

Propagación guiada das ondas electromagnéticas: guía de ondas e liña de transmisión

Unha *liña de transmisión* ou *guía de ondas* é un dispositivo con simetría de traslación nunha dirección $\hat{\mathbf{z}}$ que permite a propagación dun campo electromagnético nesta dirección, impedíndoa en dirección transversal¹. A forma práctica é unha destas:

1. Guías de ondas. Son tubos metálicos abertos polos extremos, normalmente baleiros, pero tamén poden conter un medio dieléctrico.
2. Liñas (cables) de dous ou máis condutores que se estenden paralelamente.
3. Guías dieléctricas (por exemplo, fibras ópticas) que confinan o campo por reflexión total na superficie que as limita.

Nestas dúas prácticas experimentaremos con liñas dos dous primeiros tipos.

O confinamento do campo dentro da guía é consecuencia das condicións de fronteira ou de contorno na superficie que as limita². Aquí daremos só os resultados que nos cómpren, deixando os cálculos detallados para a materia de Electrodinámica.

Introdución teórica

Unha onda electromagnética propágase *sen deformación* na dirección $\hat{\mathbf{z}}$ se

$$\mathbf{E}|_{z+\Delta z}(t) = \mathbf{E}|_z\left(t - \frac{\Delta z}{v}\right) \quad (1)$$

onde $\mathbf{E}|_z$ é o campo eléctrico nun plano de z fixo (pode depender das coordenadas transversais) e v é a velocidade de propagación. A mesma relación debe cumprir o campo magnético \mathbf{H} .

En xeral na propagación guiada isto é posible só con campos monocromáticos³ nos chamados *modos normais*. Sendo ω a frecuencia do campo, chamamos *constante de propiación guiada* dun modo á constante

$$\beta_z = \frac{\omega}{v_f}$$

onde v_f é a *velocidade de fase* nese modo, que representa a velocidade con que se moven ao longo da guía os puntos de fase constante. Nun modo normal⁴ a ecuación (1), expresada en notación complexa, queda como

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}|_{z=0} e^{-i\beta_z z} \quad (2)$$

Fóra da guía, no medio ilimitado, a constante de propagación é

$$\beta = \frac{\omega}{v}$$

¹A simetría de traslación implica que a sección transversal da liña sexa constante.

²Fisicamente, as cargas e correntes inducidas na superficie crean campos que anulan os da guía no exterior.

³Verase despois unha excepción.

⁴Abreviadamente, *modos*. Un modo normal vén dado por unha determinada configuración dos campos ($\mathbf{E}|_{z=0}$, $\mathbf{H}|_{z=0}$) que se propaga cunha velocidade de fase definida.

sendo $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ a velocidade de propagación libre no medio. En cada modo as dúas constantes cumpren a relación

$$\beta_z^2 = \beta^2 - \beta_c^2 \quad (3)$$

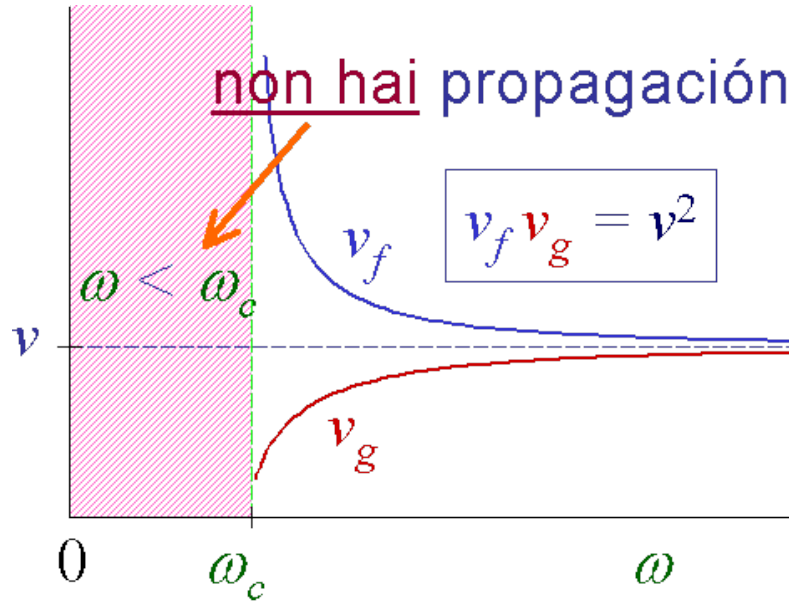


Fig. 1. Velocidades de fase e de grupo nunha guía de ondas.

Nesta ecuación $\beta_c = \frac{\omega_c}{v}$ é a *constante de corte*, determinada para cada modo pola sección transversal da guía⁵, e ω_c a *frecuencia de corte*. Como consecuencia a *longitude de onda* na guía

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_z} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r (f^2 - f_c^2)}} \quad (4)$$

e a velocidade de fase son *maiores* que no espazo libre. Unha guía de ondas é intrínsecamente dispersiva (fig. 1), independentemente das propiedades do medio.

Por (3) dedúcese que un campo de frecuencia menor que a de corte dun determinado modo non ten unha constante de propagación real na guía, e segundo (2) non se pode propagar nese modo. En vez diso entra na guía atenuándose ao longo dela en forma de *modo evanescente*.

Nos modos normais polo menos un dos campos (**E** ou **H**) non ten compoñente na dirección de propagación. Segundo cal sexa este campo, os modos poden ser de tipo transversal eléctrico (TE), transversal magnético (TM) ou simplemente transversais (TEM).

⁵O cálculo detallado verase na materia de Electrodinámica.

Guía de ondas rectangular

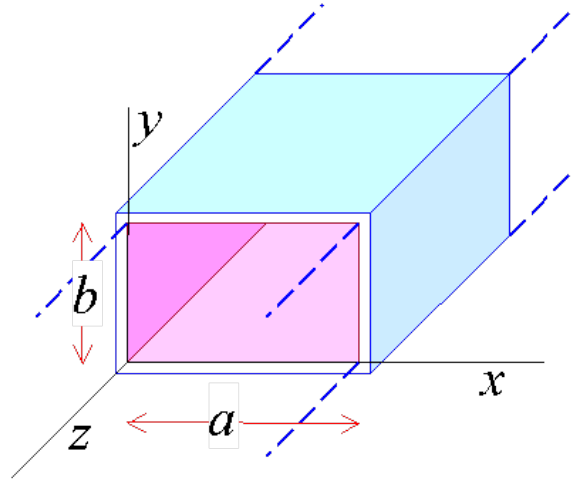


Fig. 2

Consiste nun tubo metálico de sección interior rectangular de lados a e b ($b < a$, fig. 2). Suporemos que o medio no seu interior é aire, con $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$. Os modos posibles denótanse TE_{mn} ou TM_{mn} ⁶. Nos modos TE as compoñentes transversais dos campos (que determinan o vector de Poynting \mathbf{S}) gardan a relación

$$\mathbf{E}^\pm = \mp \frac{\beta}{\beta_z} Z \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}^\pm \quad (5)$$

para modos que se propaguen pola guía nas direccións $\pm \hat{\mathbf{z}}$ respectivamente. $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ é a impedancia de propagación libre do medio que contén a guía (aire no noso caso) e $Z_{\text{TE}} = \frac{\beta}{\beta_z} Z$ a *impedancia de onda* do modo.

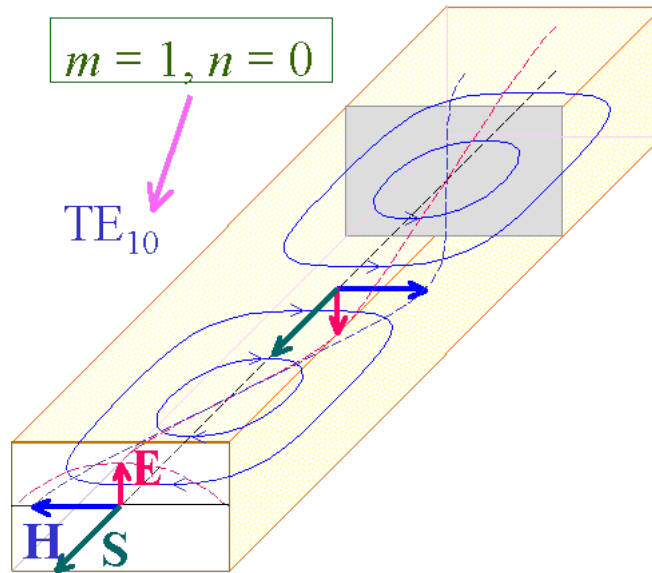


Fig. 3

⁶Transversais eléctricos ou transversais magnéticos. Nunha guía de ondas os campos poden ter compoñente non-nula na dirección de propagación,

O modo con frecuencia de corte máis baixa é o TE_{10} (fig. 3) e chámase *modo dominante*⁷, con constante de corte

$$\beta_c = \beta_{10} = \frac{\pi}{a} \quad (6)$$

Se na guía de ondas hai unha discontinuidade podería non existir solución de (5) cunha soa onda. O efecto é que aparece unha onda reflectida e/ou modos distintos do inicial⁸. Exemplos:

1. Curtocircuíto. Se a guía acaba nun plano bo conductor perpendicular a $\hat{\mathbf{z}}$, a onda reflíctese no mesmo modo con inversión de fase. A superposición das ondas incidente e reflectida forma *ondas estacionarias*.
2. Guía aberta. Neste caso unha parte da onda sae da guía como campo radiado e a outra refléxase e forma tamén ondas estacionarias.
3. Terminación adaptada. É unha terminación que impide a reflexión, disipando ou radiando a enerxía da onda. Por exemplo unha bucina coa dimensión a que aumente progresivamente, de maneira que as ondas reflectidas se cancelen pola súa diferenza de fase e na boca a impedancia de onda Z_{TE} se achegue á do espazo libre.
4. Adaptador de parafusos. Un conxunto de obstáculos que se introducen na guía, cunha lonxitude axustable, e permiten cancela-la onda reflectida.

Cable coaxial

Nunha liña de dous ou máis condutores son posibles tamén modos TEM, nos que os dous campos, eléctrico e magnético, son transversais. Nos modos TEM tense $\beta_c = 0$ e, como consecuencia, a velocidade de propagación é igual á de propagación libre $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, independentemente da frecuencia, e os campos gardan entre eles a mesma relación que nas ondas planas:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{Z} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E} \\ \mathbf{E} &= -Z \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H} \end{aligned} \quad (7)$$

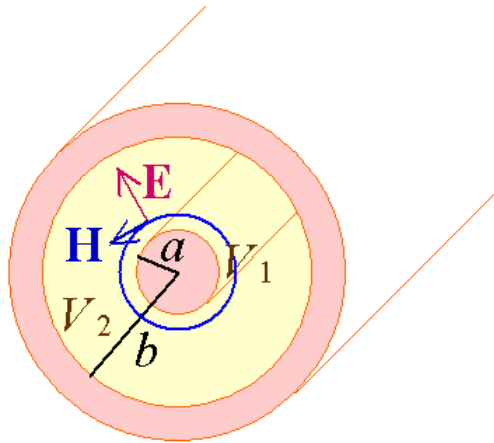


Fig. 4

⁷Debido a que entre a súa frecuencia de corte ω_{10} e a seguinte non se pode propagar ningún outro modo. A guía deséñanse normalmente de maneira que só se poida propagar o modo dominante.

⁸Que poden propagarse ou existir só localmente, dependendo da β_c dese modo.

Na liña de dous condutores (na fig. 4, o interior e o exterior) pódese defini-la intensidade $I(z, t)$ nun condutor e a diferenza de potencial $V(z, t)$ con respecto ao outro. Para unha onda progagándose a relación entre elas é constante e igual á impedancia característica

$$\frac{V^\pm}{I^\pm} = \pm Z_0 \quad (8)$$

O signo positivo aplícase á propagación na dirección de z positiva e o negativo no caso contrario.

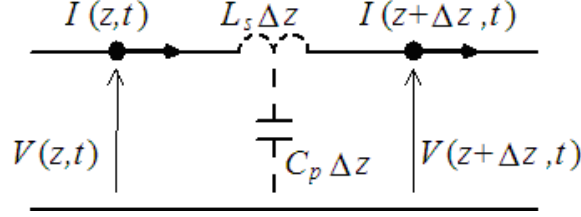


Fig. 5

A liña TEM admite un estudo alternativo usando a teoría de circuitos distribuídos (fig. 5). Se ten unha autoindución L_s e unha capacidade C_p distribuídas por unidade de lonxitude, a impedancia característica será⁹

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \quad (9)$$

Nas discontinuidades da impedancia característica da liña tamén se produce reflexión. Nesta práctica estudaremos-la reflexión nunha impedancia de carga Z_C conectada á terminación do cable. O coeficiente de reflexión será

$$r = \frac{V^-}{V^+} = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \quad (10)$$

Se $Z_C = Z_0$ non hai reflexión, e a carga absorbe toda a enerxía da onda incidente, como se a liña segue ata o infinito. Dise que a liña está *adaptada*.

⁹Os subíndices indican en serie e en paralelo, respectivamente. Nótese que, se no tempo de propagación V e I non varían apreciablemente, pódense considerar independentes de z e así falar dunha autoindución L , unha capacidade C e una resistencia R de toda a liña.

Realización das prácticas

PRÁCTICA 1: Guía de ondas

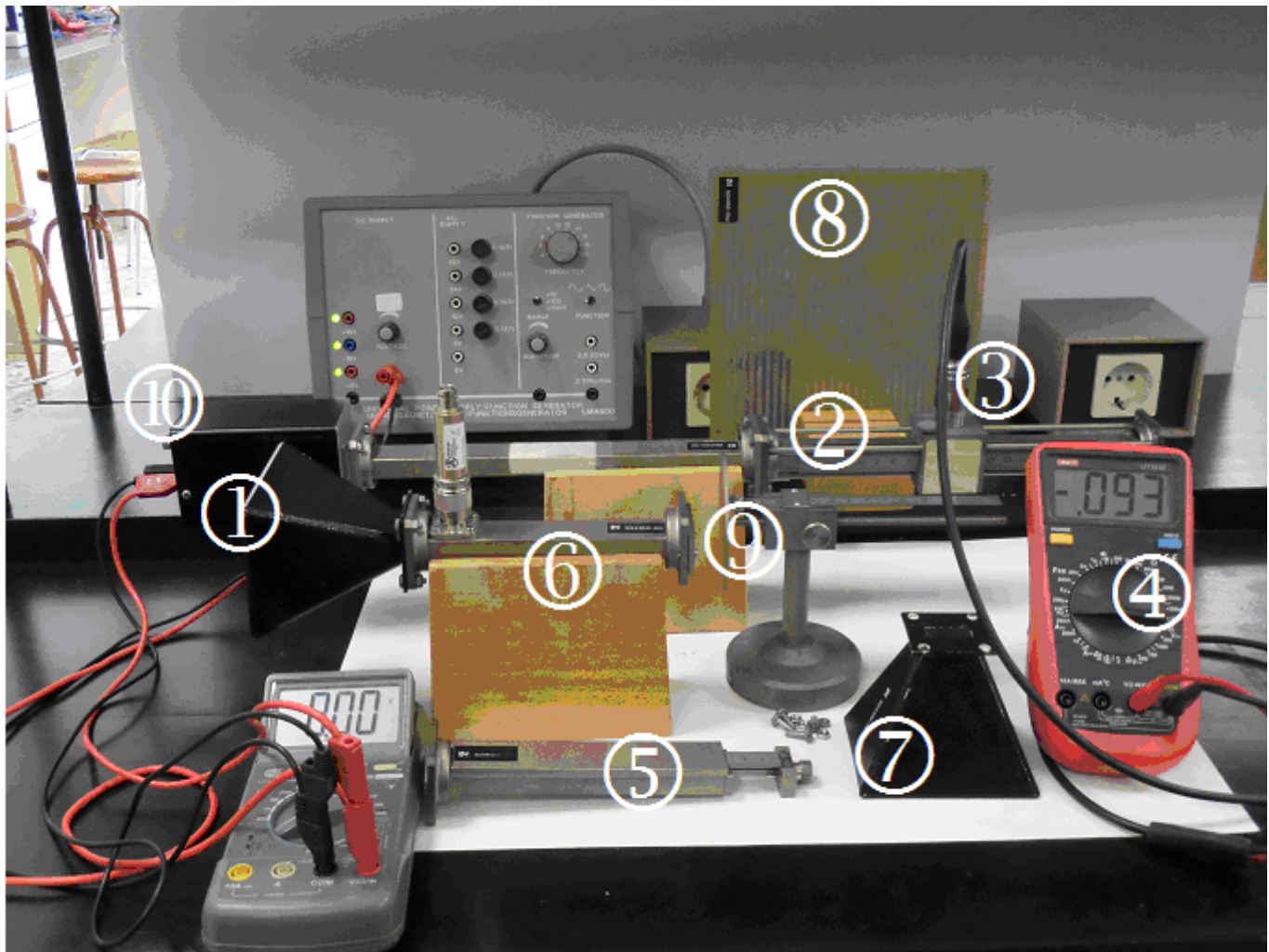


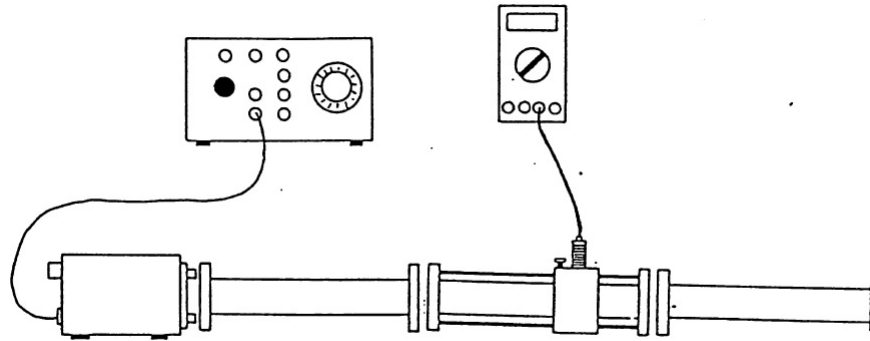
Fig. 6

O oscilador que xera o campo é un diodo Gunn montado nunha cavidade ① (fig. 6) que determina a frecuencia de oscilación ($f \simeq 10 \text{ GHz}$). O diodo aliméntase a 8.0 V cunha fonte de tensión. Un dos tramos de guía de ondas dispoñíbles ② leva unha abertura lonxitudinal no plano de simetría vertical. Neste plano o campo \mathbf{H} é transversal (fig. 3), logo a corrente $\mathbf{K} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} = \hat{\mathbf{y}} \times \mathbf{H}$ será lonxitudinal e a abertura non lle afectará, e polo tanto tampouco afectará aos campos. Na abertura introdúcese un detector ③ conectado a un polímetro ④ e montado nun carro que se move ao longo da guía sobre unha escala graduada. O detector converterá a amplitude do campo que se proxecta na liña da súa punta nun sinal de voltaxe, que mediremos co polímetro. A resposta do detector é cadrática, é dicir, dá unha tensión $V \propto E^2$, co cal o que se obtén cualitativamente é unha representación do valor absoluto do campo eléctrico da onda.

Dispónse tamén de terminacións en cortocircuíto ⑤, adaptada ⑥ (con diodo detector) e en bucina ⑦, unha lámina polarizadora ⑧ e unha placa reflectora ⑨.

Procedemento experimental (os datos e observacións que se vaian anotando serán os que farán parte do traballo a entregar, xunto cos cálculos e reflexións que correspondan)

1. *Configuración inicial.* Antes de alimenta-lo diodo Gunn da cavidade, axústese a tensión da fonte a 8.0 V. Acóplese, con 4 parafusos, o tramo de guía fendido, e engádase ao final a terminación en cortocircuíto ⑤ ($r = -1$). Axústese a altura do detector de maneira que a punta de detección quede a rentes do plano superior da guía.



2. *Ondas estacionarias.* O cortocircuíto establece un plano de reflexión total, e na guía aparecerán ondas estacionarias, con mínimos cada $\lambda_g/2$. O valor da tensión que se mida no detector ③, ao ir deslizando o carro ao longo da guía fendida ¹⁰, permitirá comprobar que existen ondas estacionarias. Anota as posicións e valores de voltaxe dos máximos e mínimos ao longo do percorrido do carro. Coas posicións calcularás (á hora de redacta-lo traballo a entregar) esa lonxitude de onda, usando a expresión (5). Que pasaría se a guía de onda estivese rechea dun material dieléctrico? Sabendo que a frecuencia de corte é 6.562 GHz, calcula a frecuencia da onda que pasa pola guía. Cos valores medios de máximos e mínimos, calcularase tamén a relación de ondas estacionarias

$$SWR = \sqrt{\frac{V_{\text{máx}}}{V_{\text{mín}}}} \quad (11)$$

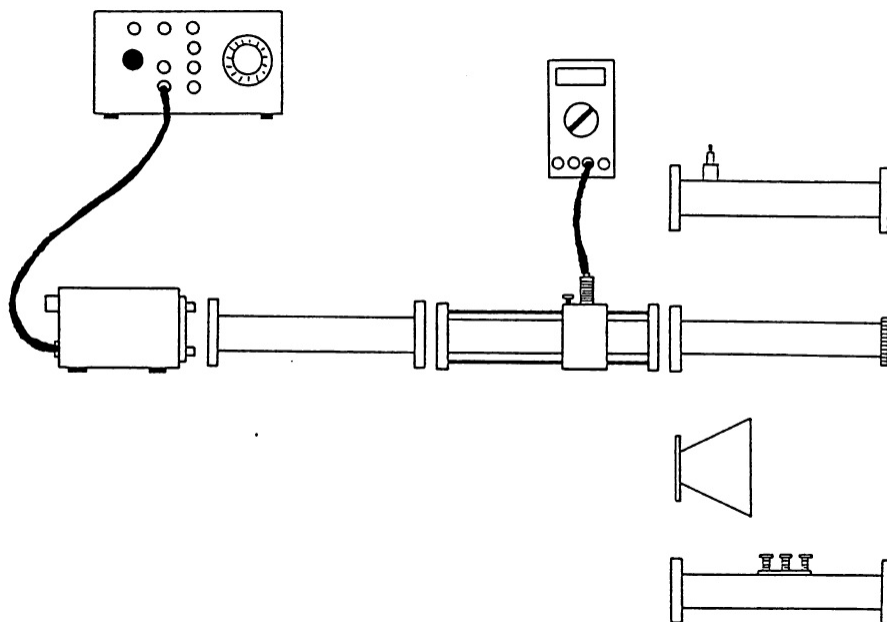
que permitirá ademais calcula-lo coeficiente de reflexión, tendo en conta que a $V_{\text{máx}}$ é causada pola suma dos campos eléctricos da onda incidente e a reflectida e a $V_{\text{mín}}$ é causada pola súa resta (o coeficiente de reflexión é simplemente o cociente entre o campo reflectido e o incidente) ¹¹.

3. *Reflexión na guía aberta.* Quítese agora a terminación de cortocircuíto. Seguirá habendo ondas estacionarias (por que?). Repítase o procedemento do punto 2. O coeficiente de reflexión neste caso permitirá ademais avalia-la eficiencia de radiación do sistema co extremo aberto, a través do cociente entre $V_{\text{mín}}$ e $V_{\text{máx}}$ (ao ser $V \propto E^2$, a voltaxe será pois proporcional á enerxía da onda).
4. *Distribución de voltaxe coa guía adaptada.* Acóplese a bucina ao extremo aberto da guía. Fáganse as mesmas medidas que no punto 2. Hai a mesma diferenza entre máximos e mínimos de antes? O sistema aumentou a súa eficiencia de radiación?

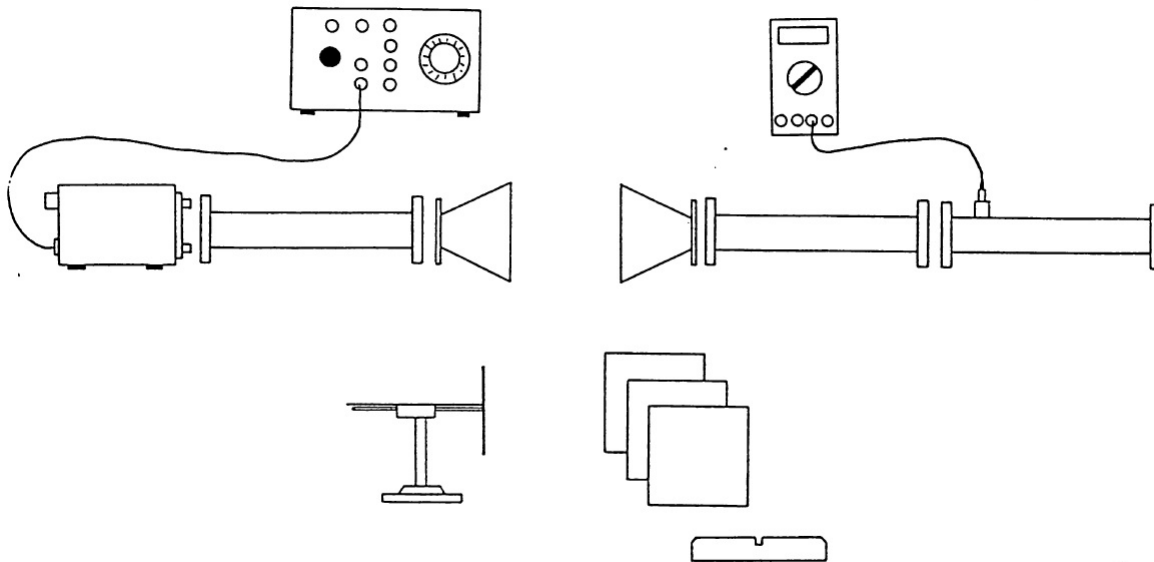
¹⁰Lémbrese que $V \propto E^2$.

¹¹A raíz cadrada vén da resposta cadrática do detector, ao ser $V \propto E^2$.

5. *Sintonizador de 3 parafusos.* Quítese a bucina e instállese no seu lugar o sintonizador de 3 parafusos. Intenta axusta-los parafusos de xeito que a distribución de voltaxe sexa o máis homoxénea posible. Anota a SWR da que partes e á que chegas observando de modo rápido un máximo e un mínimo contiguos.



6. *Frecuencia da onda.* Sitúese o disco reflector ⑨ fronte á bucina a uns 20 cm e córrase o carro do detector cara á zona dereita da fenda (para aproximalo á zona da bucina). Desprazando o reflector $\lambda/2$, o camiño percorrido pola onda reflectida antes de volver entrar pola bucina incrementárase unha lonxitude λ (olho, que agora é a lonxitude de onda *no espazo libre*) e polo tanto a súa fase será a mesma. É dicir, ao facer este desprazamento observaremos un patrón de máximos e mínimos. Médase a súa posición para 3 mínimos e 3 máximos de tensión seguidos e, con eles, obtéñase a lonxitude de onda no espazo libre.



7. *Medios con perdas.* Colóquese o receptor ⑥ coa bucina a unha distancia aproximada de 50 cm fronte ao extremo aberto, aliñado coa guía. Cámbiese o cable do polímetro para medi-la tensión no conector BNC dese receptor. Tantea un pouco movendo o receptor diante-atrás para localizar un máximo local, e anota ese valor. Interpoñendo placas de diferentes materiais (PVC, papel laminado e plexiglass) entre as bucinas o sinal recibido no receptor será menor. Este efecto débese ás perdas neses materiais e á reflexión da onda nas súas superficies. Anótese o valor recibido ao interpoñer cada un deses materiais (en cada caso, move un pouco o receptor adiante-atrás para atopar o máximo local de sinal). **NOTA IMPORTANTE:** a bucina é unha peza fráxil, que non se pode pousar nunha superficie horizontal, senón que se ten que apoiar nun soporte que lle evite o contacto con presión.
8. *Polarización da onda.* Interpóñase o polarizador tanto na posición co A cara arriba coma co B cara arriba, e anótense os valores recibidos en cada caso. Compróbase que a onda que sae da bucina ten polarización vertical ladeando o receptor 90° sobre o eixe lonxitudinal. A tensión no detector deberá baixar notablemente.
9. *Decaemento coa distancia.* Cuantifíquese o efecto que se produce ao abrir un oco entre emisor e receptor. Partindo da posición coas dúas bucinas bicándose (distancia 0), médanse os valores recibidos ás seguintes distancias.

a	0	1	2	5	10	20	30	40	50
U_D									

10. A 30 cm de distancia entre os bordes das bucinas, retírese a bucina de saída da guía, e anótese o novo valor medido. Quítese agora tamén a bucina do receptor, e repítanse as medidas do punto 9.

PRÁCTICA 2: Liña de transmisión - cable coaxial

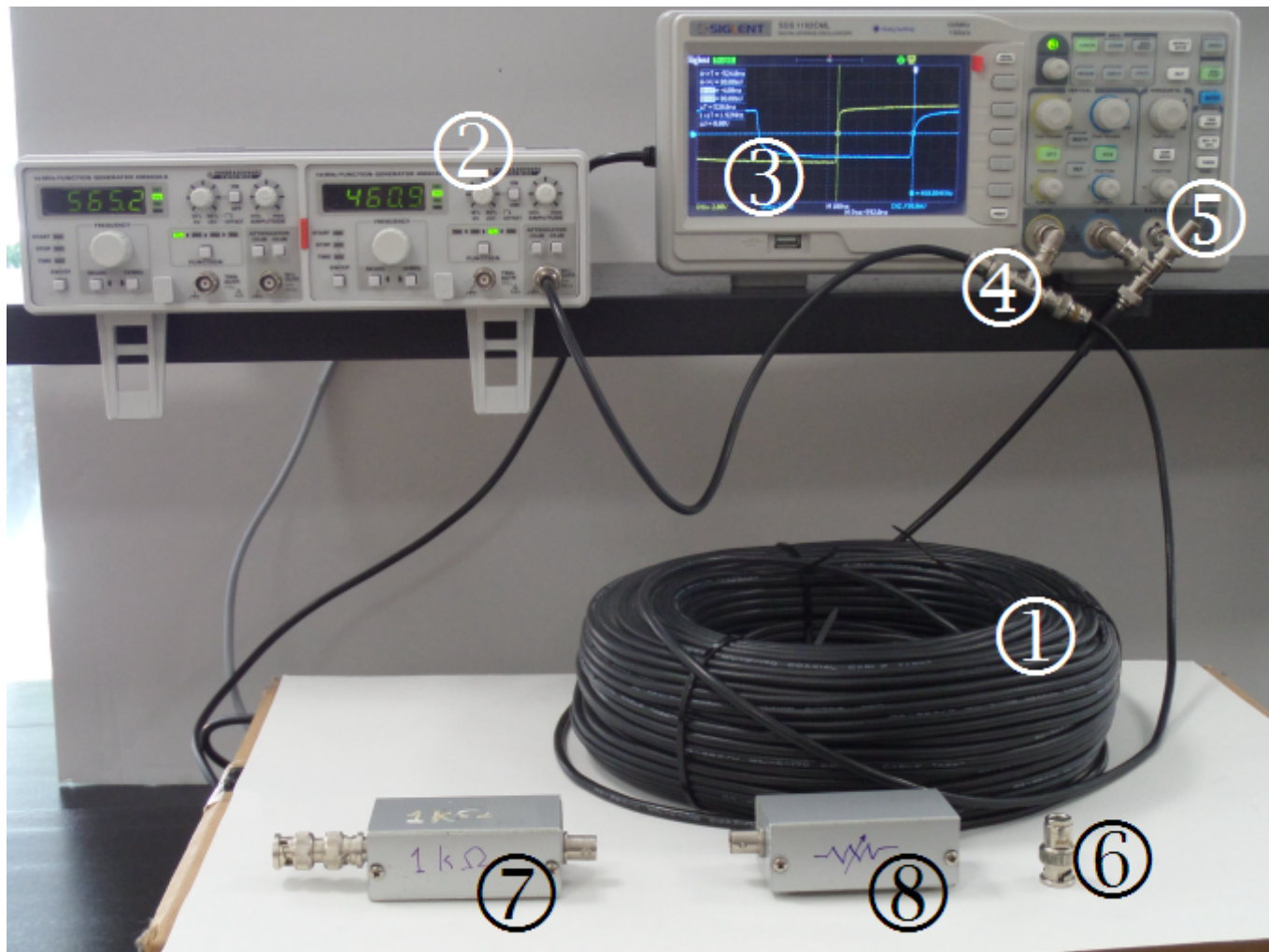


Fig.7

Estudaremos la propagación nun cable ① (fig. 7) de lonxitude $l \simeq 100$ m con impedancia característica nominal $Z_0 \simeq 50 \Omega$, en distintas condicións de carga (adaptada, en cortocircuíto e aberta). Dispónse dun xerador de funcións ② con impedancia de saída¹² de 50Ω , e dun osciloscopio dixital ③ de dúas canles, con posibilidade de medida por cursor.

¹²Impedancia do equivalente Thévenin do xenerador.

Procedemento experimental (os datos e observacións que se vaian anotando serán os que farán parte do traballo a entregar, xunto cos cálculos e reflexións que correspondan)

1. Conéctense dous adaptadores en T ④ ás entradas do osciloscopio e aos extremos da liña de 100 m (acabados en BNC machos) un en cada adaptador. Conéctese o xerador ao T da canle que se vaia considerar coma entrada. No da saída pónase a carga de $50\ \Omega$ ⑤.

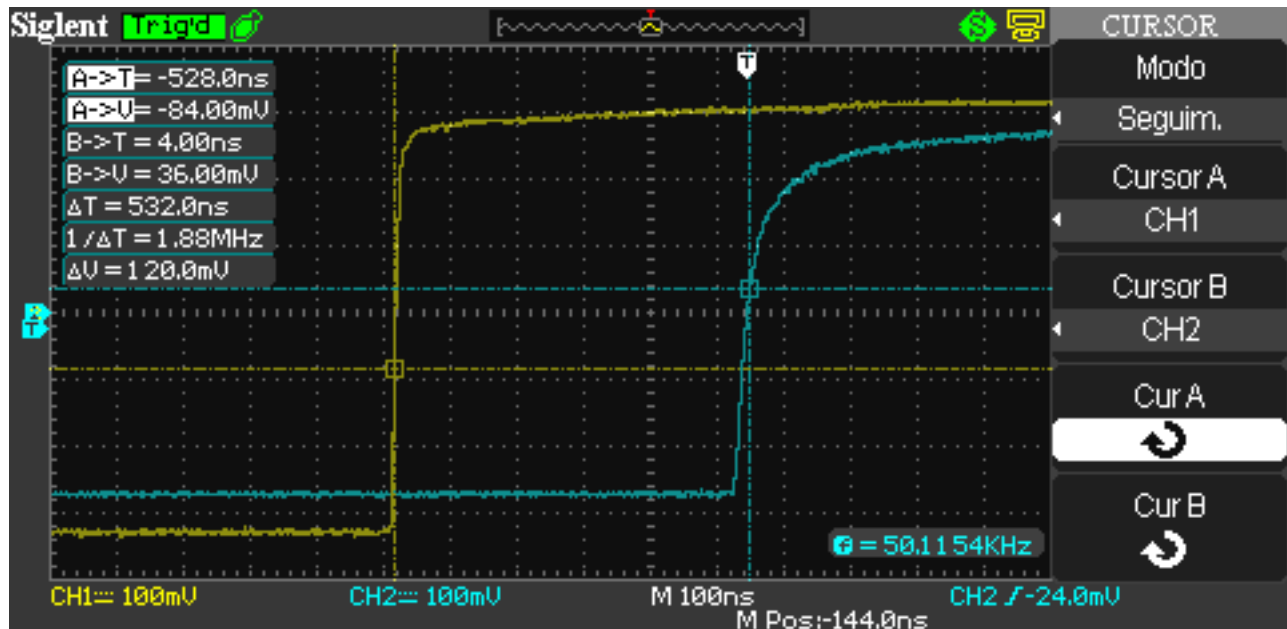


Fig. 8

2. *Tempo de propagación.* Selecciónese o sinal cadrado no xerador, con frecuencia de arredor de 100 kHz. Pola liña propagarase unha onda cadrada e un tempo de retardo t_p despois aparecerá na saída. Axústese adecuadamente o varrido horizontal no osciloscopio e médase este tempo (fig. 8). Auméntese esa frecuencia a discreción. Cambia moito ese tempo de retardo? Calcula a velocidade de propagación do sinal cos datos dos que dispós.
3. *Reflexión sen inversión.* Quítese a terminación e vólvase aos 100 kHz. Agora $Z_C \rightarrow \infty$, e segundo (10) $r \rightarrow 1$. Obseńvense os cambios na entrada e na saída. Médanse os tempos e os niveis de tensión dos impulsos. Axudará facer un debuxo ou unha impresión da pantalla (o osciloscopio permíteo se se dispón dunha memoria USB).
4. *Reflexión con inversión.* Conéctese o curtocircuíto ⑥ na saída (agora V_2 non nos interesa e podemos apaga-la canle correspondente do osciloscopio). Agora en $z = l$ a onda cadrada refléctese invertida ($r = -1$) e idealmente debería anula-la onda incidente. Na entrada aparecerá un impulso de duración $2t_p$ (o que tarda a onda en ir e volver), pero despois do impulso a tensión non é nula, porque a onda reflectida experimenta atenuación ao longo do cable. Médase coma no caso anterior.
5. Repite as observacións dos puntos 2, 3 e 4 con sinais triangulares e sinusoidais.
6. *Resonancias na liña.* Aplica agora un sinal sinusoidal á liña coa terminación en aberto. Varía a frecuencia dende 3 MHz ao mínimo valor que poidas ter nesa escala (algo máis de 400 kHz). Ao facelo, observarás que a amplitude de V_1 cambiará e presentará máximos e mínimos en función da

frecuencia. Por qué ocorre iso? Busca e anota en que frecuencias aparecen. Mide tamén a amplitude da voltaxe na entrada na liña. As frecuencias seguen algún patrón? Como se pode relacionar isto coa velocidade e o tempo de retardo que mediches no apartado 2? Que frecuencias se esperarían en base a ese tempo?

7. Pon agora o cortocircuíto ao final da liña. Repítase o apartado anterior. Hai algunha relación entre o observado agora e o do apartado anterior?
8. *Medida da atenuación da liña.* Supoñendo que a atenuación do cable teña como efecto un decaemento exponencial da voltaxe coa distancia $e^{-\alpha x}$ (α = coeficiente de atenuación, x = distancia) , coas medidas de amplitude dos puntos 6 e 7 fai unha táboa dos coeficientes de atenuación nas frecuencias nas que mediches
9. Colóquese ao final da liña o adaptador de 50Ω . Explórese a mesma banda de frecuencias de antes. Que ocorre agora con V_1 ? Presenta máximos e mínimos? Por que?
10. *Impedancia característica da liña.* Colóquese a resistencia variable ⑧ ao final do cable, e a entrada da liña directamente ao xerador, selecciónese sinal cadrado, nunha frecuencia da orde dos 200 kHz, cun adaptador en T que permita ver-lo sinal de entrada no osciloscopio. Axústese co destornillador pequeno o sinal de xeito que sexa cadrado, sen escalóns. Nese momento, retírese a resistencia variable e mídase o seu valor co polímetro, que será o de Z_0 .
11. *Autoindución da liña.* Colóquese entre o xerador e a entrada da liña unha resistencia de 100Ω , de xeito que se poidan medir as voltaxes antes e despois da resistencia, e ao final colóquese o cortocircuíto. Aplíquese un sinal sinusoidal dunha frecuencia duns 30 kHz. Médanse as amplitudes pico a pico dos dous sinais e o desfase entre eles. Con eses valores, calcularase a autoindución da liña, tanto a través das amplitudes como co desfase.
12. *Capacidade da liña.* Quítese o cortocircuíto (co cal o remate da liña quedará en aberto). Cámbiese a resistencia de 100Ω pola de $1 \text{ k}\Omega$ ⑦ . Repítase a mesma medida de antes. Con eses valores, calcularase a capacidade da liña, tanto a través das amplitudes como co desfase.
13. *Desadaptación da entrada.* Coa montaxe do punto anterior, aplíquese agora un sinal cadrado e observa que acontece a diferentes frecuencias e cando a saída está en a) circuíto aberto, b) en cortocircuíto, c) adaptada.