Circuíto RLC en serie

Andrea Ferrer Muñiz

Marzo de 2023

${\rm \acute{I}ndice}$

1.	Introdución	2
	1.1. Obxectivos	2
	1.2. Fundamento teórico	2
2.	Montaxe e procedemento experimental	4
3.	Tratamento de datos	5
	3.1. Incertezas	5
	3.2. Parámetros do circuíto	7
	3.3. Obtención dos parámetros mediante regresión	7
	3.4. Discusión dos resultados e conclusión	13
4.	Bibliografía	14
5.	Anexo: Táboas de datos	15

1. Introdución

1.1. Obxectivos

O principal obxectivo desta práctica é obter experimentalmente a curva de impedancia dun circuíto resonante en serie en función da frecuencia. Ademais, a partir do módulo e o argumento da impedancia seremos quen de obter os seus parámetetros característicos, como son a frecuencia de resonancia (ω_0) , o factor de calidade (Q) ou o ancho de banda de paso (B) a través de diferentes métodos.

1.2. Fundamento teórico

Empregaremos o circuíto RLC como un mecanismo para estudar unha gran variedade de sucesos, prestando especial atención ao fenómeno da resonancia, similar aos que ocorren noutras ramas da física, como en mecánica.

Pode ser descrito a través da seguinte figura:

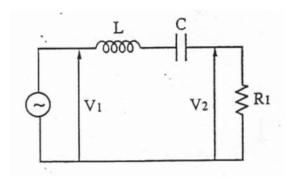


Figura 1: Esquema do circuíto obxecto de estudo, coa voltaxe de entrada V_1 e a de saída V_2

Neste circuíto podemos medir a voltaxe para un certo tempo como

$$V_1 = L\frac{dI}{dt} + R_1 I + \frac{Q}{C} \tag{1}$$

que é a ecuación diferencial que rexe o fenómeno de estudo. Se temos en conta que $I = \frac{dQ}{dt}$ e que, debido a que a nosa fonte é sinusoidal, $V(t) = V_o cos(\omega t)$, podemos escribir a ecuación anterior da seguinte maneira:

$$V_o cos(\omega t) = L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$
 (2)

que como podemos ver é unha expresión moi similar á do oscilador amortecido e forzado.

Resolvendo a ecuación diferencial, obtemos a seguinte expresión para a nosa intensidade I(t) que circula polo circuíto:

$$I(t) = \frac{iV_o}{\sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}} \cdot e^{i(\omega t - \delta)}$$
(3)

$$\delta = \arctan\left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right) \tag{4}$$

Tendo en conta as relacións de cada un dos elementos do circuíto coa intensidade:

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \qquad V_R = RI \qquad V_C = \frac{Q}{C} = -i \frac{1}{\omega C} I \qquad (5)$$

Agora introduciremos o concepto de impedancia. Trátase dunha medida da oposición que presenta un circuíto a unha intensidade de corrente cando se aplica unha tensión. Posto que temos tres elementos en serie (resistencia, bobina e condensador), a impedancia total será suma das impendancias de cada un destes elementos.

$$Z(\omega) = Z_R(R) + Z_C(C) + Z_L(L) = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$
(6)

Expresando este número complexo en forma de módulo-argumento, podemos obter o seguinte:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \longrightarrow |Z|^2 = \omega^2 L^2 + (R^2 - 2\frac{L}{C}) + \frac{1}{\omega^2 C^2}$$
 (7)

$$tan\phi = \omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC} \tag{8}$$

Se comparamos a nosa ecuación diferencial coa do oscilador amortecido, podemos definir a frecuencia de resonancia (ω_0) e o coeficiente de amortecemento (γ) como:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \qquad \gamma = \frac{R}{2L} \tag{9}$$

Definimos tamén outros dous parámetros característicos; o factor de calidade (Q) e o ancho de banda (B):

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$B = \frac{\omega_0}{2\pi Q}$$
 (10)

Por outra parte, tendo en conta as expresións anteriores partindo da ecuación 8, podemos escribir o argumento da impedancia desta outra forma:

$$tan\phi = \frac{\omega L - (1/\omega C)}{R} = \frac{\omega_0}{R} L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{CL\omega_0} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$
(11)

Sabendo que $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\Longrightarrow \phi = \arctan\left\{Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right\} \tag{12}$$

Por último, se seleccionamos como voltaxe de entrada (V_1) do noso circuíto aquela correspondente á frecuencia de resonancia, a fase da impedancia (ϕ) será nula. En virude deste feito, o módulo da impedancia pode expresarse da seguinte forma:

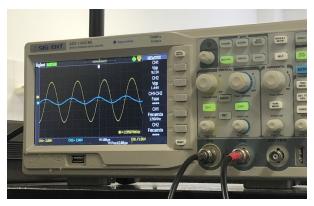
$$|Z| = \left| \frac{V_1}{V_2} \right| R_L \tag{13}$$

que resultará de especial utilidade no desenvolvemento desta memoria.

2. Montaxe e procedemento experimental

O dispositivo experimental da práctica consta do seguinte material: ¹

- Placa cun circuíto RLC (cunha resistencia ohmica, un condensador e unha bobina).
- Fonte de alimentación de corrente alterna
- Osciloscopio
- Polímetro
- Sondas para conectar o osciloscopio co circuíto



(a) Osciloscopio



(b) Placa do circuito

Figura 2: Principais elementos do dispositivo experimental

No laboratorio procederemos da seguinte maneira:

- 1. Medimos co polímetro a resitencia en corrente contínua da bobina (R_L) e a resistencia propia do circuíto (R_1) , considerando o condensador como unha capacidade pura. A resistencia total do circuíto en serie será a suma de ambas $R = R_L + R_1$. Anotamos os valores da capacidade do condensador (C) e da inductancia da bobina (L) inscritos na placa do circuíto.
- 2. Cos datos obtidos de R, L e C calcularase de forma teórica a frecuencia de resonancia (ω_0 e f_0), o ancho de banda de paso(B) e o factor de calidade (Q) segundo as seguintes ecuacións:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad B = \frac{R}{2\pi L} \qquad Q = \omega_0 \frac{L}{R} \qquad (14)$$

¹Fotografía b): Sara González, 2018

- 3. Conectamos a fonte de alimentación alterna e o circuíto RLC ás entradas verticais do osciloscopio mediante sondas e aplicamos un sinal sinusoidal. Indicamos a frecuencia de resonancia teórica na fonte e variamos o sinal ata atopar a frecuencia de resonancia experimental, na cal V_2 ten un máximo e o desfase entre a entrada (V_1) e a saída (V_2) é cero.
- 4. Buscamos o ancho de banda experimental, que se corresponde coa diferenza entre as frecuencias que teñen un desfase de 45º (frecuencias de corte):

$$B = f_2 - f_1 (15)$$

5. Iremos variando a frecuencia e tomando medidas da amplitude pico a pico (entre o máximo e o mínimo) de V_1 e V_2 e do desfase entre ambas (ϕ) .

3. Tratamento de datos

Cos datos tomados no laboratorio (Anexo) procederemos ao seu tratamento, representación e discusión co obxectivo de estudar visual e matematicamente o concepto de impendancia e obter os parámetros característicos do circuíto.

3.1. Incertezas

- Para as medidas das **resistencias** tomadas co polímetro consideraremos como incerteza a precisión especificada polo fabricante no manual. 2
 - $s(R_1)=(0,8\%+1 \text{ díxitos }) \Omega$
 - $s(R_L) = (0, 8\% + 4 \text{ díxitos}) \Omega$
- En canto ás medidas teóricas da **inductancia** e a **capacidade**, tomaremos a tolerancia proporcionada polo fabricante, que se expresa en porcentaxes.
 - s(C) = S(L) = 5%

Leremos a frecuencia f, o defase ϕ e as voltaxes de entrada e saída $(V_1 \to V_2)$ na pantalla do osciloscopio. Para as súas incertezas tivemos en conta:

- Tomamos como incerteza da **frecuencia** a resolución amosada en pantalla.
 - $s(f) = 0.01 \, kHz = 10 \, Hz$

Cabe sinalar que naqueles datos próximos aos extremos das medidas (cercanos a 90 º de desfase), nos que os valores variaban máis, consideramos unha incerteza maior, tal e como se amosa nas táboas do Anexo.

- A **voltaxe** móstrase cunha resolución de 0,01 V, pero obxervamos unha lixeira variación nos valores, polo que consideraremos:

 $^{^2}$ Non dispoñiamos do manual do noso polímetro, pero buscamos en Google un modelo que consideramos parecido (MANUAL DE INSTRUCCIONES IDM93N MULTÍMETRO DIGITAL)

Ao igual que para as frecuencias, aumentaremos este valor naquelas medidas nas que o consideraremos preciso.

- Polo que respecta aos **desfases**, é necesario comprender como se mide para entender cal é a incerteza asignada. No osciloscopio lemos un desfase que se pode expresar da seguinte maneira:

$$\phi = -2\pi f a \tag{16}$$

sendo a a diferenza de tempos entre os dous sinais, que podemos obter tendo as medidas de f e ϕ . A incerteza de a virá dada pola escala de tempos (t), indicada na pantalla, calculándose da seguinte forma:

$$s(a) = t \cdot N/1000 \tag{17}$$

sendo N o número de cuadrículas nos que está dividida a pantalla.

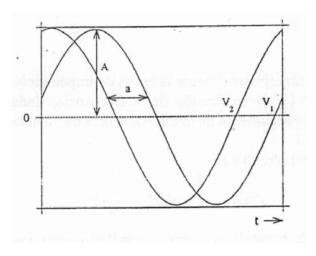


Figura 3: Representación da forma de medir o desfase no osciloscopio

Deste xeito, a incerteza do desfase será:

$$s(\phi) = \sqrt{(2\pi a)^2 s^2(f) + (2\pi f)^2 s^2(a)}$$
(18)

Non obstante, hai que ter en conta que no laboratrio as medidas oscilaban bastante, polo que consideraremos ese rango de variación para cada medida como a nosa incerteza final, sendo a determinada pola escala temporal despreciable fronte a esta.

Finalmente, as medidas indirectas levarán asociada unha incerteza que se calculará mediante propagación segundo a ecuación xenérica:

$$s(y) = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 s^2(x_i)} \tag{19}$$

3.2. Parámetros do circuíto

3.2.1. Teóricos

Como se indicou na sección do procedemento experimental, antes de nada caracterizamos o noso circuíto medindo as resistencias (R_L e R_1), a capacidade do condensador (C) e da inductancia da bobina (L):

$$R_1 = (325 \pm 3) \Omega$$
 $R_L = (24.0 \pm 0.4) \Omega$ $R = R_L + R_1 = (349.0 \pm 3.0) \Omega$

onde s(R) se calculou por propagación.

$$C = (2.20 \pm 0.11) \cdot 10^{-8} F$$
 $L = (33.0 \pm 1.6) \cdot 10^{-3} H$

Agora, xa estamos en disposición de calcular teoricamente a frecuencia de resonancia, o ancho de banda e o factor de calidade tal e como explicamos previamente (ecuacións 14).

As incertezas obtéñense da ecuación 19.

Os resultados obtidos son:

$$\omega_0 = (37110 \pm 730) \, rad/s$$
 $f_0 = (5910 \pm 120) \, Hz$

$$Q = 3.51 \pm 0.14$$
 $B = (1680 \pm 69) Hz$

3.2.2. Experimentais

Coa frecuencia de resonancia e o ancho de banda obtidos experimentalmente tal e como se detallou no procedemento, podemos calcular de novo os parámetros anteriores.

$$f_0 = (5849 \pm 10) Hz$$
 $B = (1810 \pm 69) Hz$

$$\omega_0 = (36693 \pm 63) \, rad/s$$
 $Q = 3.47 \pm 0.10$

3.3. Obtención dos parámetros mediante regresión

3.3.1. Regresión $|Z|^2$ fronte á frecuencia

Cos datos tomados no laboratorio, poderemos obter os valores experimentais do módulo da impedancia |Z| facendo uso da ecuación 13. Representaremos $|Z|^2$ fronte a ω^2 e axustaremos á ecuación

$$|Z|^2 = \frac{a_0}{\omega^2} + a_1 + a_2 \omega^2 \tag{20}$$

O axuste devolveranos os valores dos coeficientes a_0 , a_1 e b_2 . Por pura comparación,

$$a_0 = \frac{1}{C^2} \qquad a_1 = R^2 - \frac{2L}{C} \qquad a_2 = L^2 \tag{21}$$

Polo tanto:

$$C = \frac{1}{\sqrt{a_0}} \qquad \qquad L = \sqrt{a_2} \qquad \qquad R = \sqrt{a_1 + \frac{2L}{C}} \tag{22}$$

Deste xeito poderemos volver obter os parámetros carcaterísticos do circuíto segundo o que se indica nas expresións (14).

Cómpre salientar que na representación gráfica non están incluídos aqueles puntos que se afastaban moito dos demais, xa que dese xeito non podiamos apreciar a gráfica nunha escala adecuada. Dada a cantidade de puntos experimentais tomados, esta selección non implica unha perda de información; ao contrario, permítenos visualizar cunha maior claridade os resultados.

A continuación presentamos as gráficas dos axustes xuntos cos resultados dos coeficientes, así como os parámetros calculados a partir deles segundo as relacións mencionadas. Todas as incertezas foron obtidas por propagación.

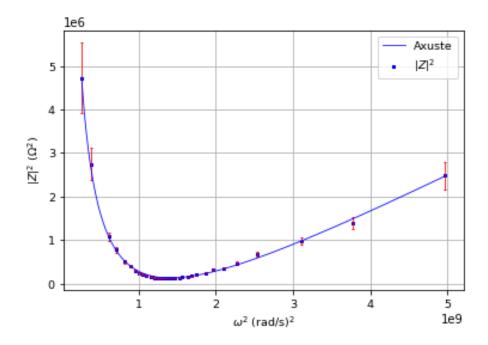


Figura 4: $|Z|^2$ fronte a ω^2

a_0	a_1	a_2
$(1,8291 \pm 0,0098) \cdot 10^{15}$	$(-2,476 \pm 0,018) \cdot 10^6$	$(9,189 \pm 0,071) \cdot 10^{-4}$

Táboa 1: Coeficientes da regresión

C (F)	L (H)	$R(\Omega)$
$(2,342 \pm 0,033) \cdot 10^{-8}$	(0.03031 ± 0.00042)	(354 ± 68)

$\omega_0 \; ({ m rad/s})$	Q	B (Hz)
37560 ± 350	3.21 ± 0.25	1860 ± 230

Táboa 2: Parámetros do circuíto obtidos a partir dos coefcientes do axuste

As comparacións en profundidade farémolas no apartado de discusión de resultados; con todo, cabe salientar aquí que os valores obtidos son perfectamente concordantes tanto cos teóricos, calculados a partir dos elementos do circuíto, como dos experimentais, ambos indicados na subsección anterior, especialmente se os consideramos dentro das súas incertezas, bastante elevadas no caso dos parámetros obtidos mediante o axuste.

3.3.2. Representación de $|Z|^{-1}$ fronte á frecuencia

A continuación, representaremos $|Z|^{-1}$ fronte á frecuencia ω . Na gráfica aparecerán os puntos experimentais, calculados a partir da ecuación 13, e a curva teórica

$$|Z|^{-1} = \frac{1}{\sqrt{a_0 \frac{1}{\omega^2} + a_1 + a_2 \omega^2}}$$
 (23)

onde usaremos os coeficientes a_0 , a_1 e a_2 obtidos no apartado anterior para calcular $|Z|^2$ para cada valor de ω .

Deste xeito poderemos comprobar visualmente a concordancia entre ambas representacións.

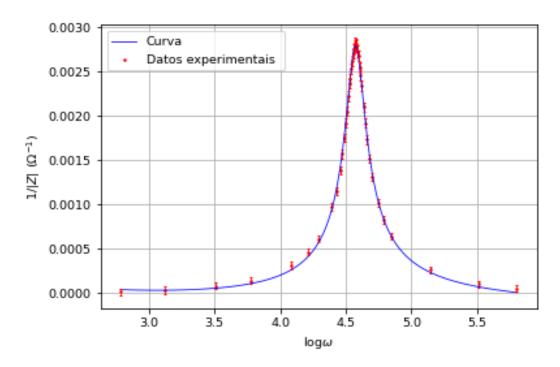


Figura 5: 1/|Z| fronte a $\log(\omega)$

Neste caso usamos escala semi-logarítmica (en base 10) para unha mellor visualización, posto que representando directamente respecto a ω o afastamento dos últimos datos (con valores moi altos

en comparación dos demais) provocaba unha escala pouco adecuada para a correcta interpretación da gráfica.

3.3.3. Axuste de $tan\phi$ fronte a ω

Neste apartado da práctica trataremos de obter ω e Q dunha forma distinta. Realizaremos unha regresión non-lineal, esta vez de $tan\phi$ fronte a ω , axustando á función:

$$tan\phi = b_0 \frac{1}{\omega} + b_1 \omega \tag{24}$$

Do axuste obtemos b_0 e b_1 , que se corresponden coas seguintes expresións:

$$b_0 = \frac{-1}{RC} \qquad b_1 = \frac{L}{R} \tag{25}$$

Establecendo relacións entre ambas e tendo en contas as expresións establecidas previamente (14), chegamos a

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{-b_1}{b_0}}} \qquad Q = \omega_0 \frac{L}{R} = \omega_0 b_1 \tag{26}$$

Preséntase de seguido a gráfica da regresión xunto cos coeficientes obtidos.

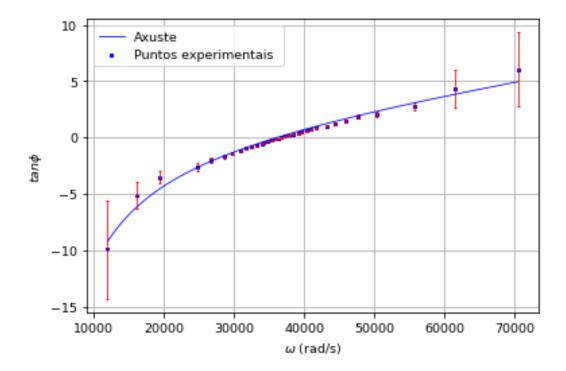


Figura 6: $tan(\phi)$ fronte a ω

Comentar que se deixaron fóra da representación os datos correspondentes cos extremos -exactamente os mesmos que na regresión primeira- polo mesmo motivo que o indicado nese apartado.

E en escala semi-logarítmica:

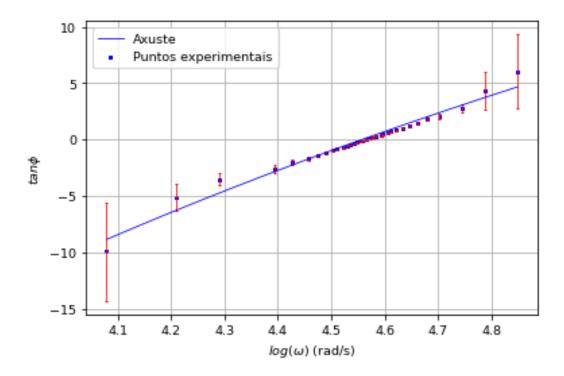


Figura 7: $tan(\phi)$ fronte a $log\omega$

b_0	b_1	$s(b_0)$	$s(b_1)$
$-128.1 \cdot 10^3$	$92.1 \cdot 10^{-6}$	$3.2 \cdot 10^3$	$2.7 \cdot 10^{-6}$

Táboa 3: Resultados do axuste de $tan(\phi)$ fronte a ω

Finalmente, calculamos ω_0 , $Q \in B$:

$\omega_0 \; \mathrm{rad/s}$	Q	B (Hz)	
37300 ± 95	3.437 ± 0.089	1720 ± 250	

Táboa 4: Parámetros do circuíto a partir dos parámetros b_0 e b_1

3.3.4. Representación de ϕ fronte á frecuencia

Utilizando como parámetros para a expresión 24 os obtidos na regresión anterior, representaremos os datos experimentais de ϕ fronte a $log\omega$, para comprobar se os datos obtidos na regresión se axustan fielmente aos datos tomados no laboratorio.

A curva, por simple definición da arctan, vén dada pola ecuación:

$$\phi = \arctan(b_0 \frac{1}{\omega} + b_1 \omega) \tag{27}$$

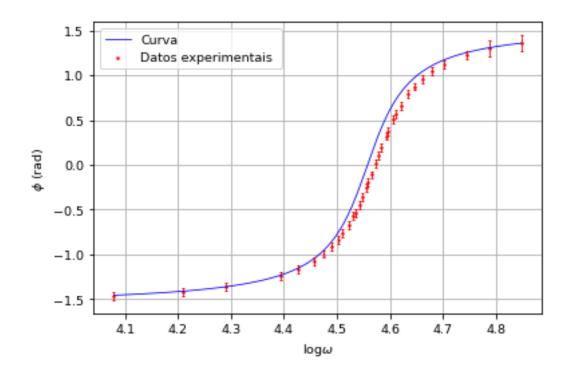


Figura 8: ϕ fronte a $log\omega$

Neste caso, vemos que o axuste non é o idóneo, posto que aínda tendo en conta as incertezas os puntos experimentais quedan bastante por debaixo da curva. Probablemente isto se solucionase se tivésemos considerado unhas incertezas maiores para os valores centrais da curva. Non obstante, cómpre recordar que nos guiamos en todo momento polas oscilacións dos valores nos desfases. Quizais o erro poida estar tamén en que se producían variacións máis grandes das que a nós nos pareceu detectar.

3.3.5. Representación de $tan(\phi)$ fronte á frecuencia para os datos teóricos

A modo comparativo, resulta interesante representar agora $tan\phi$ fronte a $log\omega$ utilizando, por un lado, os puntos experimentais, e por outro, a curva determinada pola ecuación 24, onde, neste caso, os puntos de $tan\phi$ correspondententes a cada frecuencia calcularanse substituíndo na ecuación os valores de b_0 e b_1 obitdos partir dos datos de R, L e C medidos no circuíto (téoricos).

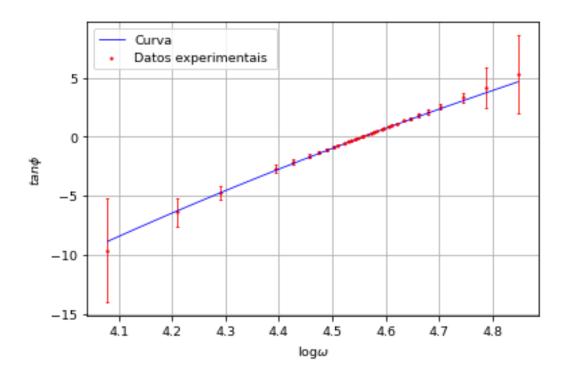


Figura 9: $tan(\phi)$ fronte a $log(\omega)$ -datos teóricos e experimentais-

Efectivamente vemos que ambas series de valores coiciden, especialmente tendo en conta o rango das incertezas.

3.4. Discusión dos resultados e conclusión

Para rematar, compararemos os resultados obtidos para os parámetros do circuíto ao longo da práctica:

	$R(\Omega)$	L (H)	C (F)
Teóricos	$349,0 \pm 3,0$	$(33.0 \pm 1.6) \cdot 10^{-3}$	$(2,20\pm0,11)\cdot10^{-8}$
Experimentais			
Regresión 1	354 ± 68	$(30,30 \pm 0,42) \cdot 10^{-3}$	$(2,342 \pm 0.033) \cdot 10^{-8}$
Regresión 2			

	$\omega_0 \; ({ m rad/s})$	Q	B (Hz)
Teóricos	37110 ± 730	$3,51 \pm 0,14$	1680 ± 120
Experimentais	36693 ± 63	$3,47 \pm 0,10$	1810 ± 14
Regresión 1	37560 ± 350	$3,21 \pm 0,25$	1860 ± 230
Regresión 2	37300 ± 95	$3,437 \pm 0,089$	1720 ± 250

Táboa 5: Comparación dos resultados obtidos en cada apartado

Podemos ver que os valores da resistencia obtidos de forma teórica e a partir da regresión de $|Z|^2$ fronte a ω^2 defiren bastante no seu valor, aínda que son coherentes dentro das súas incertezas. En canto aos valores de C e de L, son bastante próximos entre si, aínda que a súa incerteza é moi pequena como para recoller a diferenza presente.

No relativo á frecuencia de resonancia, os datos en xeral concordan, sendo o obtido experimentalmente o que máis se afasta dos demais.

No caso do factor de calidade, os resultados son moi próximos. Podería chamar a atención o correspondente á primeira regresión; pero se temos en conta a súa incerteza, maior que as dos outros, vemos que o dato non é tan discordante como nos podería parecer nun primeiro momento.

Finalmente, os resultados son tamén satisfactorios para o ancho de banda: aínda que notamos unha diferenza significativa á baixa para o valor teórico, enseguida nos damos conta de que está recollida polo intervalo de incerteza.

Por outra banda, recompilando a información proporcionada polas representacións gráficas, puidemos observar que se axustaban de maneira aceptable os datos experimentais cos calculados a partir dos diferentes métodos, o cal non fai máis que confirmar a fiabilidade dos nosos axustes e parámetros obtidos.

Concluímos así que a toma de datos nos proporcionou uns resultados fiables. As pequenas discrepancias presentes son perfectamente esperables tendo en conta os erros experimentais que se poden dar ao longo da práctica, e a factores intrínsicos igualmente influíntes como pode ser o desgaste dos materiais utilizados co paso do tempo.

Por tanto, ao longo desta memoria obtidemos, mediante razoamentos teóricos e procedementos experimentais, os parámetros característicos dun circuíto RLC, polo que damos por finalizada a análise, unha vez acadados todos os obxectivos marcados, cuns resultados en xeral satisfactorios e abalados pola fiabilidade das curvas de axuste.

4. Bibliografía

- López Rodríguez, V.. Prácticas de electricidad. Simancas Ed UNED (1981). Capítulo 5, páx. 59.
- Burbano, S.: Buebano, E.; García, C. Física General Mira Editores, Zaragoza Capítulo XL, páx. 635.

5. Anexo: Táboas de datos

Vpp1 (V)	s(Vpp1) (V)	Vpp2 (V)	s(Vpp2) (V)	f (Hz)	s(f) (Hz)	w (rad/s)	s(w) (rad/s)
6.80	0.10	6.20	0.10	5840	10	36694	63
6.80	0.10	6.20	0.10	5950	10	37385	63
6.80	0.10	6.10	0.10	6030	10	37888	63
6.80	0.10	6.00	0.10	6110	10	38390	63
6.90	0.10	6.00	0.10	6230	10	39144	63
7.00	0.10	5.80	0.10	6290	10	39521	63
7.00	0.10	5.60	0.10	6430	10	40401	63
7.10	0.10	5.50	0.10	6520	10	40966	63
7.20	0.10	5.20	0.10	6640	10	41720	63
7.20	0.10	4.80	0.10	6870	10	43165	63
7.40	0.10	4.30	0.10	7060	10	44359	63
7.40	0.10	4.00	0.10	7300	10	45867	63
7.40	0.10	3.50	0.10	7600	10	47752	63
7.60	0.10	3.00	0.10	8020	10	50391	63
7.60	0.10	2.50	0.10	8870	10	55732	63
7.70	0.10	2.10	0.10	9780	10	61450	63
7.80	0.10	1.60	0.10	11220	10	70497	63
7.80	0.20	0.60	0.30	21970	10	138040	120
7.80	0.30	0.20	0.40	51760	10	325220	120
7.90	0.30	0.10	0.40	101100	10	635230	120
6.90	0.10	6.20	0.10	5770	10	36254	63
6.80	0.10	6.20	0.20	5720	10	35940	63
7.00	0.10	6.10	0.10	5620	10	35312	63
7.00	0.10	6.00	0.10	5540	10	34809	63
7.00	0.10	5.70	0.10	5440	10	34181	63
7.00	0.10	5.60	0.10	5410	10	33992	63
7.20	0.10	5.30	0.10	5290	10	33238	63
7.20	0.10	5.00	0.10	5160	10	32421	63
7.30	0.10	4.70	0.10	5060	10	31793	63
7.40	0.10	4.40	0.10	4920	10	30913	63
7.40	0.10	3.80	0.10	4750	10	29845	63
7.50	0.10	3.50	0.10	4550	10	28588	63
7.70	0.10	2.80	0.10	4240	10	26641	63
7.70	0.10	2.40	0.10	3950	10	24819	63
7.80	0.10	1.50	0.10	3100	10	19478	63
7.80	0.10	1.20	0.20	2580	10	16211	63
7.80	0.20	0.80	0.20	1910	10	12001	63
7.80	0.30	0.40	0.30	950	10	5970	120
7.80	0.30	0.20	0.40	510	10	3200	120
7.80	0.30	0.10	0.40	210	10	1320	120
8.10	0.30	0.10	0.40	97	10	610	120

Táboa 6: Datos de voltaxes e frecuencias tomados no laboratorio

Os datos correspondentes ás frecuencias marcadas en vermello son aqueles que, como comentabamos nos apartados correspondentes, non se empregaron nas representacións gráficas das regresións.

$\phi(^{0})$	$s(\phi)(\underline{0})$	ϕ (rad)	$s(\phi)$ (rad)	$tan\phi$	$s(tan\phi)$
0	3	0.00	0.05	0.000	0.052
6	3	0.10	0.05	0.098	0.053
11	3	0.18	0.05	0.186	0.054
15	3	0.27	0.05	0.275	0.056
20	3	0.35	0.05	0.360	0.059
25	3	0.44	0.05	0.472	0.064
31	3	0.55	0.05	0.608	0.072
35	3	0.61	0.05	0.706	0.078
39	3	0.69	0.05	0.820	0.088
45	3	0.79	0.05	1.02	0.11
50	3	0.88	0.05	1.22	0.13
55	3	0.96	0.05	1.43	0.16
61	3	1.07	0.05	1.84	0.23
64	3	1.13	0.05	2.10	0.28
70	3	1.23	0.05	2.78	0.46
77	5	1.34	0.09	4.3	1.7
80	5	1.41	0.09	6.0	3.3
87	5	1.52	0.09	19	30
89	5	1.56	0.09	73	470
93	10	1.62	0.17	-19	61
354	3	6.20	0.05	-0.09	0.05
351	3	6.13	0.05	-0.15	0.05
346	3	6.05	0.05	-0.24	0.06
340	3	5.95	0.05	-0.35	0.06
335	3	5.86	0.05	-0.45	0.06
332	3	5.80	0.05	-0.52	0.07
324	3	5.66	0.05	-0.71	0.08
320	3	5.59	0.05	-0.82	0.09
315	3	5.52	0.05	-0.96	0.10
310	3	5.43	0.05	-1.16	0.12
305	3	5.34	0.05	-1.37	0.15
300	3	5.25	0.05	-1.69	0.20
295	3	5.16	0.05	-2.06	0.28
290	3	5.08	0.05	-2.62	0.41
285	3	4.99	0.05	-3.52	0.70
280	3	4.91	0.05	-5.1	1.4
275	3	4.81	0.05	-10.0	5.2
272	5	4.76	0.09	-22	42
268	5	4.69	0.09	53	245
261	5	4.56	0.09	6.5	3.7
101	10	1.76	0.17	-5.1	4.7

Táboa 7: Desfases e tanxentes do desfase a partir dos datos experimentais

$ Z (\Omega)$	$s(Z) (\Omega)$	$ Z ^2 (\Omega^2)$	$s(Z ^2)(\Omega^2)$
361.2	7.9	$130.5E{+03}$	$5.7E{+03}$
361.2	7.9	$130.5 \; \mathrm{E}{+03}$	$5.7E{+03}$
365.4	8.1	$133.55 \text{ E}{+}03$	$5.9E{+}03$
369.6	8.2	136.6 E + 03	$6.1E{+03}$
378.3	8.4	$143.1 \; \mathrm{E}{+03}$	$6.4E{+}03$
392.5	8.8	$154.0 \ \mathrm{E}{+03}$	$6.9E{+}03$
407.1	9.4	$165.7~\mathrm{E}{+03}$	$7.6E{+03}$
423.0	9.8	$179.0 \text{ E}{+03}$	$8.3E{+03}$
451.7	10.8	$204.1 \; \mathrm{E}{+03}$	$9.8E{+03}$
492.9	12.4	$24.3 \text{ E}{+04}$	$1.2E{+04}$
563.6	15.3	$31.7 \text{ E}{+04}$	$1.7E{+04}$
600.0	17.0	$36.0 \text{ E}{+04}$	$2.0\mathrm{E}{+04}$
686.9	21.7	$47.2 \text{ E}{+04}$	$3.0\mathrm{E}{+04}$
820.6	29.4	$67.3 \text{ E}{+}04$	$4.8E{+04}$
988.0	41.7	$97.6 \text{ E}{+04}$	$8.2E{+04}$
1182.9	58.3	$14.0 \ \mathrm{E}{+}05$	$1.4\mathrm{E}{+05}$
1576	100	$24.9 \text{ E}{+}05$	$3.2E{+}05$
3941	620	$15.5 \text{ E}{+}06$	$4.9E{+}06$
10200	4100	$10.4 \text{ E}{+}07$	$8.3\mathrm{E}{+07}$
21000	18000	$46.0 \text{ E}{+}08$	7.7E + 08
361.2	7.9	$130.5 \text{ E}{+03}$	$5.7\mathrm{E}{+03}$
356.0	7.9	$126.7~\mathrm{E}{+03}$	$5.6\mathrm{E}{+03}$
369.6	8.1	136.6 E + 03	$6.0\mathrm{E}{+03}$
374.5	8.3	140.3E + 03	$6.2E{+03}$
402.8	9.2	$162.3E{+}03$	$7.4\mathrm{E}{+03}$
407.8	9.4	$166.3E{+}03$	$7.7\mathrm{E}{+03}$
441	10	194.2E + 03	$9.2E{+03}$
473	12	$22.4E\!+\!04$	$1.1\mathrm{E}{+04}$
500	13	25.1E + 04	$1.3E{+04}$
547	15	$30.0 \mathrm{E} \! + \! 04$	$1.6\mathrm{E}{+04}$
638	19	$40.7E\!+\!04$	$2.4\mathrm{E}{+04}$
707	23	$50.1~\mathrm{E}{+04}$	$3.2E{+04}$
882	33	$77.8 \text{ E}{+04}$	$5.9E{+04}$
1044	46	$109.1E{+04}$	$9.6E{+04}$
1660	110	27.5E + 05	$3.7\mathrm{E}{+05}$
2170	190	47.3E + 05	$8.2E{+}05$
3230	420	$10.5 \text{ E}{+}06$	2.7E + 06
6500	1700	$4.2 \text{ E}{+}07$	2.1E+07
12000	5800	1.5E + 08	1.4E + 08
23000	21000	5.4E + 08	9.8E+08
39000	59000	$1.5 \text{ E}{+}09$	4.6E+09

Táboa 8: Datos do módulo da impedancia