TFG: Detección semi-automática de nuevos pares de estrellas con movimiento propio común



Trabajo de Fin de Grado

David Antuña Rodríguez Daniel Gutiérrez Gertrúdix Javier Carrión García

Grado en Ingeniería Informática Facultad de Informática Universidad Complutense de Madrid

Curso 2017/2018

 $\label{eq:control_exp} Documento\ maquetado\ con\ TEX^IS\ v.1.0+.$

TFG: Detección semi-automática de nuevos pares de estrellas con movimiento propio común

Trabajo de Fin de Grado

Dirigida por el Doctor Rafael Caballero Roldán

Grado en Ingeniería Informática Facultad de Informática Universidad Complutense de Madrid

Curso 2017/2018

Agradecimientos

Queremos dar las gracias a nuestro director, Rafael Caballero, por el esfuerzo y la dedicación a este trabajo, y por habernos aguantado durante todo el año. Ha sido un placer haber tenido la oportunidad de trabajar no solo con un gran científico sino con una persona maravillosa.

Resumen

La detección de sistemas binarios tiene gran importancia en la astrofísica, pues permite, por ejemplo, calcular con precisión la distancia a la que se encuentran o descubrir nubes de materia oscura mediante la detección de cambios inesperados en las órbitas. Sin embargo, la mera ocurrencia de dos estrellas cercanas en el cielo no supone que se trate de un sistema binario, porque pueden verse así por efecto de la perspectiva. Para saber con seguridad que en efecto es un sistema binario habría que observar cómo giran una alrededor de la otra, pero esto a menudo no es posible al tratarse de órbitas que requieren decenas de miles de años. Un mecanismo indirecto para detectar nuevas estrellas binarias es descubrir dobles con un notable movimiento propio común. La idea es que es estadísticamente improbable encontrar parejas que se muevan muy rápido, y en la misma dirección y sentido.

Este trabajo pretende colaborar en la detección de estos pares con alto movimiento propio común como posibles "candidatas" a estrella binarias. Para ello utilizamos la superposición de imágenes tomadas por telescopios profesionales con una diferencia temporal cercana a los 50 años. La detección se realiza comprobando parejas cuya posición varía de forma significativa entre ambas imágenes. Para ello hemos realizado un programa que analiza de forma automática estas imágenes y sugiere posibles candidatas que deben ser corroboradas por el usuario. El sistema descarta el 97 % de las imágenes que no tienen estrellas dobles, y encuentra el 33 % de las imágenes que sí la tienen.

Índice

A٤	grade	ecimientos	\mathbf{V}
Re	sum	en	VII
1.	Intr	oducción	1
	1.1.	Estrellas dobles	1
	1.2.	Problema	2
	1.3.	Importancia	2
	1.4.	Estado del arte	2
	1.5.	Nuestra propuesta	3
2.	Intr	oduction	5
	2.1.	Double stars	5
	2.2.	Issue	6
	2.3.	Importance	6
	2.4.	State of the art	6
	2.5.	Our approach	6
3.	Estr	rellas dobles	7
	3.1.	Centroides	7
	3.2.	Coordenadas	7
	3.3.	Atributos	9
4.	\mathbf{Rec}	olección de datos	11
	4.1.	Aladin	11
	4.2.	Obtención de imagenes	11
	4.3.	WDS	12
	4.4.	Datasets	14
5 .	Wor	kflow	15
	5.1.	Introducción	15
	5.2.	Estructura	15

		_
X		Indice

	5.3. Etapas	16
	5.4. Uso	17
6.	Procesamiento	19
	3.1. Recoloreado	19
	3.2. Comprobación	20
	3.3. Contador de pixels	22
	3.4. Corte	23
7.	Detector	27
	7.1. Análisis	27
8.	Problemas	33
	3.1. Introducción	33
9.	Conclusiones	35
10.	Conclusions	37
11.	Aportaciones	39
	11.1. David	39
	11.2. Daniel	41
Bil	liografía	45

Índice de figuras

3.1.	Estrella ideal vs. Estrella real	8
3.2.	Vista cenital de la tierra, sobre el polo norte. Υ representa	
	el equinocio de primavera. Fuente: https://en.wikipedia.	_
	org/wiki/File:Hour_angle_still1.png	Ĝ
4.1.	Superposición de imagenes	12
4.2.	Diagrama de procesamiento para WDS	13
6.1.	Recoloreado usando la distancia Manhattan	20
6.2.	Recoloreado de la imagen 6.1a con un umbral de 150 $ \dots \dots$	21
6.3.	Imagen sin recortar	24
6.4.	Imágenes resultantes de la división	25
7.1.	Estrella binaria con movimiento veloz	28
7.2.	Estrella binaria cuyo movimiento no es tan apreciable debido	
	a su menor velocidad	29
7.3.	Estrella binaria con bajo movimiento propio	30
7.4.	A partir de la imagen recoloreada, figura 7.3, se obtienen dos	
	imágenes	30
7.5.	Representación de valores calculados	31
9.1.	Comparativa fotografía original y recoloreada	36
10 1	Comparative eniginal vs. recolored	20

Índice de Tablas

Introducción

RESUMEN: En primer lugar vamos a aclarar qué es una estrella doble y cuál es su utilidad para la comunidad científica. También plantearemos el problema que este trabajo pretende resolver.

1.1. Estrellas dobles

A lo largo de la historia los astrónomos se han ocupado de las características de los diferentes objetos que se encuentran en el espacio: estrellas, planetas, galaxias, etc. Entre estos objetos, desde antiguo han llamado la atención las estrellas dobles.

Un pionero en este campo fue Willen J. Luyten quien se dedico al estudio de estrellas con movimiento propio, y descubrió gran cantidad de estrellas múltiples sentando así las bases para el estudio de las mismas. (Luyten, 1971)

Según http://www.astromia.com/glosario/binaria.html

"Una Estrella doble o Estrella binaria, es una pareja de estrellas que se mantienen unidas por gravitación y giran en torno a su centro de masas común. Los periodos orbitales, que van desde minutos en el caso de dobles muy cercanas hasta miles de años en el caso de parejas distantes, dependen de la separación entre las estrellas y de sus respectivas masas. La observación de las órbitas de estrellas dobles es el único método directo que tienen los astrónomos para pesar las estrellas. En el caso de parejas muy próximas, su atracción gravitatoria puede distorsionar la forma de las estrellas, y es posible que fluya gas de una estrella a otra en un proceso denominado transferencia de masa."

Aunque la mayoría de las estrellas que vemos son dobles o incluso múltiples, muy pocas de ellas son detectables a través de un telescopio debido a la gran cercanía de sus componentes. A estas se les llama dobles visuales, y es a las que nos dedicamos en este trabajo. (Greaves, 2004)

1.2. Problema

El reconocimiento de estrellas binarias es un trabajo muy dedicado porque se realiza de forma manual, es necesario analizar las fotografías una a una hasta que se encuentra un par de estrellas con unas características similares que encajen en el arquetipo de un sistema de estrellas dobles.

En este trabajo nos encargaremos del marco de las estrellas con un movimiento propio común elevado, es decir, parejas de estrellas que tengan un movimiento muy rápido, en el cual las componentes, dirección y sentido, coincidan.

1.3. Importancia

Esta tipología de estrellas alberga una importancia clave a la hora de recolectar datos tales como el peso de una estrella, como se menciona en la sección 1.1, o en caso de ya conocer las masas su distancia exacta.

Otra ventaja de conocer estas estrellas radica en el descubrimiento de nubes de materia oscura, dado que estos sistemas de estrellas se mueven en paralelo es posible observar cambios una de las estrellas que componen el sistemas que indiquen la presencia de cuerpos invisibles a simple vista como dichas nubes.

Hartkopf, Harmanec y Guinan (2007)

1.4. Estado del arte

A pesar de que, como ya hemos mencionado, estos sistemas albergan datos muy útiles el proceso de detección empleado no ha evolucionado mucho desde Luyten, en aquel entonces se superponían placas fotografías de un mismo sector espacial y se determinaban las propiedades de los distintos cuerpos celestes para comprobar si se trataba de estrellas binarias. A día de hoy, se emplean fotografías de mayor calidad, debido a los avances tecnológicos en los telescopios empleados para tomarlas, pero sigue tratándose de un trabajo manual que toma gran cantidad de horas incluso para procesar sectores minúsculos comparados con la inmensidad del espacio. (Bos, 1923)

1.5. Nuestra propuesta

Queremos crear un sistema de detección de estrellas binarias con un alto movimiento propio común y, por tanto, observables en un periodo relativamente corto de tiempo, 50 años aproximadamente. Este proceso no sería completamente automático sino que una vez detectado una posible estrella doble tendría que ser revisada manualmente para cerciorarse de que no se trata de un falso positivo.

Introduction

ABSTRACT: First we will see what is considered a double star and the relevance it has for the scientific community. We will also raise the problem this work intends to solve.

2.1. Double stars

Throughout history astronomers have dealt with the features of different objects in space: stars, planets, galaxies, etc. Among them, attention has been drawn to double stars since ancient times.

A pioneer in this field was **Willen J. Luyten** who dedicated himself to the study of stars with common proper motion, and discovered a large number of multiple stars, laying the foundations for future investigation. (Luyten, 1971)

According to http://www.astromia.com/glosario/binaria.html.

"A Double Star or Binary Star is a pair of stars held together by gravity spinning around the common center of masses. The orbital periods, that oscillate between minutes for very close doubles to millions of years for the distant ones, depend on the separation between stars and their masses. The observation of the orbits of double stars is the only direct method the astronomers have to weight stars. For near pairs the gravitational pull may distort the shape of the stars, and gas may flow from one star to another in a process called mass transfer."

Even though most of the stars we see are double or even multiple, very few of them are measurable using a telescope due to the closeness of its components. These are called visual doubles, and that is what we are dedicated to in this work. (Greaves, 2004)

2.2. Issue

The detection of binary stars is a very dedicated work because it is done manually, the pictures have to be analyzed one by one looking for a pair of stars with similar characteristics that fit the archetype of a double star system.

This work focuses in the frame of double stars with high proper motion, that is, pairs of stars with very fast movement in which the components, sense and direction, coincide.

2.3. Importance

This kind of stars have a key value to collect data such as the weight of a star, as stated in the section 2.1, or, knowing the masses, the exact distance.

Another benefit of these stars lies in the discovery of dark matter clouds, these star systems movement is parallel so it is possible to notice changes in the expected behaviour suggesting the presence of invisible masses such as said clouds.

Hartkopf, Harmanec y Guinan (2007)

2.4. State of the art

As previously stated, even though these kind of systems hold very useful data the current detection process has not evolved much since Luyten, back then astronomers used to overlap photographic plates from the same space sector and study the properties of the different celestial bodies in order to check if they are or not binary systems. Nowadays the quality of the pictures have improved due to technological advances in the used telescopes, but it is still a manual job that takes a lot of hours to even process the tiniest sectors compared to the vastness of space. (Bos, 1923)

2.5. Our approach

We want to create a system capable of detecting binary stars with high proper motion and, therefore, observable in a relatively short period of time, approximately 50 years. This process wouldn't be completely automatic, once a possible double star is detected it would have to be manually checked to make sure it is not a false positive.

Estrellas dobles

RESUMEN: Antes de abordar el problema que nos ocupa en este trabajo vamos a explicar los conceptos relativos a estrellas dobles que en el se tratan.

3.1. Centroides

Un punto fundamental para la detección de estrellas dobles consiste en la búsqueda y análisis de los centros de las estrellas, los llamados centroides. Esto es debido a que la estrella no aparece en las imágenes como un círculo, cuyo centro puede determinarse sin más (figura 3.1a), sino como una acumulación de puntos brillantes, con un contorno difuso (figura 3.1b).

3.2. Coordenadas

Un sistema de coordenadas celestes no es más que un modo de especificar la posición de un cuerpo en el espacio. Existen varios sistemas de este tipo pero en este trabajo nos quedaremos con el sistema de coordenadas ecuatorial, que es el usado por nuestros generadores de coordenadas.

Antes de explicar que compone este sistema vamos a introducir dos conceptos. En primer lugar el circulo horario de un objeto es aquel que pasa por ambos polos e intersecta al objeto. En segundo lugar el equinoccio de primavera se da en Marzo, exactamente en el momento en que los rayos solares golpean el ecuador perpendicularmente. Este equinoccio es el momento cero del tiempo sideral, usado por los astrónomos para localizar objetos en el espacio, y por tanto el momento cero de el sistema ecuatorial.

En este sistema una coordenada tiene dos componentes: la ascensión recta, RA, y la declinación, Dec. La ascensión recta, figura 3.2, mide la

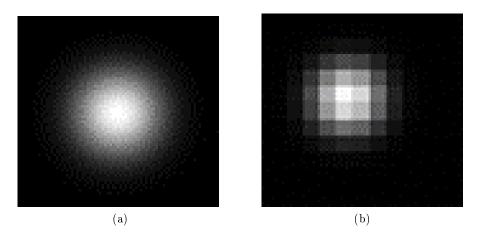


Figura 3.1: Estrella ideal vs. Estrella real

distancia angular, calculada hacia el este sobre la proyección del ecuador terrestre, entre el equinoccio de primavera y el circulo horario del objeto. La declinación mide la distancia angular de un objeto perpendicularmente respecto de la proyección del ecuador, positiva hacia el norte. Por ejemplo la proyección del polo norte tiene una declinación de $+90^{\circ}$ y la del sur de -90° .

Para generar grandes cantidades de coordenadas ecuatoriales hemos creado dos generadores de coordenadas, uno continuo y otro aleatorio. Ambos generadores necesitan que se especifiquen los rangos en los que trabajar, que oscilan entre los siguientes valores, ambos en grados.

- $RA \in [0, 360]$.
- $Dec \in [-90, 90]$.

Además de estos rangos el generador aleatorio necesita el número de coordenadas deseadas, se asegurará de que no existan repetidas, en cambio el continuo necesita dos valores uno para el desplazamiento de la ascensión recta y otro para la declinación. Teniendo en cuenta que posteriormente usaremos un zoom x4 los valores que permiten solapar las fotos sin perder información son los siguientes.

- Desplazamiento RA: 0.02
- Desplazamiento Dec: 0.01

Al usar el generador continuo se puede ver que la diferencia en la ascensión recta no se corresponde al desplazamiento especificado, esto se debe a que estamos trabajando en un sistema esférico por lo cual debemos ajustar el desplazamiento en base a la declinación.

3.3. Atributos 9



Figura 3.2: Vista cenital de la tierra, sobre el polo norte. Υ representa el equinocio de primavera.

Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hour_angle_still1.png

■ Desplazamiento RA ajustado: Desplazamiento RA * cos(Dec)

3.3. Atributos

http://www.asociacionhubble.org/portal/modules/grupos/estrellasdobles/guiaobs/guiaobs.pdf

Un sistema de estrellas binarias viene definido por una serie de parámetros que veremos a continuación. En el sistema una de las componentes es principal y la otra secundaria, el criterio para definir cual es cual es simple, la más brillante es la principal.

La separación indica la distancia entre las estrellas que conforman el sistema.

El angulo de posición marca la posición de la secundaria respecto de la principal.

La magnitud es el brillo de cada estrella, cuanto más bajo es el valor más brillante es la estrella. Como se comentaba al principio de la sección es este parámetro el que determina que componente es principal.

Y, por último, su espectro o color que esta directamente relacionado con la temperatura de la estrella.

Recolección de datos

RESUMEN: A lo largo de este capítulo veremos que herramientas hemos empleado para obtener imágenes astronómicas con las que trabajar, así como datos de estrellas dobles ya catalogadas.

4.1. Aladin

http://aladin.u-strasbg.fr/

Aladin Sky Atlas es un programa interactivo desarrollado por el CDS, Centro de Datos Astronómicos de Estrasburgo, que permite acceder recursos astronómicos digitalizados.

Esta herramienta no solo permite visualizar imágenes de cuerpos celestes a lo largo de los años, también permite realizar una superposición de las mismas para facilitar su comparación.

4.2. Obtención de imagenes

Como se describe la sección 4.1 es posible obtener imágenes que muestren la evolución de los cuerpos celestes en coordenadas concretas con años de diferencia.

Como se puede apreciar, figura 4.1c, Aladin no solo superpone las imágenes, también las rota para tratar de encajarlas y colorea cada imagen de un tono de modo que las estrellas pueden ser rojas o azules, dependiendo de la imagen en que aparezcan, si el cuerpo coincide, no se ha movido, será blanca

Para facilitar el proceso de descarga Aladin permite emplear scripts en combinación con ficheros de parámetros. Puesto que no existe ninguna fuente

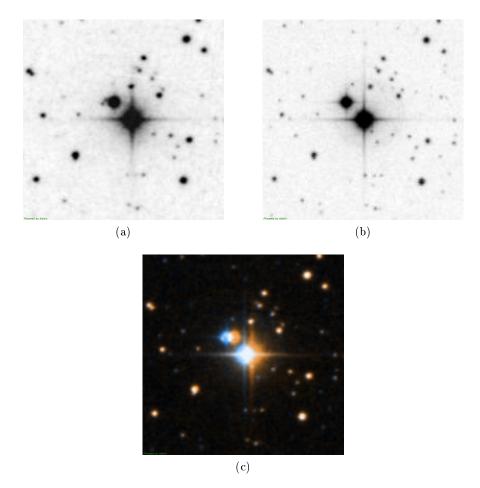


Figura 4.1: Superposición de imagenes

que tenga fotos de todas las coordenadas celestes son necesarios dos scripts que emplean las siguientes fuentes.

- POSSI y POSSII para descargar imágenes de coordenadas positivas.
- POSSI y SERC para las negativas.

Además de ejecutar la superposición el script hace zoom en la coordenada proporcionada como parámetro y almacena la imagen resultante.

4.3. WDS

http://ad.usno.navy.mil/wds/

La obtención de recursos de trabajo ya ha sido resuelta en la sección 4.2, sin embargo, es necesario obtener un listado de sistemas de estrellas

4.3. WDS 13

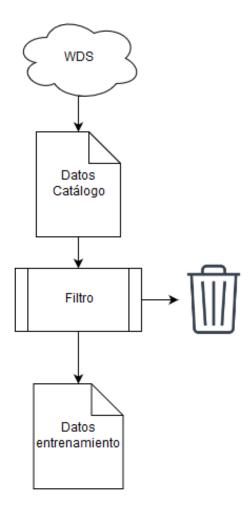


Figura 4.2: Diagrama de procesamiento para WDS

dobles ya reconocidas que poder analizar con el fin de semi-automatizar su reconocimiento, figura 4.2.

WDS, Washington Double Star Catalog, es un catalogo mantenido por el Observatorio Naval de los Estados Unidos que recopila información sobre sistemas de estrellas múltiples.

El problema es que el catalogo almacena gran cantidad de estrellas, y nosotros queremos casos de sistemas de estrellas dobles de movimiento rápido. Con el fin de obtener la información que nos interesa hemos creado un programa que filtra dichos datos basándose en los siguientes criterios:

■ La última vez que se vio el sistema debe ser como mínimo 1975, esto asegura que en los catálogos existirán al menos dos imágenes, una relativamente actual y una de los años 50.

- La magnitud de las estrellas que componen el sistema deben ser a lo sumo 19, de este modo las estrellas serán apreciables a simple vista.
- La separación debe pertenecer al rango entre 2 y 180, las estrellas con valores mayores están demasiado alejadas y desvirtuarían los resultados.
- El desplazamiento ha de ser superior a 60 para que el movimiento sea apreciable.

Las coordenadas de todos los sistemas que sigan dichos criterios serán almacenadas en un fichero que puede usarse como parámetro de los scripts descritos en la sección 4.2.

4.4. Datasets

Usando las coordenadas obtenidas al filtrar el catálogo WDS, sección 4.3, como parámetro de los scripts de Aladin descargamos las imágenes que conforman el espectro positivo del dataset. Para poder formarlo completamente se emplearon los generadores de coordenadas para obtener un número equivalente de casos en los que no hay estrella doble. Con el dataset completo se decidió aplicar una división común en machine learning que consiste en partir un dataset en tres, training, test y validation, correspondientes al $60\,\%$, $20\,\%$ y $20\,\%$, respectivamente, de los datos.

En primer lugar tenemos el training set, estos datos serán los empleados para generar un modelo que, a priori, funciona. El problema es que, si solo se usa un set, no hay una forma de comprobar si el modelo funciona, debido a esto se crea la partición de validación que será empleada para ajustar los parámetros de decisión. Una vez se han obtenido los resultados esperados es necesaria una comprobación externa, esto se debe a que el modelo se ha entrenado para acertar específicamente los datos del set de validación. Este último motivo es el que justifica la existencia de test set, al examinar los resultados con estos datos pueden ocurrir dos cosas: si los resultados son buenos el modelo entrenado funciona, si por el contrario no son los esperados es necesario re-entrenar el modelo desde cero, no vale con modificar los parámetros.

Esta técnica es muy útil debido a que si los datos del training set están viciados, por ejemplo, si todas las estrellas dobles están a la misma distancia, una vez se evalúe sobre el test set podremos comprobar que el modelo no es válido pues tiene en cuenta una distancia que no tiene por qué ser la misma siempre.

Workflow

RESUMEN: Una vez resuelta la recolección de datos es necesario ver que tratamientos aplicarles para alcanzar nuestro objetivo, pero antes vamos a definir una plataforma genérica sobre la cuál desarrollar dichos procesos.

5.1. Introducción

En los capítulos 6 y 7 se describen diferentes procesos por los que una fotografía ha de pasar para poder detectar sistemas de estrellas dobles, cada una de estas etapas viene definida por un número arbitrario de entradas y salidas y un evento que al abortar la ejecución permita al programa salir de forma segura.

Cada etapa por tanto puede ser configurada y lanzada por separado puesto que para conectarlas solo es necesario que la salida de una etapa sea la entrada de la siguiente, de esta forma todas las etapas pueden trabajar de forma simultánea. Sin embargo, creemos que esta tarea puede simplificarse mediante la creación de un controlador que se encargue de lanzar las etapas en diferentes hilos, para que sigan ejecutándose a la vez, y pararlas cuando el usuario lo requiera.

5.2. Estructura

La idea es generar una estructura que permita al usuario definir el orden de las etapas de manera sencilla, y una vez definidas las lance en diferentes hilos. Una posible representación del workflow sería un grafo acíclico dirigido, es importante que sea acíclico puesto que de otro modo la información nunca llegaría a un estado definitivo en el cual se acepte o rechace.

Podemos entonces definir cada fase como una entrada en un diccionario en la cual podemos almacenar la entrada y la salida, de este modo conectar una etapa con otra tan solo implica igualar la entrada de una a la salida de la otra. A la hora de lanzar el hilo es necesario saber a que función llamar para lo cual nos encontramos con dos opciones: llamar siempre a una función con un nombre determinado o simplemente incluir otro dato en el diccionario. En este caso se ha optado por que además de lo que ya guardaba se almacene la función a la que se debe llamar, esta opción da libertad a la hora de crear los pasos además de facilitar la posterior creación de los hilos.

Existe un último problema, algunas etapas del workflow pueden tener más de una entrada o salida por lo que en el diccionario se almacenara un array de entradas y otro de salidas, debido a esto también será necesario especificar el numero de entrada o salida a la que se hace referencia al conectar los pasos.

Una entrada del diccionario tendría por tanto el siguiente formato.

```
flow['step'] = {
    'input': [
      flow['other']['output'][0],
      settings.directory
    ],
    'output': [
      settings.directory2
    ],
    'callback': step.run,
}
```

Además se hace uso de una etapa dummy que tan solo define la entrada del primer paso en su salida. Una vez creadas las entradas en el diccionario para todas las etapas solo será necesario ejecutar el workflow.

5.3. Etapas

Si bien es cierto que el workflow esta pensado para dar libertad a la hora de implementar las etapas tiene dos requisitos que se han de cumplir. El primero es a la hora de definir el método que se utilizara como callback en el diccionario, sus parámetros deben estar ordenados de modo que reciba primero todas las entradas, luego todas las salidas y por ultimo un evento de las clase threading, este orden ha de ser tenido en cuenta a la hora de crear la entrada del diccionario descrita en la sección 5.2. En segundo lugar se debe asegurar que la etapa se mantendrá a la espera de nuevos datos que procesar hasta que se active el evento que se recibe por parámetro y que una vez recibido no se abortara la ejecución del paso hasta que sea seguro.

Para poder saber que está pasando el workflow también monta un sistema de log, utilizando la biblioteca *logging* de python, al cual las etapas pueden

5.4. Uso 17

acceder para escribir mensajes de error o información de debug que le pueda ser de utilidad al usuario para conocer que ha ocurrido.

Debido a que las etapas se encuentran en continua ejecución podría darse el caso en el que los mismos datos se procesen varias veces, para prevenir esto las etapas que hemos implementado mantienen un log de historia que solo modifican ellas en el cual almacenan el identificador de los datos al acabar de procesarlos, una de las primeras comprobaciones al recoger datos de la entrada es comprobar si el id se encuentra en la historia del paso, de ser así los datos no se procesan.

5.4. Uso

Para utilizar el workflow son necesarios tres pasos.

En primer lugar modificar el fichero de configuración, settings.py, en el cual se encuentran almacenados todos los directorios de los pasos que hemos creado y los parámetros de procesamiento que pueden modificarse de cada etapa.

Ir al workflow, workflow.py, y editar la función **define_flow()** para crear el diccionario de etapas tal y como se ha explicado en la sección 5.2.

Por último, ejecutar el workflow. Para parar el procesamiento basta con enviar una interrupción, Ctrl+C, en la consola en la cual se haya lanzado.

Procesamiento

RESUMEN: A lo largo de este capítulo se presentaran los diferentes procesos a los que se pueden someter los datos, entre ellos se encuentran transformaciones que ya no se emplean en nuestro detector pero que podrían ser útiles si se exploran nuevas formas de detección.

6.1. Recoloreado

Esta etapa emplea la biblioteca PIL, Python Imaging Library, para cargar las imágenes y crear el canvas sobre el que guardar el resultado.

A simple vista las imágenes obtenidas en la sección 4.2 están coloreadas y nos permiten apreciar las diferencias fácilmente. El problema surge cuando queremos que el programa haga las misma extrapolaciones que hace nuestro cerebro.

Con el fin de facilitar la comparación de los pixels la imagen pasa por un proceso de recoloreado que la transforma pixel a pixel.

Los colores que reconoce este proceso se definen mediante un diccionario que almacena el nombre y composición del mismo. Esto facilita la modificación de los grupos reconocidos de modo que un cambio en el coloreado inicial de las imágenes no supone un problema.

El problema de este proceso es definir cómo ha de interpretar la tonalidad del pixel, para atajarlo hemos empleado la distancia Manhanttan. Se trata de medir la distancia entre la composición del pixel y la del grupo, asumiendo que ambas tonalidades son RGB y que están almacenadas en triplas, de la forma (R, G, B), tan solo hemos de restar cada componente con su homóloga y sumar los resultados para obtener un valor. El grupo que resulte con menor valor será aquel al que pertenezca el pixel.

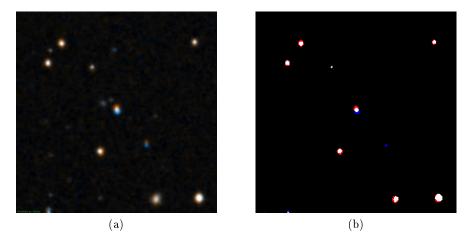


Figura 6.1: Recoloreado usando la distancia Manhattan

Tal y como muestra la imagen 6.1b hay información que se pierde durante el proceso debido a que las estrellas están muy apagadas haciendo que la distancia al negro sea menor que al azul o rojo. Para poder atajar este problema se realiza una comprobación posterior, si el grupo asignado es negro pero la distancia al azul o al rojo es inferior a un cierto umbral se reasigna el grupo del pixel, imagen 6.2.

Cuando se ha obtenido el grupo del pixel se pinta del color de grupo en un canvas, una vez se han procesado todos los pixel se almacena el resultado en un fichero png.

6.2. Comprobación

Aún cuando el detector acepta un sistema de estrellas dobles existe un problema, puede no tratarse de un sistema nuevo. Para solventar esto existe una fase de comprobación que se puede activar para todos los sistemas aceptados.

Si se ha solicitado esta fase se realiza un primer paso que consiste en conectarse a WDS y descargar los datos de los sistemas conocidos, este paso solo se hace una vez por ejecución, al comienzo, para no saturar los servidores. El hecho de emplear los mismos datos durante una ejecución completa no supone un problema puesto que la base de datos no se altera habitualmente.

Cuando un sistema es aceptado esta fase toma sus coordenadas y busca coincidencias en todas las entradas descargadas, si no hay ninguna se ignora el sistema detectado. Dejando por tanto un documento json de la siguiente forma.

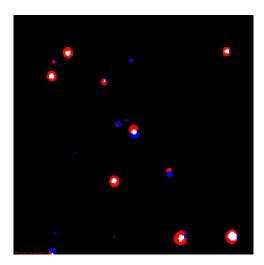


Figura 6.2: Recoloreado de la imagen 6.1a con un umbral de 150

```
{
  "1": {
    "Angle difference": 0.5332939070674456,
    "Separation difference": 6.23413572082471,
    "Maximum separation": 117.64777940955791,
    "Separation %": 5.298982906530099,
    "PA": 151.86140052006294,
    "Separation": 28.995116847884947,
    "Proper Motion A (brightest)": [
        163.2,
        -258.4
    ],
    "Proper Motion B": [
        176.79999999999998,
        -299.2
    ]
}
```

Si por el contrario existen datos asociados al sistema se almacenan en el archivo json junto con los datos proporcionados por el detector y el calculo del error entre ambos, dando lugar a un archivo con el siguiente formato.

```
{
    "1": {
        "Angle difference": 1.419208447017608,
        "Separation difference": 3.3066248088095165,
        "Maximum separation": 123.22743201089601,
        "Separation %": 2.683351226955,
        "PA": 15.760824216099781,
```

```
"Separation": 30.77825812822563,
   "Proper Motion A (brightest)": [
     136.0,
     0.0
   "Proper Motion B": [
     },
 "wds": {
   "PA": 18.0,
   "Separation": 30.55,
   "Proper Motion A (brightest)": [
     15
   "Proper Motion B": [
     91,
     10
 "PA": 2.239175783900219,
   "Separation": -0.22825812822562952,
   "Proper Motion A (brightest)": [
     -43.0,
     15.0
   ],
"Proper Motion B": [
     -17.2
 }
}
```

Si bien esta fase es una primera comprobación sus resultados no son definitivos en el caso del no, puesto que solo se comprueban las coordenadas centrales de la imagen. Si la estrella no se encuentra en el centro es imposible para este programa determinar si el sistema ya se conocía o no.

6.3. Contador de pixels

Al igual que la etapa definida en la sección 6.1 se emplea la biblioteca PIL. Esto no es lo único que comparten, el proceso al que se someten las imágenes es muy similar.

La idea de aplicar este proceso es obtener la composición de colores de

6.4. Corte 23

cada fotografía. Una vez obtenida se almacena el resultado en un fichero CSV que se puede analizar posteriormente. La gama de colores se define mediante un diccionario en el que se almacenan los colores puros que se quieren reconocer.

Una vez cargada la imagen se analiza cada pixel que la compone, para conocer el color, de entre los definidos en el diccionario, al que más se asemeja. como el nombre de la etapa indica el objetivo es contar los pixels, por lo tanto existe un contador por cada color en el cual se almacena el número de pixels de la imagen que pertenecen a dicha tonalidad.

Al terminar de procesar es posible guardar el valor de dichos contadores o transformarlos para obtener otros datos. En nuestro caso, decidimos almacenar los porcentajes de pixels rojos, azules y blancos, y las proporciones tanto de blancos como de azules con respecto de los rojos.

6.4. Corte

En esta etapa empleamos la biblioteca image_slicer de Python, distribuida bajo licencia MIT. Esta biblioteca permite dividir una fotografía en n piezas del mismo tamaño.

En este caso decidimos que las imágenes se dividieran en 9 sectores, lo cual permite reducir el nivel de ruido en la fotografía pero dejando datos suficientes en ella para posteriores análisis. En la figura 6.3 se puede observar que existe mucha información, sin embargo, si la dividimos en 9 fragmentos, figura 6.4, las imágenes resultantes tienen menos ruido.

Este proceso tan solo almacena el cuadrante central para reducir la carga de memoria, debido a esto solo la imagen de la figura 6.4e aparecería en la salida. Si esto quisiese modificarse tan solo habría que desactivar el parámetro ónly_center'del método run.

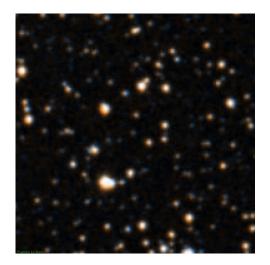


Figura 6.3: Imagen sin recortar

<u>6.4. Corte</u> <u>25</u>

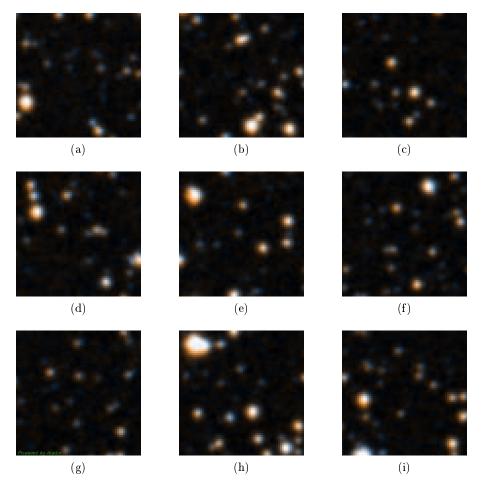


Figura 6.4: Imágenes resultantes de la división

Detector

RESUMEN: La detección es el paso que sigue al recoloreado y está dividida en dos partes. La primera parte de la detección se basa en el análisis de la imagen obtenida en el recoloreado. Este análisis se lleva a cabo separando la imagen en dos que representan los cambios a lo largo del tiempo y calculando las diferencias entre cada posible pareja de estrellas. Con los resultados de este análisis se procede a la fase de decisión la cual se encarga de procesar los resultados de la etapa posterior y decidir, para cada pareja de estrellas, si forman o no una estrella doble. Esto se realizará mediante un árbol de decisión.

7.1. Análisis

Hemos programado esta fase en el lenguaje Python, debido a la gran cantidad de bibliotecas que permiten tratar imágenes.

En particular, para la detección de estrellas dobles se decidió utilizar la biblioteca de tratamiento de imágenes OpenCV. El desarrollo de esta fase se realizó en varias etapas.

Después de analizar cientos de imágenes de estrellas dobles, se decidió recrear el mismo procedimiento que se realiza mentalmente a la hora de decidir si son dobles o no. Para decidirlo hay que fijarse en que sus trayectorias sean paralelas y la distancia recorrida sea aproximadamente la misma.

Para llevar a cabo este procedimiento necesitamos encontrar un centro aproximado de cada una de las estrellas del recoloreado para poder así buscar relaciones, de distancia y ángulo, entre parejas de estrellas cuyo movimiento haya sido similar a lo largo de los años.

Una primera aproximación se basó en la búsqueda de los contornos de las diversas estrellas en función de sus colores y el uso de estos contornos



Figura 7.1: Estrella binaria con movimiento veloz

para obtener el centro de la estrella. Esta aproximación permitió relacionar aquellas estrellas cuyo movimiento hubiese sido lo suficientemente rápido como para que no compartan ningún punto entre la primera foto y la segunda.

El movimiento de la estrella de la figura 7.1 es suficientemente rápido como para que entre la primera foto y la segunda no exista ningún punto en común por lo que la obtención del centro para su posterior análisis no requiere de ningún cambio en la foto. El problema de este método radica en que si la estrella no se ha movido lo suficientemente rápido, existirán puntos comunes, representados en color blanco. Debido a esto, se obtendrían tres centros distintos para una misma pareja de estrellas y ninguno de ellos serían los centros reales de las dos estrellas.

El problema de este método radica en que si la estrella no se ha movido lo suficientemente rápido. Se obtendrían tres centros distintos para una misma pareja de estrellas y ninguno de ellos serían los centros reales de las dos estrellas.

Para subsanar el error se decidió realizar el análisis de contornos por separado. Para ello se filtran la imagen en dos imágenes de manera que una tiene el color rojo y el blanco, y la otra el azul y el blanco. De esta manera se obtienen los centros y áreas de las estrellas en origen y los centros de las estrellas en el destino y se pueden relacionar de manera directa.

Una vez obtenidos los centros y áreas de todas las estrellas se procede a especificar cuál sería la estrella primaria, la de mayor área, y cuál sería la estrella secundaria, de menor área. Y calculamos los valores necesarios para su clasificación, figura 7.5.

7.1. Análisis 29

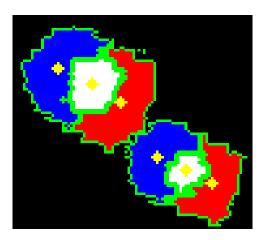


Figura 7.2: Estrella binaria cuyo movimiento no es tan apreciable debido a su menor velocidad

Los valores representados en la figura 7.5 corresponden a:

- (a) Separación entre las estrellas en la segunda foto tomada.
- (b) Distancia recorrida por la estrella secundaria.
- (c) Separación entre las estrellas en la primera foto tomada.
- (d) Distancia recorrida por la estrella primaria.
- (e) Ángulo de la trayectoria de la estrella secundaria.
- (f) Ángulo de la trayectoria de la estrella primaria.
- (g) Ángulo de la posición de la estrella secundaria con respecto a la primaria en la primera foto.
- (h) Ángulo de la posición de la estrella secundaria con respecto a la primaria en la segunda foto.

Una vez obtenidos los datos de la figura 7.5 se procede a procesarlos para calcular los valores que se utilizan para clasificar estrellas dobles (ver capítulo estrellas dobles). Por último, un árbol de decisión se encargará de procesar estos datos y clasificar la pareja de estrellas.

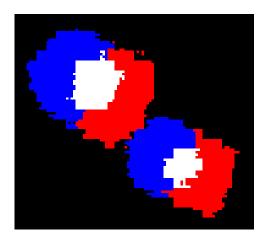


Figura 7.3: Estrella binaria con bajo movimiento propio

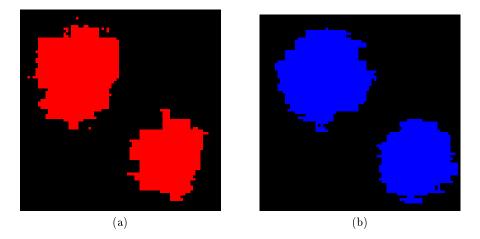


Figura 7.4: A partir de la imagen recoloreada, figura 7.3, se obtienen dos imágenes

7.1. Análisis 31

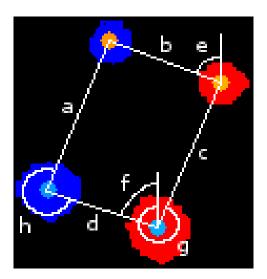


Figura 7.5: Representación de valores calculados

Problemas

RESUMEN: ...

8.1. Introducción

. . .

Conclusiones

RESUMEN: En este último capítulo vamos a ver los resultados obtenidos y analizar el motivo de los mismos.

Como ya adelantó el título de este proyecto, el sistema es semi-automático debido a que requiere del apoyo externo de una persona con experiencia suficiente en la detección de estrellas binarias. El proyecto se diseñó de tal manera que, dada una foto, fuera capaz de decidir con casi un 100 % de acierto que, si no había una estrella doble, dijera que no. Esto se decidió debido a que lo más importante era no perder ninguna estrella, aunque esto provocará una mayor carga de trabajo a la hora de revisar las fotografías en las que nuestra aplicación detectara una estrella doble.

Los resultados de nuestro sistema son un 97 % de acierto en las imágenes en las que no existe ninguna estrella binaria y un 33 % de acierto a la hora de encontrar una estrella binaria en las que sí exista una. Volviendo a la idea inicial que mencionamos, hemos obtenido un resultado satisfactorio cuando se trata de rechazar fotografías que no contienen esta tipología de sistemas, un porcentaje de acierto en el no tan elevado reducirá en gran medida la carga de trabajo de los expertos.

En lo que a los sistemas binarios se refiere, el 33 % de los marcados contienen realmente una doble esto es debido a una decisión inicial en el diseño del sistema. Concretamente a que la detección se realiza con imágenes que han sido modificadas en la fase de recoloreado. En la cual los colores se llevan a su máxima intensidad por lo que si dos estrellas están muy próximas, al recolorear, nuestro sistema las detectará como una estrella única, figura 9.1. Los sistemas binarios con estrellas tan cercanas son muy comunes y, por tanto, el porcentaje de aciertos se ve drásticamente reducido.

Como posible medida que se podría tomar para incrementar el porcentaje de acierto se encuentra un cambio al sistema de detección de centroides, de

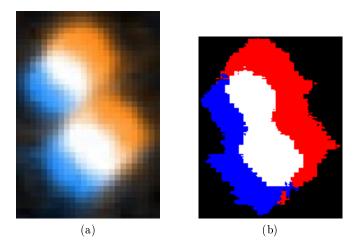


Figura 9.1: Comparativa fotografía original y recoloreada

manera que se realizase un estudio de la intensidad y densidad de los pixels en la fotografía, y se determinase con estos datos que conforma un centro de estrella. De esta manera ejemplos como el de la figura 9.1a podrían estudiarse como dos estrellas separadas, puesto que entre ambas es posible apreciar a simple vista un cambio de intensidad, y se vería que, en realidad, forman un sistema binario.

Conclusions

ABSTRACT: In this last chapter we are going to discuss the results and analyze the reason behind them.

As already advanced by the title of this project the system is semiautomatic because it needs external support from a person with enough experience in the detection of binary stars. The project was designed to, given a picture, be able to determine with almost a 100 % accuracy that, if there was not a double star, the sector does not contain a double star. The reason behind this decision lays in the fact that the top priority for us is not to lose any star, even though this will mean a higher workload at the time of reviewing the photographs in which our application detected a possible double star.

The results of our system are a 97% success rejecting pictures with no binary star present and a 33% of the pictures containing a possible double actually had one. Going back to our initial idea, this outcome is satisfying when it comes to refuse pictures that do not contain this type of systems, such a high percentage of success in the no will indeed lighten up the amount of work required.

As far as binary systems are concerned, the 33 % of the systems detected as possible doubles were indeed one, this is because of a design decision. To be precise the problem is the intensity of the stars in the recolored picture in which colors are intensified so if two stars are very close the detector will only notice one, 10.1. This kind of close binary systems are pretty common so the success rate is drastically reduced.

A possible measure to prevent this kind of problem in the future, and consequently the success rate, would be to change the centroid detection. This new method would conduct a study of pixel intensity and density in the picture, and use this data to decide what really is the center of a star. In

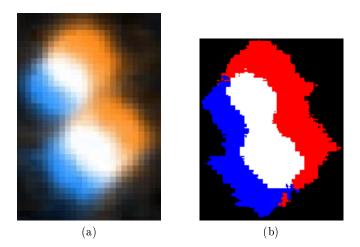


Figura 10.1: Comparative original vs. recolored

this way systems such as the one see in the example, figure 10.1a, could be studied as two separate stars since between both it is possible to appreciate an intensity variation at first sight, and it would be seen that, in reality, they form a binary system.

Aportaciones

RESUMEN: En este capítulo cada integrante del grupo va ha exponer su aportación al trabajo y el desarrollo de esta.

11.1. David

Lo primero que necesitábamos para poder empezar a trabajar era obtener los sets de entrenamiento, así que comencé investigando el catálogo de estrellas dobles, WDS, tanto los datos que almacena para hacernos una idea de que íbamos a encontrarnos como el formato que les dan. Con estos dos puntos claros cree el programa que se conecta al catálogo para descargar sus datos y obtiene la lista de coordenadas de las estrellas cuyos parámetros se ajustan a los deseados. Con este listado ya generado creamos el script para descargar fotografías de coordenadas positivas.

Puesto que ya teníamos las componentes positivas del set de trabajo, investigue los distintos tipos de coordenadas celestiales que se emplean y me decanté por el modelo ecuatorial, una vez decidido el sistema de representación de coordenadas, hablé con mis compañeros y creamos ambos generadores, aleatorio y continuo, que utilizamos para obtener un fichero de coordenadas aleatorias. Con este fichero descubrimos que no se podían descargar coordenadas negativas con el primer script e hicimos un segundo que nos permitiese obtenerlas de otros repositorios.

Cuando teníamos las imágenes descargadas nos dimos cuenta de un fallo en los sets de entrenamiento, hay imágenes que no se pueden descargar bien sea porque el repositorio está caído o porque no tiene recursos almacenados para esa coordenada, esto daba lugar a fotos sin superponer o archivos corruptos puesto que mediante Aladin no se pueden gestionar estos errores. Para solventarlo limpié los sets a mano. Al mismo tiempo estaba desarrollando el algoritmo que contaba y recoloreaba los pixels de las fotografías, en este

punto se hacían ambos procesos a la vez y no por separado, tuve problemas para decidir cómo determinar el color de los pixels pero por suerte recordaba una medida de la distancia que, al menos en nuestro grado, aprendemos en inteligencia artificial, la distancia Manhattan. Se me ocurrió aplicarla a este problema concreto puesto que lo que quería determinar realmente era la distancia entre dos colores, el que tiene el pixel y los colores puros a los que se puede atribuir, tan solo me fue necesaria una pequeña modificación para intentar .aclarar"los pixels, es decir, que cuando dijera que el pixel era negro compruebe aún así si podría ser azul o rojo. Como esta etapa la desarrollé con la idea de que fuera el primer proceso al que se sometieran las imágenes decidí que sería el encargado de limpiar las fotos cuya descarga sea errónea.

Mi compañero Javier estaba aplicando regresión logística sobre los datos que la etapa de recoloreado/conteo proporcionaba, sin embargo, el recoloreado no le aportaba nada a su programa por lo que se estaban duplicando la cantidad de imágenes almacenadas sin motivo alguno, fue en este punto donde decidí separar ambas funcionalidades, este es el motivo de su similitud, la etapa de recoloreado no se desechó debido al trabajo de Daniel, su programa necesitaba fotografías con un menor numero de canales, es decir, menos deferencias en las tonalidades de los pixels.

En este punto las etapas no funcionaban de manera fluida, era necesario que la etapa previa hubiera procesado todos los datos de entrada antes de que la siguiente se pusiera en marcha, esto era claramente un mal diseño, por lo que ideé un primer concepto del workflow que ahora se emplea, en este punto las etapas se añadían creando manualmente el thread que las controla, pero, como me hizo ver nuestro director, el tener que programar el thread oscurecía la estructura que se le daba al grafo de trabajo. Con la simpleza como objetivo modifiqué el formato, dando lugar a la estructura explicada en esta memoria gracias a la cual no es necesario tener ningún conocimiento del funcionamiento del workflow, tan solo es necesario saber que etapas se quieren y como se interconectan. Además del desarrollo me encargue de adaptar las etapas que ya estaban programadas y todas las que se crearon a posteriori a un formato estándar y añadirle a todas la capacidad de usar un logging para informar en todo momento del estado de la ejecución.

Volviendo al trabajo de mi compañero Javier surgió un problema con las predicciones que realizaba el modelo de regresión logística, en un primer momento lo achacamos al zoom en los sets de trabajo y, por tanto, los volvimos a descargar pero esta vez sin zoom. A pesar de esto seguía fallando y ante la posibilidad de que hubiera demasiado ruido. En las fotografías cree la etapa crop para reducir tan solo el tamaño de las fotos, pensamos que este recorte podría funcionar aun cuando las imágenes con zoom no funcionaban puesto que al hacer zoom en Aladin no solo aumenta el tamaño, también ajusta las intensidades en los pixels lo cual podría desvirtuar las mediciones y dar

11.2. Daniel 41

lugar al error. En vistas de que este modelo no tenía arreglo aparente investigue sobre el posible uso de TensorFlow en nuestro proyecto pero las pruebas que hice, empleando tan solo los datos de los pixels, no dieron resultados superiores que los que ya teníamos. Tuve que desechar la idea de emplear esta herramienta de machine learning puesto que la cantidad de imágenes de entrenamiento de que disponemos es muy limitada y las que se requieren para entrenar una red de tensores grande es muy elevada.

En lo referente al detector que empleamos, ideado por mi compañero Daniel, todos colaboramos en la definición de los parámetros que se calcularían de los posibles sistemas y en la implementación de las decisiones referentes a estos, incluidas las cotas en las que han de estar para que se considere el sistema como candidato para albergar una estrella binaria. Además se me ocurrió que, para poner a prueba el nivel de error de nuestras mediciones podría crear un paso que dada una coordenada la busque en el catálogo de WDS y, caso de encontrarla, usando sus datos como referencia calculase cuanto distaban nuestros datos de los originales, fue en este punto cuando implementé la etapa de comprobación.

De la memoria redacté en solitario los capítulos de la introducción, en español e inglés, el workflow, el procesamiento, y traduje el capítulo de conclusiones a inglés. Además colabore con Daniel en la redacción del capítulo de estrellas dobles y recolección de datos. Como mis compañeros no saben utilizar LATEX también me he encargado de incluir sus aportaciones a este documento.

11.2. Daniel

Una vez tuvimos el proyecto definitivo, me dediqué al estudio de qué es una estrella doble y cuáles son su características mediante el análisis de decenas de fotografías de estrellas, la lectura de distintos artículos al respecto y la visualización de varios vídeos sobre el tema.

Mis aportaciones a las distintas fases del proyecto han consistido, además de mi participación en todas las reuniones a lo largo del curso, en:

Obtención de imágenes:

Junto a mis compañeros, creamos dos programas para generar coordenadas y así facilitar la descarga de imágenes, uno con las coordenadas en un rango dado y otro de coordenadas aleatorias. También estudiamos el uso de la herramienta Aladin para la creación de distintos scripts encargados de la descarga de imágenes. Uno para el hemisferio norte y otro para el hemisferio sur.

■ Una vez descargadas las imágenes del WDS y varios miles de fotografías sin estrellas dobles, hice un programa para dividirlas en los distintos datasets: training, validation y test, acordes a las necesidades de mis compañeros. Este programa divide las fotografías que sí tienen estrella binaria en los distintos dataset en función de los porcentajes vistos en el apartado 4.4 y añade el mismo número de fotografías sin estrella binaria de manera que los dataset estén equilibrados, descartando las sobrantes.

Diseño de fase de detección:

- Por mi cuenta, estudié distintas técnicas de procesamiento de imágenes y reconocimiento de objetos para encontrar la manera adecuada de reconocer las estrellas en las imágenes.
- Aprovechando que mi compañero David recoloreaba las imágenes de manera que el número de colores se simplificó a rojo, azul, blanco y negro, decidí utilizar la búsqueda de contornos de las estrellas para su análisis.
- Una vez decidida la búsqueda de contornos para encontrar estrellas, investigué distintas bibliotecas dedicadas procesamiento de imágenes hasta encontrar OpenCV, que es la que se utiliza en el proyecto.
- Exploré las distintas posibilidades que ofrece la biblioteca OpenCv y, en base a sus características, diseñé e implementé la aplicación que dedicada al análisis de las características que permiten catalogar a una estrella binaria.

Desarrollo de fase de detección:

- Primero, desarrollé un programa que fuera capaz de encontrar los contornos de las estrellas y sus centros.
- Una vez creado el programa lo amplié de manera que fuera capaz de clasificar las distintas estrellas para poder borrar las que no tuvieran valor a la hora de encontrar estrellas binarias, por ejemplo, estrellas que no se hubieran movido. Esta ampliación fue pensada para poder eliminar el ruido que provocan elementos inútiles en aplicaciones de machine learning como tensorFlow. Esta ampliación fue desechada debido a que el número de imágenes con estrellas dobles es demasiado pequeño como para que pueda aprender correctamente.
- Para aprovechar el primer programa creado, y en vistas de que no íbamos a poder aplicar técnicas de machine learning, decidí mejorar

11.2. Daniel 43

el primer programa y hacer que calculara los centros antes y después para lo que tuve que añadirle una nueva funcionalidad que permitiera crear dos imágenes que representaran la disposición de las estrellas antes y después. Además, calcula el área de las estrellas de manera que podemos saber cuál es la primaria y cuál la secundaria.

- Una vez tuve los centros correctamente calculados creamos el algoritmo que permite calcular los valores que utiliza el WDS para catalogar las estrellas y comprobamos que eran bastante similares a los obtenidos mediante nuestra aplicación.
- También participé, junto a mis compañeros, en el estudio e implementación de las diferentes comprobaciones que son necesarias para, con los datos calculados, discernir si se trata de una estrella binaria o no.

Memoria:

- Redacción del apartado de análisis del capítulo 7.
- Redacción de las conclusiones.
- Colaboración en la redacción de la sección 4.4 sobre datasets.
- Redacción de la sección 3.1 sobre centroides.
- Modificación de los programas de la etapa de detección, capítulo 7, para guardar las imágenes que se han añadido a la memoria a fin de clarificar el desarrollo de dicha fase.
- Edición de figuras mediante gimp para facilitar la comprensión de conceptos de la fase de análisis del capítulo 7 y conclusiones.

Bibliografía

- Bos, W. v. d. Measures of double stars on photographic plates taken by w. j. luyten. 1923. Disponible en https://openaccess.leidenuniv.nl/handle/1887/5609 (último acceso, Mayo, 2018).
- Greaves, J. New Northern hemisphere common proper-motion pairs. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 355, Issue 2, pp. 585-590., 2004. ISBN 2004MNRAS.355..585G.
- HARTKOPF, W., HARMANEC, P. y GUINAN, E. Binary Stars as Critical Tools and Tests in Contemporary Astrophysics (IAU S240). Cambridge, 2007. ISBN 9780521863483.
- LUYTEN, W. J. Double stars with common proper motion. 1971. Disponible en http://adsbit.harvard.edu/full/1971Ap%26SS..11...49L (último acceso, Mayo, 2018).