, el promedio del tiempo que tarda un núcleo en desintegrarse), mientras

que el período de semidesintegración ( $t_{1/2}$ ) es el tiempo necesario para reducirlo a la mitad. Dados  $N_0$  núcleos radioactivos iniciales que no están reponiéndose por medio de ningún proceso, el número de desintegraciones que se observan por unidad de tiempo es proporcional al propio número de núcleos presentes. La constante de proporcionalidad es característica de cada núcleo y se denomina **constante de desintegración**  $\lambda$  que tiene unidades inversas de tiempo. Esto nos lleva a la ley de desintegración radiactiva:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \quad (1.1.2)$$

Otras definiciones de interés son el **semi tiempo**, esto es, el tiempo que tarda una muestra en reducirse a la mitad:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (1.1.3)$$

La **actividad de una sustancia** se define como

$$A(t) = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (1.1.4)$$

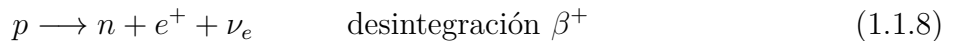
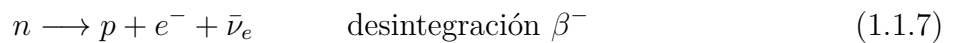
y en el SI se define como Becquerelio (Bq, una desintegración en cada segundo).

### Desintegración $\beta$

La desintegración beta consiste en la conversión nuclear de neutrones en protones o viceversa. Por decirle de algún modo, es la manera en que el núcleo *corrige* un exceso de protones o neutrones convirtiendo unos en otros. En física nuclear se suele usar los símbolos  $\beta^-$  y  $\beta^+$  para designar las radiaciones emitidas por las desintegraciones beta. La desintegración por emisión  $\beta^-$  ( $\beta^+$ ) produce un desplazamiento hacia la derecha (izquierda) de una posible en la tabla periódica, pero no cambia esencialmente la masa:  $\Delta Z = \pm 1, \Delta A = 0$ . Responsable de este fenómeno es la interacción débil:



La conversión nuclear en protones puede tener lugar de 3 modos distintos. En notación de física de partículas se escribe:



El tercer proceso un electrón de las capas internas (usualmente la K) con cierta probabilidad presencia dentro de la región nuclear es *usado* para la conversión de un protón en un neutrón.

### Desintegración $\gamma$

Los rayos  $\gamma$  son capaces de penetrar varios milímetros en plomo. No son desviados por los campos electromagnéticos e interaccionan con la materia de manera similar a los rayos X. Se trata de radiación electromagnética, e inicialmente se confundieron con los rayos X emitidos por el reordenamiento de los electrones atómicos que sigue a una conversión interna. La desintegración gamma consiste en la emisión espontánea de fotones altamente energéticos cuando el núcleo pasa de un estado excitado a otro estado de menor energía o al fundamental. Es, por tanto, un proceso esencialmente análogo al que tiene lugar cuando un átomo se desexcita

emitiendo radiación, bien sea en el rango visible o en el de rayos X. La emisión gamma suele acompañar a otros dos tipos de desintegración, porque sus procesos quedan normalmente en estados excitados.

### Fisión espontánea

Es un proceso en el que el núcleo pesado se divide en dos más ligeros. No es posible determinar a priori en qué par concreto de núcleos ligeros terminará, sino que habrá una distribución estadística en un cierto rango de números atómicos.

### Emisión nuclear

Este es un proceso mediante el que un núcleo inestable, generalmente producto de una fisión o desintegración anterior, emite un nucleón.

## 1.2. Masas de los núcleos

En el laboratorio se miden masas atómicas, no masas nucleares. A pesar de ello, veremos que en casi todos los casos prácticos de la física nuclear podremos usar masas atómicas en lugar de masas nucleares, porque las masas de los electrones y sus energías de ligadura se cancelarán casi perfectamente en el balance global. Actualmente las masas atómicas se miden en unidades atómicas de masa unificadas (u), y se definen de manera que la masa del átomo  $^{12}\text{C}$  sea exactamente de 12u. La conversión de unidades:

$$1u = 931,49432(28)\text{MeV}/c^2 = 1,6605402(10) \times 10^{-27}\text{kg} \quad (1.2.1)$$

Las masas del protón, neutrón y electrón:

$$m_p = 939,272\text{MeV}/c^2 = 1836,149m_e \quad (1.2.2)$$

$$m_p = 939,565\text{MeV}/c^2 = 1838,679m_e \quad (1.2.3)$$

$$m_e = 0,511\text{MeV}/c^2 \quad (1.2.4)$$

### 1.2.1. Espectrometría de masas

Para medir las masas de isótopos radioactivos de vida media corta se recurre a las ecuaciones de balance energético en reacciones nucleares. En la reacción  $x + X \rightarrow y + Y$ , midiendo las energías cinéticas de cada compuesto para determinar la diferencia de masas, que se conoce como el **valor**  $Q$  de la reacción:

$$Q = [m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)]c^2 = E_c(\text{estado final}) - E_c(\text{estado inicial}) \quad (1.2.5)$$

Donde la letra minúscula denota las masas nucleares. Para que una desintegración sea espontánea debe verificarse que  $Q > 0$ .

### 1.2.2. Energía de ligadura

Todo sistema compuesto (sistema ligado) tiene una energía de ligadura negativa, de tal manera que es energéticamente más favorable mantener unidos a los constituyentes que mantenerlos separados. En otras palabras: la suma de las masas de los constituyentes de un compuesto estable es mayor que la masa del compuesto. Esto es así porque existe una reacción de carácter

atractivo entre los constituyentes que los mantiene unidos, de tal manera que es necesario realizar un trabajo para separarlos y destruir (desintegrar) el compuesto. En el dominio de la física nuclear definiremos la energía de un núcleo de modo que resulte positiva (masas de los constituyentes menos masa del compuesto).

La energía de la ligadura nuclear en términos de las masas atómicas de los elementos considerados que es lo que realmente se mide en el laboratorio. Para aclarar la notación, en lo que sigue usaremos la letra  $m$  para representarla masa de una partícula, por ejemplo  $m_n$  para la masa de un neutrón. Usaremos la notación  $m(Z, A)$  para representar la **masa del núcleo** (**masa nuclear**), y la notación  $M(Z, A)$  o  $M({}_Z^AX_N)$  para designar la **masa de un átomo** (**masa atómica**) con  $Z$  protones y  $A$  nucleones. De esta manera podemos relacionar la masa atómica con la masa nuclear de la siguiente manera:

$$M(Z, A) = m_N + Zm_e - \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^Z B_i \quad (1.2.6)$$

donde  $B_i$  son las *energía de ligadura* de los electrones. Este término es despreciable, por lo que la masa atómica y la masa nuclear se pueden relacionar por:

$$M(Z, A) \approx m_N + Zm_e \quad (1.2.7)$$

El valor de la masa nuclear también se puede expresar en función de la masas de sus constituyentes y la **energía de ligadura del núcleo** o **energía de ligadura nuclear**  $B$ :

$$m_N = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{1}{c^2}B \quad (1.2.8)$$

Es muy interesante expresar  $B$  en función de parámetros conocidos, como son las masas atómicas y las masas de los protones, neutrones y electrones, ya que es la energía de ligadura la que nos va a permitir calcular si una desintegración podría ocurrir de manera espontánea o no. Así:

$$\frac{1}{c^2}B = ZM(^1H) + (A - Z)m_n - M(Z, A) \quad (1.2.9)$$

en algunas de las tablas en lugar de tabular  $M(Z, A)$  se proporciona el llamado **defecto de masa**  $\Delta = (M - A)c^2$  donde  $M$  es la masa atómica en *uma* y  $A$  es el número másico. Dado  $\Delta$  se puede deducir la masa atómica.

### 1.2.3. Formula semiempírica de masas

Existe una fórmula que describe cualitativamente la energía de ligadura por nucleon. Se trata de **fórmula semiempírica de masas**, también conocida como **fórmula de Wicksäcker**, y es esencialmente una parametrización de la energía de ligadura aunque se la conoce como fórmula de masas porque la relación entre una y otra es directa. Esta parametrización se basa en el **modelo de la gota líquida**. Al igual que en una gota líquido, la densidad en el núcleo es esencialmente constante en función del radio nuclear:

$$M({}_Z^AX_N) \equiv M(Z, A) = ZM(^1H) + Nm_n - \frac{B(Z, A)}{c^2} \quad (1.2.10)$$

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z - 1)A^{-1/3} - a_{sy} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta(A) \quad (1.2.11)$$

Existen distintas parametrizaciones de la fórmula de masas, pero en todas ellas los términos son los mismos salvo constantes. Una breve descripción de cada uno de los términos es el siguiente:



- **Término de volumen:** sabemos que la energía de ligadura por nucleón es casi constante en función de  $A$ , esto es:  $B \propto A$ , luego el significado de  $a_v A$  es obvio.  $a_v$  será presumiblemente del orden de 8 MeV. Cada nucleón contribuye aproximadamente lo mismo a la energía de ligadura porque la interacción fuerte es de corto alcance y sólo le permite interaccionar con sus vecinos más próximos.
- **Término de superficie:** cerca de la superficie del núcleo es de esperar que los nucleones tengan menos vecinos y por lo tanto contribuyan un poco menos que los interiores a la energía de ligadura. El radio del núcleo va como  $A^{1/3}$  y la superficie como  $A^{2/3}$ , por lo tanto el término de superficie es de la forma  $a_s A^{2/3}$ , contribuyendo con signo opuesto al de volumen para contrarrestar su excesivo peso.
- **Término de energía coulombiana:** la repulsión coulombiana entre los protones hace disminuir la energía de ligadura y, por lo tanto, aumentar la masa del núcleo. Debido al carácter de largo alcance de esta interacción, este término es proporcional a  $Z^2$  e inversamente proporcional al radio  $a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$ <sup>1</sup>.
- **Término de simetría:** de la carta de Segré sabemos que la estabilidad nuclear se concreta en valores  $Z \approx A/2$ , y esto hemos de tenerlo en cuenta de alguna manera en nuestra fórmula de masas, de lo contrario no habría impedimento alguno para que la parametrización resultante no proporcionase isótopos estables con cientos de neutrones. Una posible forma de este parámetro es  $-a_{sy}(A-2Z^2)/A$ . Así escrito favorece la existencia de núcleos con un número parecido de protones y neutrones, y tiene mayor importancia para los núcleos ligeros, para los que la condición  $Z \approx A/2$  es más estricta.
- **Término de pairing o apareamiento.** Un estudio significativo de las masas nucleares muestra que los núcleos más estables tienen un número par de protones y/o neutrones. Esto se debe a una tendencia de los nucleones a acoplarse en parejas de iguales, es decir pp y nn, con espines y momentos antiparalelos. Si tomamos nulo este término ( $\delta = 0$ ) para núcleos con  $A$  impar, entonces en núcleos con  $Z$  impar y  $N$  impar  $\delta$  contribuye con signo negativo, es decir, tiende a disminuir la energía de ligadura y aumentar la masa del núcleo. Sería ventajoso en estos casos convertir uno de los protones en neutrón o alguno de los neutrones en un protón. Finalmente, para núcleos con  $Z$  par y  $N$  par,  $\delta$  contribuye con signo positivo. En la naturaleza sólo existen 4 núcleos impar-impar estables, que son el  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  y  ${}^{14}\text{N}$ , mientras que núcleos estables par-par hay unos 167, lo cual da una idea de la importancia del término pairing.

$$\delta(A) = \left\{ \begin{array}{ll} +a_p A^{-3/4} & \text{Núcleos con } Z \text{ par y } N \text{ par} \\ 0 & \text{Núcleos con } A \text{ impar} \\ -a_p A^{-3/4} & \text{Núcleos con } Z \text{ impar y } N \text{ impar} \end{array} \right\} \quad (1.2.12)$$

Las constantes se ajustan a los datos experimentales, con los siguientes valores como su mejor ajuste

$a_v$ (MeV)	$a_s$ (MeV)	$a_c$ (MeV)	$a_{sy}$ (MeV)	$a_p$ (MeV)
15.5	16.8	0.72	23	34

<sup>1</sup>Si realizáramos el cálculo suponiendo una esfera uniformemente cargada obtendríamos una energía potencial dada por la expresión  $-(3/5)e^2 Z^2 A^{-1/3}$ . Si consideramos objetos puntuales uniformemente distribuidos en la *esfera nuclear*, aparece en lugar de  $Z^2$  el factor  $Z(Z-1)$ , proporcional al número de parejas de objetos:  $-(3/5)e^2 Z(Z-1)A^{-1/3}/(4\pi\epsilon_0 R_0)$ . En la fórmula semiempírica de masas puede ser más conveniente dejar una constante global para ajustar los datos que usar un valor como  $R_0 = 1,2$  fm en la expresión analítica anterior.

### 1.2.4. Aplicaciones de la formula semiempírica: parábola de masas

## 1.3. Abundancia y estabilidad nuclear

## 1.4. Tamaño de los núcleos

### 1.4.1. Sección eficaz diferencial y sección eficaz total

En los cursos introductorios de física cuántica se estudia la dispersión o colisión de partículas por potenciales simples en una dimensión. Este tratamiento sencillo es suficiente para ilustrar los conceptos de transmisión y reflexión de partículas, efecto túnel, etc. En el caso de un potencial unidimensional la partícula incidente solo tiene dos posibilidades: seguir hacia delante o rebotar hacia atrás, cada una con cierta probabilidad (asumiendo que los potenciales son incapaces de mantener estados ligados). En tres dimensiones tendremos que considerar todo el continuo posible de direcciones emergentes de la partícula inicial tras la colisión. En el caso de colisiones profundamente inelásticas surge además la complicación adicional de que se pueden crear más partículas en el estado final.

La manera más adecuada de describir la distribución angular de las partículas dispersadas por un centro de fuerzas o potencial se realiza mediante la denominada **sección eficaz**. Veremos que esta distribución angular proporciona importante información sobre el potencial dispersor, y, por tanto, sobre la partícula o sistema que lo crea.

Supongamos un haz incidente que transporta  $N$  partículas por unidad de área y por unidad de tiempo, y que lo hacemos incidir sobre un blanco que contiene  $n$  centros dispersores. Si suponemos que el flujo incidente no es tan intenso como para provocar interferencia entre las propias partículas incidentes, que se tiene lugar una sola dispersión por partícula u que no hay una disminución apreciable de los centros dispersores del blanco por el retroceso de la partícula golpeada, entonces el número de partículas incidentes que emergen por unidad de tiempo en un pequeño intervalo de ángulo sólido  $\Delta\Omega$  centrado en los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  será proporcional a  $N, n$  y  $\Delta\Omega$ :

$$\Delta\mathcal{N} \sim nN\Delta\Omega \quad (1.4.1)$$

Denotando por  $\sigma(\theta, \phi)$  la constante de proporcionalidad, podemos escribir ese número de partículas emergentes en  $\Delta\Omega$  por unidad de tiempo como:

$$\Delta\mathcal{N} = nN\sigma(\theta, \phi) \quad (1.4.2)$$

o en intervalo diferencial

$$d\mathcal{N} = nN\sigma(\theta, \phi)d\Omega \quad (1.4.3)$$

A la constante de proporcionalidad  $\sigma(\theta, \phi)$  se le denomina **sección eficaz diferencial** y, como se puede ver a partir de la ecuación anterior, tiene unidades de área. En efecto  $\sigma(\theta, \phi)d\Omega$  es igual al área transversal del haz incidente paralelo que contiene el número de partículas dispersadas  $d\Omega$  por un único centro dispersor o partícula del blanco. Evidentemente, a la integral de esa sección eficaz diferencial sobre la esfera se le denomina **sección eficaz total**

$$\sigma_t = \int \sigma(\theta, \phi)d\Omega \quad (1.4.4)$$

En caso de dispersión sobre un blanco fijo la definición anterior de sección eficaz es igualmente válida para el sistema laboratorio <sup>2</sup> que para el sistema centro de masas, porque un centro dispersor fijo tiene masa efectiva infinita.

---

<sup>2</sup>Recordemos que el sistema de referencia laboratorio es aquel en el que la partícula blanco está inicialmente

En general, la probabilidad de interacción de dos partículas depende fuertemente de la energía <sup>3</sup>. La sección eficaz diferencial también se suele expresar en el intervalo diferencial de energía, de modo que para obtener la sección eficaz total habrá que integrar a todo rango de energías accesibles.

$$\sigma_t = \int \int \sigma(\theta, \phi) d\Omega dE \quad (1.4.5)$$

### 1.4.2. Sección eficaz de Rutherford

La sección eficaz para la dispersión elástica coulombiana de partículas puntuales sin espín se conoce como la sección eficaz de Rutherford. Él fue el pionero en el uso de las técnicas de dispersión para el estudio del mundo subatómico, concretamente bombardeando una lámina de oro con partículas  $\alpha$ . Supongamos ahora una colisión elástica entre un electrón y un núcleo en reposo de carga  $Ze$ . Despreciemos por el momento efectos de espín y supongamos además que el electrón se aproxima en trayectoria hiperbólica con velocidad no relativista  $v$  y que la energía de retroceso del núcleo es despreciable frente a la interacción. Usando mecánica clásica no relativista es sencillo derivar la siguiente expresión para la sección eficaz diferencial de Rutherford:

$$\left( \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \left( \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 m_e v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{(4E)^2 \sin^4(\theta/2)} \quad (1.4.6)$$

donde  $E = mv^2/2$  es la energía cinética del electrón y  $\theta$  el ángulo polar de dispersión. Si la energía de retroceso del núcleo no fuera despreciable, entonces deberíamos sustituir la expresión anterior de  $m_e$  por la masa reducida  $\mu = m_e m_N / (m_e + m_N)$ ,  $v$  sería la velocidad del centro de masas y el ángulo de dispersión  $\theta$  estaría referido al sistema de referencia del centro de masas.

La mecánica clásica es una teoría completamente determinista, de tal modo que dadas unas ciertas condiciones iniciales es posible predecir exactamente la trayectoria de la partícula y, por tanto, el diferencial de ángulo sólido por el que pasará una vez dispersada. Si imaginamos un haz uniforme de partículas con cierta sección transversal incidiendo sobre una lamina de material a modo de blanco, la ecuación anterior nos da la proporción de partículas que en la unidad de tiempo saldrán dispersadas atravesando una superficie diferencial perpendicular a  $d\Omega$ . En este problema el campo de fuerzas es central, de modo que existe simetría azimutal y podemos integrar sobre el ángulo  $\phi$  para obtener:

$$d\Omega = \int_0^{2\pi} \sin(\theta) d\theta d\phi = 2\pi \sin(\theta) d\theta \quad (1.4.7)$$

por eso escribimos directamente  $\sigma = \sigma(\theta)$ .

La sección eficaz de Rutherford es una de las pocas fórmulas de la mecánica clásica que también se deduce en el formalismo de la mecánica cuántica. Pero en el *mundo cuántico* su significado es distinta: representa la probabilidad de que una partícula salga dispersada en un ángulo sólido diferencial  $d\Omega$ , aunque también es cierto que en el caso de un haz de partículas incidiendo sobre el blanco representa una fracción de ellas que en la unidad de tiempo atravesarán una superficie diferencial a  $d\Omega$ , al igual que en el caso clásico.

Una manera rápida de deducir la sección eficaz de Rutherford en mecánica cuántica es mediante la primera aproximación de Born. Se considera que la función de onda inicial y final

---

en reposo mientras que el sistema de referencia centro de masas es aquel en el que el centro de masas está (siempre) en reposo.

<sup>3</sup>Por ejemplo, la sección eficaz de captura de neutros térmicos por el uranio varía varios ordenes de magnitud en un pequeño rango de energía.

del electrón está bien descrita por una onda plana, tal que  $\mathbf{p}_i = \hbar \mathbf{k}_i$  y  $\mathbf{p}_f = \hbar \mathbf{k}_f$  (donde  $|k| = 2\pi/\lambda$ ). En ese caso las funciones de onda inicial y final

$$\Psi_i(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}/\hbar} \quad \Psi_f(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{p}_f \cdot \mathbf{r}/\hbar} \quad (1.4.8)$$

El potencial  $V(\mathbf{r})$  del centro dispersor *convierte* la onda plana inicial en la onda plana final, y la amplitud de probabilidad de la transición viene dada, en primera aproximación de Born Por

$$f(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f) \sim \int \Psi_f^* V \Psi_i d^3\mathbf{r} \sim \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} V(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \sim f(\mathbf{q}) \quad (1.4.9)$$

donde  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f$  es el **momento transferido en la colisión**. La sección eficaz diferencial es el módulo al cuadrado de esta *amplitud de probabilidad*

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\mathbf{q})|^2 \quad (1.4.10)$$

Por lo que si el potencial es simétrico  $V(\mathbf{r}) = V(r)$ , podemos integrar sobre los ángulos y obtener:

$$f(\mathbf{q}) \sim \int_0^\infty r V(r) \sin(qr/\hbar) dr \quad (1.4.11)$$

Si escribimos  $V(r) = -Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$  la integral anterior no existe. Sin embargo  $V(r)$  no tiene dicha forma, ya que en realidad la carga del núcleo  $Ze$  está apantallada por la carga electrónica, de tal manera que a grandes distancias la partícula incidente no *ve* el potencial eléctrico desnudo del núcleo. Se puede tener en cuenta este apantallamiento añadiendo un factor multiplicativo exponencial

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} e^{-r/a} \quad (1.4.12)$$

donde  $a$  es una longitud característica de las dimensiones atómicas. La integral sobre el radio produce entonces el siguiente resultado

$$f(\mathbf{q}^2) \sim \frac{Ze^2}{q^2 + (\hbar/a)^2} \approx \frac{Ze^2}{q^2} \quad (1.4.13)$$

### 1.4.3. Factor de forma

Consideremos entonces que el núcleo atómico es un objeto extenso con una densidad de carga eléctrica que podamos expresar en la forma  $Ze\rho(\mathbf{r}')$ , de tal manera que  $\rho(\mathbf{p}')$  es una densidad de probabilidad normalizada  $\int \rho(\mathbf{r}') d^3(\mathbf{r}') = 1$ . Si además la distribución de carga fuese esféricamente simétrica tendríamos

$$4\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 dr = 1 \quad (1.4.14)$$

La integral restante en la expresión de  $f(\mathbf{q})$  se conoce como **factor de forma**

$$F(\mathbf{q}) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r} \quad (1.4.15)$$

En el caso de que tratemos distribuciones esféricamente simétricas, el factor de forma sólo dependerá del cuadrado del momento transferido.

$$F(\mathbf{q}^2) = \int \rho(r) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r} \quad (1.4.16)$$

Recordando que  $d\sigma/d\Omega = |f|^2$  tenemos que

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{extenso}} = \left(\frac{dd\sigma}{dd\Omega}\right)_{\text{Ruth.}} \cdot |F(\mathbf{q}^2)|^2 \quad (1.4.17)$$

donde la etiqueta *extenso* hace referencia a que hemos considerado al núcleo como un objeto extenso y no como una partícula puntual.

Para pasar de  $F(\mathbf{q}^2)$  a la distribución de carga  $\rho(r)$  podríamos pensar, en principio, en invertir la ecuación del factor de forma:

$$\rho(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(\mathbf{q}^2) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}/\hbar} d^3q \quad (1.4.18)$$

#### 1.4.4. Ejemplos de factores de forma

Las primeras medidas de factores de forma nucleares fueron llevados a cabo a principios de la década de los 50 en SLAC<sup>4</sup>. Se midieron secciones eficaces para una gran variedad de núcleos con electrones de energía hasta 500 MeV. Los resultados muestran un rápido decrecimiento de la sección eficaz para grandes ángulos, que se corresponde con el hecho de que la dependencia con el momento transferido va como  $1/\mathbf{q}^4$ , (recuérdese que  $|\mathbf{q}| = 2|\mathbf{p}| \sin(\theta/2)$ ). Para distribuciones simétricas de carga podemos integrar sobre el ángulo sólido y obtener:

$$F(\mathbf{q}^2) = 4\pi \int \rho(r) \frac{\sin(|\mathbf{q}|r/\hbar)}{|\mathbf{q}|r/\hbar} r^2 dr \quad (1.4.19)$$

Introduciendo en la expresión anterior distribuciones sencillas de carga de modo que podamos realizar la integral, obtendremos ejemplos de factores de forma a comparar con las mediciones y así hacernos una idea intuitiva de la distribución de carga nuclear. En las figuras tenemos varios ejemplos. Para una carga puntual (delta de Dirac) el factor de forma es una constante (la unidad). Cuanto más extensa sea la distribución espacial de carga más rápidamente decrecerá con  $\mathbf{q}$  el factor de forma. En el límite de una distribución extendida por todo el espacio tendríamos una delta de Dirac para el factor de forma. Para una distribución gaussiana tendríamos otra distribución gaussiana. Para una esfera homogénea tendríamos oscilaciones típicas de un patrón de difracción con mínimos que se anulan. Para una esfera con superficie difusa tendríamos oscilaciones difuminadas, con mínimos que no llegan a anularse.

Se observa que los núcleos no tienen una superficie bien definida, sino más bien difusa. En su interior la distribución de carga es aproximadamente constante, y en la superficie decrece en un cierto rango hasta hacerse nula. Una buena parametrización de esta distribución se consigue con la llamada **función de Fermi de dos parámetros** también llamada **distribución de Wood-Saxon**:

$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + e^{(r-c)/a}} \quad (1.4.20)$$

donde  $c$  es el radio al que  $\rho(r)$  decrece a la mitad del valor del plató<sup>5</sup>. El parámetro  $a$  está relacionado con el grosor de la piel<sup>6</sup> (skin thickness) mediante  $t = (4 \ln 3)a$ . El radio a mitad de densidad y el grosor de la piel satisfacen, aproximadamente, la siguiente relación:

$$c(\text{fm}) = 1,18A^{1/3} - 0,48 \quad t \approx 2,4\text{fm} \quad (1.4.21)$$

También se suele utilizar la **función de Fermi de tres parámetros** que se define como

---

<sup>4</sup>Stanford Linear Accelerator.

<sup>5</sup>Caamaño llama a la constante  $R_{1/2} \equiv c$

<sup>6</sup> $t$  es la distancia que necesita la densidad de carga para caer del 90 % al 10 % de su valor

$$\rho(r) = \left(1 + \frac{\omega r^2}{c^2}\right) \frac{\rho(0)}{1 + e^{(r-c)/a}} \quad (1.4.22)$$

# 2

## Interacción nuclear

### 2.1. Evidencias experimentales

#### 2.1.1. Deuterio

Las medidas del momento cuadrupolar eléctrico dan resultados distintos de cero para el deuterón ( $Q=2.88\pm0.02$  mb), por lo que el neutrón y el protón deben estar orbitando alrededor del centro de masas (o que el protón/neutrón no son esferas uniformemente cargadas).

De los datos anteriores, se concluye que los espines del protón y el neutrón son paralelos. Por tanto  $\mathbf{S} = 1$  y estarán en un estado **triplete**. Dado que tiene que mantener una paridad  $+1$  y un espín global  $+1$ , y por tanto  $l = 0, 2$ , es imposible que los espines del sistema protón-neutrón no tengan la misma orientación.

#### 2.1.2. Dispersión protón-neutrón

Otra fuente de información nuclear nos la da la dispersión entre nucleones. La sección eficaz protón-neutrón (choque protón-neutrón) es constante a bajas energías: la interacción no es sensible a la estructura interna y parece comportarse como una dispersión binaria.

¿Por qué cae la sección eficaz? En el momento que subo la energía empiezo a ser sensible a la estructura interna de cada partícula, abriéndose otros canales (ya no solo hay dispersión elástica) de interacción, como puede ser la excitación del protón, neutrón, creación de otras partículas... A nosotros nos interesa la sección eficaz de la interacción elástica.

Del cálculo teórico de la sección eficaz (con el potencial anterior) se pueden deducir dos componentes, una para la configuración **triplete** y otra para la **singlete** (ver Krane, Sabarido). De este modo tenemos que la sección eficaz es muy diferente si ambas partículas chocan con el mismo espín o con diferente espín.

Se pueden deducir las **longitudes de dispersión**  $a$  y los **rangos efectivos**:

- **Rango efectivo:** es una media del tamaño del potencial.

- **Longitud de dispersión:** es una medida de la intensidad de la interacción. Se puede definir como el tamaño que tendría una esfera rígida que daría la misma sección eficaz elástica  $\sigma = 4\pi a^2$ . La idea es cuánto “desfaza” el potencial la f.d.o. incidente (una idea original de Fermi, que veremos en el tema de reacciones). Su signo nos dice si la onda para  $\mathbf{k} \sim 0$  es posible o no y (si) son posibles (sus) estados ligados.

La longitud de dispersión me dice si con un potencial atractivo puedo crear un estado ligado o no (Caamaño). ¿Si yo hago tender ese choque a cero (de energía supongo) se formaría un estado ligado?. Si la longitud de dispersión es positivo el potencial puede atrapar a la partícula, y si es negativo no puede atrapar.

Se pueden deducir las **longitudes de dispersión**  $a$  y los **rango efectivo**  $r_0$  para cada componente de  $\mathbf{S}$ :

$$a_{\uparrow\uparrow} = 5,423\text{fm} \quad r_{0\uparrow\uparrow} = 1,748\text{fm} \quad (2.1.1)$$

$$a_{\uparrow\downarrow} = -23,72\text{fm} \quad r_{0\uparrow\downarrow} = 2,73\text{fm} \quad (2.1.2)$$

Si los espines son antiparalelos *no puedo formar un estado ligado*, a pesar de que el potencial es atractivo.

### 2.1.3. Dispersión protón-protón y neutrón-neutrón

A partir de las dispersiones pp y nn se puede obtener más información sobre la interacción nuclear y su dependencia con el isoespín.

Para realizar estos experimentos puedo hacer chocar un protón con un átomo de deuterio y, dado que puede chocar con un neutrón, pero yo esta reacción ya la conozco, puedo desacoplar los resultados y estudiar aquellos choques en los cuales el protón protón interactuen. Se dice subrogar la reacción.

En el caso de partículas idénticas a baja energía ( $l=0$ ) solo podemos acceder estados **single-tes**. Además, en el caso de dispersión **pp** tenemos el efecto del campo de Coulomb:

$$a_{pp} \quad (2.1.3)$$

$$a_{nn} \quad (2.1.4)$$

Para que no le importan si son protones y neutrones, ambas longitudes de dispersión son negativas lo que significa que no existen sistemas ligados de dos protones y dos neutrones. La razón: el efecto de  $\mathbf{S} = 0$  en la interacción.

### 2.1.4. Características de la interacción nuclear fuerte

De los datos experimentales se pueden sacar algunas conclusiones sobre esta interacción entre nucleones

- A cortas distancias es más intensa que la interacción electromagnética.
- A grandes distancias es despreciable (rango típico  $\sim 1\text{fm}$ ).
- No todas las partículas son afectadas: tenemos **hadrones** o **leptones**.
- A orden más bajo, es un **potencial central atractivo**



- Es aproximadamente central, aunque tiene una parte no central, como cuando vimos el momento cuadrupolar.
- Depende fuertemente del espín (lo vimos con las dispersiones). Nos dan resultados completamente diferentes si los espines eran paralelos o antiparalelos.
- Tiene simetría de “carga”, y es casi independiente de la “carga”. A la interacción le es igual si estamos tratando con un protón o un neutrón: las interacciones pp y nn son iguales ( y las diferencias con la interacción pn no se pueden explicar con la interacción electromagnética).
- Se observan propiedades de **interacción de intercambio** (interacción a través de una partícula, que transmite información, y produce cambios en la partícula que la recibe, como un fotón). ¿De donde se obtiene este dato? Del tipo de choques np. Si son dos protones o neutrones no podríamos diferenciar una colisión suave de una colisión directa. A energías altas la probabilidad entre ambas colisiones es igual, lo cual contradice el experimento de Rutherford y la intuición geométrica de la colisión. Esto se puede explicar con una partícula de intercambio que transfiera la carga de un protón a un neutrón, y haga que, desde nuestro punto de vista, la colisión vaya hacia atrás.

### 2.1.5. Potencial de Yukawa

Hideiki Yukawa propone un potencial de intercambio para describir las características observadas de la interacción de nucleones. La versión más sencilla de un potencial esférico con una partícula de intercambio de masa  $m$  tendría rango de  $R \approx \hbar/mc$  y sería:

$$V(r) = g \frac{e^{-r/R}}{r} \quad (2.1.5)$$

Con los datos experimentales predijo que esta partícula tendría una masa 200 veces mayor que la del electrón, y la llamo mesón. Tendría espín cero y tres versiones de carga (+,-,0).

Este potencial corresponde a la parte central, si se incluyen todas las características experimentales, tenemos una versión algo más compleja. También se define un core “core” para describir la parte repulsiva:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{g^2(m_\pi c^2)^3}{3(Mc^2)^2 \hbar^2} \left[ \underbrace{\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2}_{\text{Dependencia espín}} + S_{12} \left( 1 + \frac{3}{R} \right) + \frac{3R^2}{r^2} \right] \frac{e^{-r/R}}{r/R} \quad r \geq R_{\text{core}} \quad (2.1.6)$$

Intercambio de piones. En realidad el mecanismo de Yukawa no es una interacción fundamental sino que se puede describir como un efecto residual de la interacción de los quarks de los nucleones.



# 3

## Propiedades de los núcleos

En un sistema cuántico complejo con varios componentes. Es la parte más pesada de un átomo aunque sólo ocupa una pequeña fracción de su volumen. Está formado por A nucleones (Z protones y N neutrones).

$$(A, Z) \equiv {}^A X \equiv {}^A_Z X \equiv {}^A_Z X_N \quad (3.0.1)$$

Con

- **Isótopos:**
- **Isóstanos:**
- **Isocoros:**

La masa de un sistema compuesto es la suma de las masas de los componentes menos la energía que los mantiene unidos, la llamada **energía de ligadura**. En general, si el núcleo es estable, no existe ninguna combinación de sus componentes por separado que tenga una masa menor (si ese fuese el caso, el núcleo se desintegraría en esa combinación).

$$M({}^A X) = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - B_N \quad (3.0.2)$$

En la mayor parte de los casos, y de las tablas, la masa medida corresponde a la masa atómica:

$$M({}^A X) = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - B_N + Z m_e - \sum_i^Z B_i \quad (3.0.3)$$

donde:

- $B_i$  energía de ligadura del electrón  $i$ .
- $B_N$  energía de ligadura.

A menudo, podremos aproximar, teniendo en cuenta los valores típicos de cada componente.

Una forma habitual de expresar la masa atómica es el llamado **defecto de masa  $\Delta$** :

$$\Delta = (M(Z, A) - A \cdot u) \quad (3.0.4)$$

donde  $u = 931,49 \text{ MeV}/c^2$  es la **unidad de masa atómica**. Se define como la doceava parte de la masa de un átomo de carbono 12.

La energía de separación es la cantidad de energía que se necesita (o se obtiene) para separar un neutrón o protón de un núcleo.