



**PRONÓSTICO HÍBRIDO ESPACIO TEMPORAL DE PRECIPITACIONES EN CHILE**  
Integrando Aprendizaje Profundo, Geoestadística y Teledetección

**POR: CÉSAR GODOY DELAIGUE**

Proyecto de grado presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad del  
Desarrollo para optar al grado académico de Magíster en Data Science

**PROFESOR GUÍA:**

**DOCTOR MAURICIO HERRERA**

Diciembre 2025  
ANTOFAGASTA

Este trabajo es dedicado a mi querida familia;  
Madre, Esposa, hijos y amada nieta Isidora.

## AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me acompañaron durante el desarrollo de esta tesis. En primer lugar, agradezco a mi profesor guía, Mauricio Herrera, por su orientación, paciencia y valiosos consejos a lo largo de este proceso.

Agradezco también a mi familia, por su apoyo incondicional, ánimo constante y comprensión en los momentos más exigentes. A mis compañeros y amigos, gracias por compartir ideas, motivarme y hacer más llevadero este camino académico.

Finalmente, reconozco el aporte de Flow Hydro, cuyo apoyo técnico y logístico fue fundamental para la realización de este trabajo.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>RESUMEN.....</b>	<b>1</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>2. TRABAJO RELACIONADO .....</b>	<b>3</b>
<b>3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS.....</b>	<b>5</b>
<b>4. DATOS Y METODOLOGÍA.....</b>	<b>7</b>
4.1. DATOS .....	7
4.2. METODOLOGÍA .....	8
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>21</b>
<b>6. CONCLUSIÓN Y TRABAJO FUTURO.....</b>	<b>21</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>36</b>

## Resumen

La alta variabilidad espaciotemporal de las precipitaciones en Chile representa un desafío significativo para los modelos de pronóstico tradicionales, limitando su eficacia en la gestión hídrica y la mitigación de riesgos climáticos. Este trabajo de tesis aborda dicho problema mediante el desarrollo y la validación de un modelo híbrido que integra tres pilares metodológicos.

En primer lugar, se utiliza el aprendizaje profundo, combinando Autoencoders (AE) para la extracción de patrones espaciales y la Descomposición Modal Dinámica (DMD) para su evolución temporal. En segundo lugar, se incorpora el operador de Koopman a través de un Autoencoder Variacional (KoVAE), permitiendo modelar dinámicas no lineales de forma linealizada y generar pronósticos probabilísticos con cuantificación de incertidumbre.

Finalmente, se emplean técnicas de geoestadística, como el análisis variográfico y el kriging, junto con datos de teledetección de alta resolución (CHIRPS), para mejorar la coherencia espacial del modelo.

La pregunta de investigación central es si esta integración puede mejorar la precisión y coherencia espacial del pronóstico respecto a un enfoque AE+DMD tradicional. La hipótesis postula que la combinación de estas técnicas permitirá modelar de manera más efectiva las correlaciones espacio-temporales, reduciendo el error de predicción y ofreciendo un marco robusto para la toma de decisiones en un contexto de incertidumbre climática.

# 1. Introducción

La predicción precisa de las precipitaciones es un pilar estratégico para el desarrollo sostenible de Chile, un país caracterizado por una geografía extrema y una climatología diversa. La capacidad de anticipar la distribución y la intensidad de las lluvias tiene un impacto directo en sectores críticos como la agricultura, la generación hidroeléctrica, la gestión de recursos hídricos y la planificación territorial para la prevención de desastres naturales como inundaciones y sequías.

El principal desafío en este ámbito radica en la fuerte variabilidad espaciotemporal de los patrones de precipitación a lo largo del territorio nacional. Los modelos numéricos de pronóstico del tiempo, si bien son herramientas poderosas, a menudo enfrentan dificultades para capturar con alta fidelidad las complejas correlaciones espaciales a escala local y las dependencias no lineales inherentes a los procesos atmosféricos que gobiernan el clima chileno.

Para abordar estas limitaciones, este trabajo de tesis propone una solución innovadora que fusiona avances de vanguardia en inteligencia artificial y ciencias de la tierra. El enfoque metodológico se sustenta en la integración de tres pilares fundamentales, cuya integración simbiótica representa la principal novedad de esta investigación:

**1. Aprendizaje Profundo:** Se utiliza una combinación de Autoencoders Convolucionales (AE) para aprender representaciones compactas y significativas de los campos de precipitación, y la Descomposición Modal Dinámica (DMD) para modelar y pronosticar la evolución de estos patrones en el tiempo.

**2. Modelado de Dinámicas No Lineales:** Se implementa un modelo avanzado, el Koopman Variational Autoencoder (KoVAE), que emplea el operador de Koopman para linealizar las dinámicas no lineales del sistema climático en un espacio latente, permitiendo generar pronósticos probabilísticos que cuantifican la incertidumbre.

**3. Geoestadística y Teledetección:** Se incorpora el uso de geoestadística para la interpolación y un conjunto de datos de teledetección (CHIRPS), mejora de la coherencia espacial y la validación independiente del modelo.

Antes de profundizar en la metodología desarrollada, es fundamental revisar los avances previos en este campo de estudio que han servido de base para la presente investigación.

## 2. Trabajo Relacionado

La evolución de la predicción climática, campo en el que se inscribe esta tesis, se caracteriza por un progresivo abandono de los modelos estadísticos lineales tradicionales, como ARIMA y SARIMA, en favor de paradigmas más potentes basados en aprendizaje profundo (Deep Learning) y arquitecturas híbridas. Estos nuevos enfoques son capaces de capturar las complejas relaciones no lineales y multiescalares que caracterizan los sistemas dinámicos atmosféricos, ofreciendo mejoras sustanciales en la precisión de los pronósticos.

### Investigaciones Previas en la UDD

- Marchant & Silva (2024) demostraron la alta eficacia del enfoque que combina un Autoencoder con la Descomposición Modal Dinámica (AE+DMD) para el pronóstico de precipitaciones a nivel local en Chile. Su trabajo reportó mejoras de precisión superiores al 80% en comparación con el modelo de referencia DeepAR, destacando además la eficiencia computacional del método.
- Pérez & Zavala (2023) utilizaron una combinación de Funciones Ortogonales Empíricas (EOFs) y modelos de Deep Learning aplicados a datos de reanálisis ERA5. Su investigación subrayó la importancia de las técnicas de reducción de dimensionalidad, como la Descomposición en Valores Singulares (SVD), para extraer y representar los patrones climáticos dominantes de manera eficiente.

### Literatura Científica Internacional

- Amato et al. (2020) propusieron un marco general para la predicción espaciotemporal de variables ambientales basado en arquitecturas de Deep Learning, sentando las bases para la aplicación de estas técnicas en problemas geocientíficos.
- Los trabajos fundacionales de Lusch et al. (2018) y Kutz et al. (2016) fueron pioneros en el desarrollo de la Descomposición Modal Dinámica (DMD) como una técnica data-driven fundamental para el análisis y la modelización de sistemas dinámicos complejos a partir de datos observacionales.
- Cressie & Wikle (2011) establecieron el marco teórico y probabilístico de la geostatística espaciotemporal, proveyendo las herramientas fundamentales para modelar y comprender las dependencias espaciales y temporales en datos georreferenciados.

- Recientemente, Lam et al. (2023) con el modelo GraphCast y Wong (2023) con el proyecto DeepMind Weather han evidenciado el extraordinario potencial de la inteligencia artificial para revolucionar la predicción meteorológica a escala global, superando en muchos casos a los modelos numéricos tradicionales.

Este proyecto se construye sobre los cimientos de estos trabajos previos, proponiendo una nueva integración metodológica que busca combinar el poder de representación de los autoencoders, la capacidad de pronóstico de la DMD y el operador de Koopman, y el rigor espacial de la geoestadística. Esta propuesta se formaliza a través de una hipótesis y un conjunto de objetivos claros que se detallan a continuación.



### 3. Hipótesis y Objetivos

Esta sección define el núcleo de la investigación, estableciendo la pregunta central que guía el trabajo, la hipótesis que se busca validar y los objetivos específicos que estructuran el desarrollo experimental y la evaluación de resultados.

#### **Pregunta de Investigación**

El propósito fundamental de este estudio se encapsula en la siguiente pregunta:

*¿Puede la integración de aprendizaje profundo, geoestadística y teledetección mejorar la precisión y coherencia espacial del pronóstico de precipitaciones en Chile respecto al AE + DMD tradicional?*

#### **Hipótesis**

Para responder a esta pregunta, se formula la siguiente hipótesis, que será sometida a validación empírica a lo largo del proyecto:

La combinación del operador de Koopman con Autoencoders, junto a la interpolación geoestadística de alta resolución y datos satélite, permitirá modelar mejor las correlaciones espaciotemporales y reducir el error de predicción a nivel local y regional.

#### **Objetivos de la Investigación**

**Objetivo General** Evaluar el impacto en la precisión y coherencia espacial del pronóstico de precipitaciones en Chile al integrar un modelo híbrido de aprendizaje profundo (KoVAE), geoestadística y datos de teledetección, en comparación con un enfoque base de Autoencoder + DMD.

**Objetivos Específicos** Para alcanzar el objetivo general, se definen los siguientes objetivos específicos:

1. Implementar y optimizar un modelo base de pronóstico de precipitaciones combinando un Autoencoder (AE) y Descomposición Modal Dinámica (DMD) utilizando datos de reanálisis ERA5.
2. Incorporar el análisis geoestadístico, mediante el cálculo de variogramas y la técnica de kriging, para informar la arquitectura del modelo de aprendizaje profundo y ponderar la función de pérdida.
3. Desarrollar y entrenar un modelo KoVAE (Koopman Variational Autoencoder) para generar pronósticos probabilísticos y cuantificar la incertidumbre de las predicciones.

4. Validar el desempeño de los modelos desarrollados contrastando sus predicciones con una fuente de datos satelitales independiente de alta resolución (CHIRPS).

La consecución de estos objetivos requiere de un conjunto de datos específico y una metodología, los cuales se detallan en la siguiente sección.

## 4. Datos y Metodología

Esta sección constituye el pilar técnico del trabajo, donde se describen en detalle los conjuntos de datos utilizados, el pipeline de preprocesamiento y las arquitecturas de los modelos implementados para validar la hipótesis de investigación.

### 4.1. Datos

#### Conjunto de Datos Principal (ERA5)

- **Fuente:** Los datos primarios provienen del Copernicus Climate Data Store, específicamente del conjunto de datos de reanálisis ERA5.
- **Características:** Se descargó la variable `total_precipitation` (precipitación total) para el año 2020 completo. La región geográfica abarca todo el territorio chileno, definida por las coordenadas  $-76^{\circ}$  a  $-66^{\circ}$  de longitud y  $-56^{\circ}$  a  $-17^{\circ}$  de latitud. La resolución espacial nativa de los datos es de  $0.25^{\circ} \times 0.25^{\circ}$  (aproximadamente 27.5 km).
- **Procesamiento:** Se implementó un pipeline de procesamiento (`src/utils/`) que incluyó: (1) la concatenación de los archivos mensuales descargados, (2) la agregación temporal de frecuencia horaria a diaria mediante la suma de valores, (3) la conversión de unidades de metros a milímetros (mm), y (4) la aplicación de un subset espacial para ajustarse con precisión a la geografía de Chile. El producto final de este proceso es el archivo `era5_precipitation_chile_full.nc`, con dimensiones de (366 días, 157 latitudes, 41 longitudes).  
Conjunto de Datos de Validación (CHIRPS)

- **Fuente:** Para la validación externa del modelo, se utilizó el conjunto de datos satelitales CHIRPS (Climate Hazards Group InfraRed Precipitation with Station data).
- **Utilidad:** Este conjunto de datos ofrece una resolución espacial significativamente mayor de  $0.05^{\circ}$  ( $\sim 5.5$  km), lo que permite una evaluación más detallada y robusta del rendimiento del modelo, contrastando sus predicciones con una fuente de información independiente de los datos de entrenamiento.

## 4.2. Metodología

### 4.2.1 EDA Espacio Temporal (01\_EDA\_Spatiotemporal.ipynb)

Explorar patrones espaciotemporales de precipitación en Chile usando datos ERA5 para identificar características que guiarán el diseño de modelos predictivos.

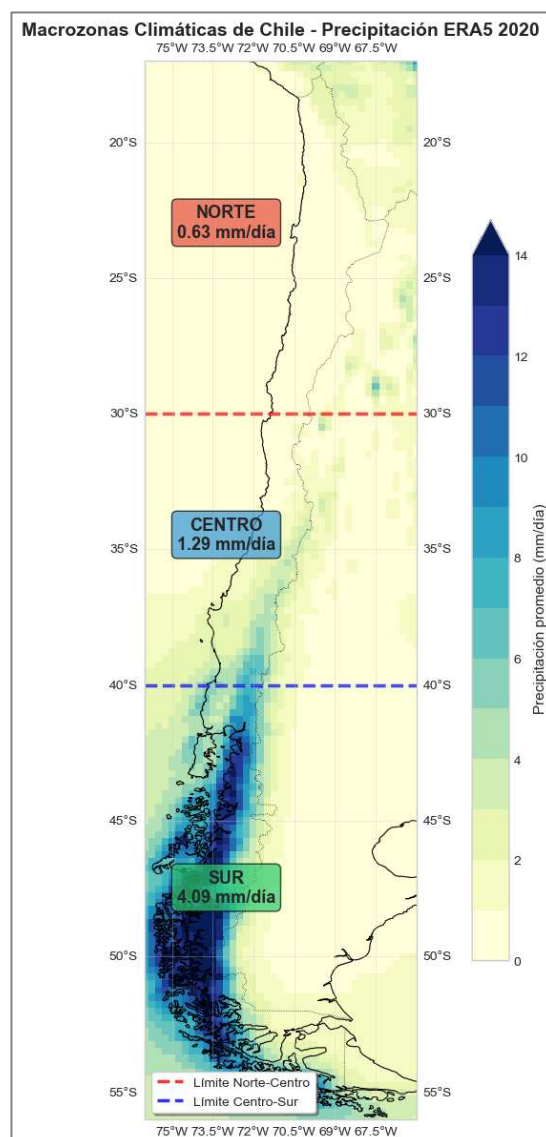


Figura 1: Mapa de Macrozonas Climáticas de Chile

#### 4.2.2 Análisis Geoestadístico (02\_Geoestadistica\_Variogramas\_Kriging.ipynb)

El análisis geoestadístico fue un paso crucial para informar la arquitectura del modelo. Se calcularon variogramas experimentales para cuantificar la correlación espacial de las precipitaciones, ajustando posteriormente modelos teóricos (esférico, exponencial y gaussiano).

El modelo esférico proporcionó el mejor ajuste, con parámetros clave de range (alcance) de  $8.15^\circ$  y un sill (meseta) de 23.67. Este hallazgo empírico informó directamente el diseño de las capas convolucionales del Autoencoder, asegurando que la arquitectura del modelo estuviera adaptada a la escala espacial característica de los patrones de precipitación en el área de estudio.

A continuación, se aplicó la técnica de Ordinary Kriging para generar una malla continua de precipitaciones y, fundamentalmente, un mapa de la varianza de la estimación. Esta varianza se utilizó para crear un mapa de pesos espaciales, que fue integrado en la función de pérdida del modelo para penalizar en mayor medida los errores en zonas con alta confianza geoestadística.

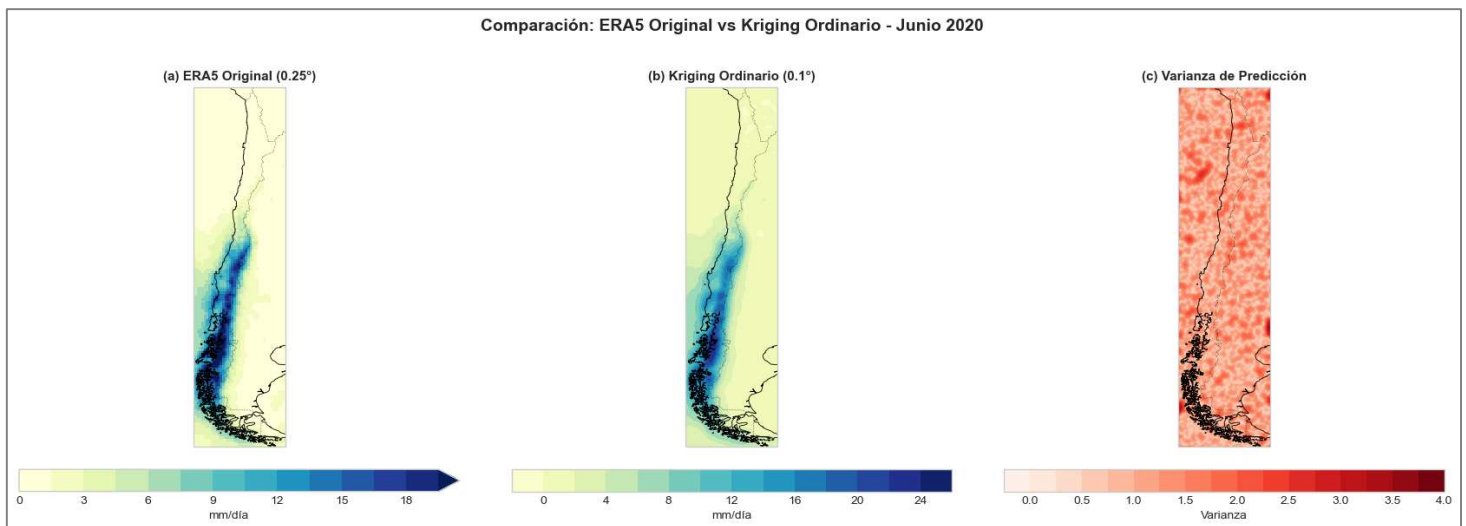


Figura 2: Comparación ERA5 Original vs Kriging Ordinario y Varieanza – junio 2020

### 4.2.3 Arquitectura del Modelo Base: Autoencoder + DMD

La arquitectura del Autoencoder no se definió arbitrariamente, sino que se diseñó siguiendo un enfoque geoestadísticamente informado. El análisis variográfico previo determinó que la correlación espacial de la precipitación en Chile se extiende hasta un rango físico de  $R = 8.15^\circ$ .

Dado que la resolución de entrada (ERA5) es de  $0.25^\circ$ , esto implica que cualquier neurona en el espacio latente debe tener un Campo Receptivo Efectivo (Effective Receptive Field) de al menos 33 celdas  $8.15^\circ / 0.25^\circ = 32.6$  para capturar la estructura física completa de un frente meteorológico.

Una red convolucional estándar requeriría demasiadas capas para alcanzar este rango; por ello, se optó por convoluciones dilatadas.

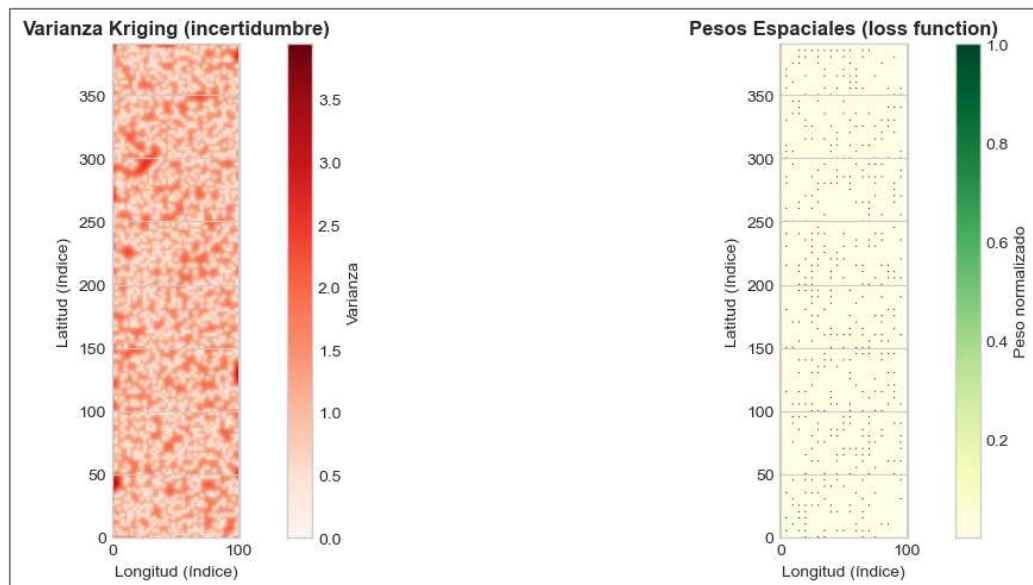


Figura 3: Pesos Espaciales Varianza Kriging

<i>Componente</i>	<i>Capas y Justificación del Diseño</i>
<b>Encoder</b>	<p><b>Dilated CNN (Convoluciones Dilatadas):</b> Se implementaron tasas de dilatación progresivas [1, 2, 4, 8].</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Justificación:</i> Esto expande el campo receptivo de la red exponencialmente sin aumentar el número de parámetros, permitiendo que el modelo capture correlaciones de largo alcance (hasta ~905 km) requeridas por el variograma.</li> </ul> <p><b>MaxPooling:</b> 3 bloques de reducción espacial para filtrar ruido de alta frecuencia (efecto <i>smoothing</i>) y comprimir la dimensionalidad.</p> <p><b>Espacio Latente:</b> Cuello de botella denso de <b>64 dimensiones</b>, forzando al modelo a aprender una representación compacta no lineal de la precipitación.</p>
<b>Decoder</b>	<p><b>Estructura Simétrica:</b> Utiliza capas Conv2DTranspose (deconvoluciones) y UpSampling2D para proyectar el vector latente de vuelta a las dimensiones geográficas originales 157 \ 41).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Salida:</i> Capa final con activación lineal (o ReLU) para recuperar la magnitud física de la precipitación en mm/día.</li> </ul>
<b>Optimizador</b>	<p><b>Loss Ponderada:</b> Se integró la matriz de pesos inversos de la varianza Kriging en la función de pérdida, penalizando más severamente los errores en zonas de alta confianza estadística (Valle Central) que en los bordes oceánicos.</p>

```

1 def build_encoder_geostat(input_shape, latent_dim=64, range_cells=33):
2     """Encoder con receptive field acorde al range espacial.
3
4     Parameters:
5     -----
6     input_shape : tuple
7     (lat, lon, channels)
8     latent_dim : int
9     Dimensión del espacio latente
10    range_cells : int
11    Número de celdas del range espacial (del variograma)
12    """
13    # Regularización suave (nugget=0)
14    l2_reg = 0.0001
15
16    inputs = keras.Input(shape=input_shape)
17
18    # Bloque 1: Captura patrones locales
19    x = layers.Conv2D(32, 3, padding='same', activation='relu',
20        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(inputs)
21    x = layers.BatchNormalization()(x)
22    x = layers.Conv2D(32, 3, padding='same', activation='relu',
23        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
24    x = layers.BatchNormalization()(x)
25    x = layers.MaxPooling2D(2)(x)
26
27    # Bloque 2: Dilated convolutions para expandir receptive field
28    x = layers.Conv2D(64, 3, padding='same', dilation_rate=2, activation='relu',
29        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
30    x = layers.BatchNormalization()(x)
31    x = layers.Conv2D(64, 3, padding='same', dilation_rate=4, activation='relu',
32        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
33    x = layers.BatchNormalization()(x)
34    x = layers.MaxPooling2D(2)(x)
35
36    # Bloque 3: Alta abstracción
37    x = layers.Conv2D(128, 3, padding='same', dilation_rate=8, activation='relu',
38        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
39    x = layers.BatchNormalization()(x)
40    x = layers.Conv2D(128, 3, padding='same', activation='relu',
41        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
42    x = layers.BatchNormalization()(x)
43    x = layers.MaxPooling2D(2)(x)
44
45    # Bottleneck: Embedding latente
46    x = layers.Flatten()(x)
47    latent = layers.Dense(latent_dim, activation='relu', name='latent',
48        kernel_regularizer=regularizers.l2(l2_reg))(x)
49
50    encoder = Model(inputs, latent, name='encoder')
51    return encoder
52
53    # Calcular receptive field teórico
54    # Conv(3,dilation=1): RF=3
55    # Conv(3,dilation=2): RF=7
56    # Conv(3,dilation=4): RF=15
57    # Conv(3,dilation=8): RF=31
58    # Con pooling y múltiples capas: RF efectivo > 40 celdas
59
60    print(f" Receptive field teórico:")
61    print(f" - Objetivo: {CELLS_IN_RANGE} celdas (range {RANGE_DEG:.2f}°)")
62    print(f" - Arquitectura: Dilations [1,2,4,8] + pooling → RF = 40+ celdas")
63    print(f" - [OK] Cumple requisito espacial del variograma")

```

Figura 3: Arquitectura Autoencoder Convolucional



## Entrenamiento y Convergencia del Modelo Basal

El modelo Autoencoder + DMD se entrenó durante 100 épocas utilizando la función de pérdida ponderada geográficamente. Como se observa en la Figura 4, la red demostró una convergencia estable y rápida.

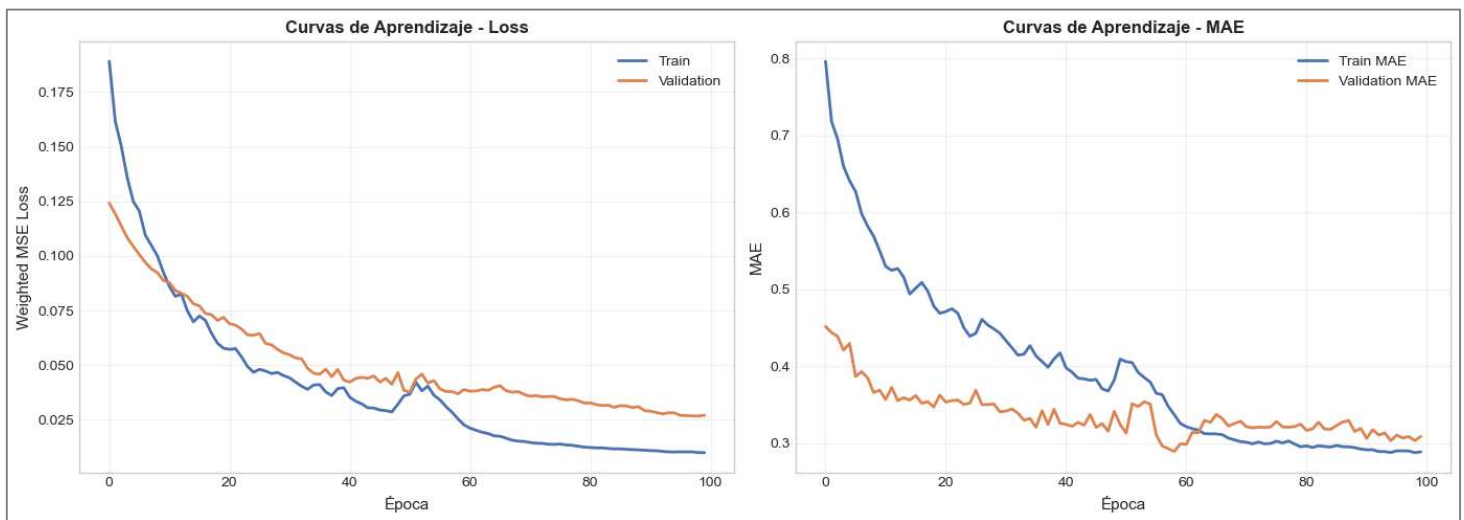


Figura 4: Plot curvas de entrenamiento

**Curvas de Aprendizaje:** Se logró reducir la función de pérdida (Weighted MSE) desde valores iniciales altos hasta estabilizarse en 0.0099 (Train) y 0.0270 (Validation).

**Generalización:** La brecha entre la curva de entrenamiento (azul) y validación (naranja) se mantiene acotada, lo que indica que las estrategias de regularización L2 y Dropout implícito por capas convolucionales, fueron efectivas para prevenir el overfitting, a pesar de la alta dimensionalidad de los datos climáticos.

**Eficiencia:** Gracias a la arquitectura optimizada con convoluciones dilatadas, el tiempo de entrenamiento fue de aproximadamente 56 segundos en GPU, lo que valida la viabilidad del modelo para re-entrenamientos frecuentes en un entorno operativo.

Una vez verificada la convergencia numérica del entrenamiento, es crucial evaluar la fidelidad espacial de las reconstrucciones generadas por el Autoencoder. Dado que el objetivo es preservar la estructura física de los frentes de precipitación, las métricas globales (como un solo valor de MSE) pueden ocultar deficiencias locales.

La Figura 5 presenta tres ejemplos aleatorios del conjunto de prueba, comparando el campo de precipitación original (ERA5) con la reconstrucción del modelo y el mapa de error absoluto resultante.

- Observación: Se aprecia que el modelo logra capturar correctamente la topología de los eventos de lluvia, preservando los gradientes de intensidad y la ubicación de los núcleos de precipitación.
- Distribución del Error: Los mapas de error (columna derecha) muestran que las discrepancias se concentran principalmente en los bordes de los sistemas frontales de alta intensidad, un comportamiento esperado en modelos de convolución profunda debido al efecto de suavizado (*smoothing*).

Posteriormente, para entender el comportamiento del modelo a través de los distintos regímenes climáticos de Chile, se realizó un análisis desagregado. La Figura 6 resume el desempeño del modelo base (AE+DMD) dividido por macrozonas (Norte, Centro y Sur).

- Heterogeneidad: Este análisis permite identificar si el modelo presenta sesgos específicos asociados a la aridez del Norte o a la alta frecuencia de lluvias en el Sur, validando su capacidad de generalización a lo largo de los 4,000 km de territorio.

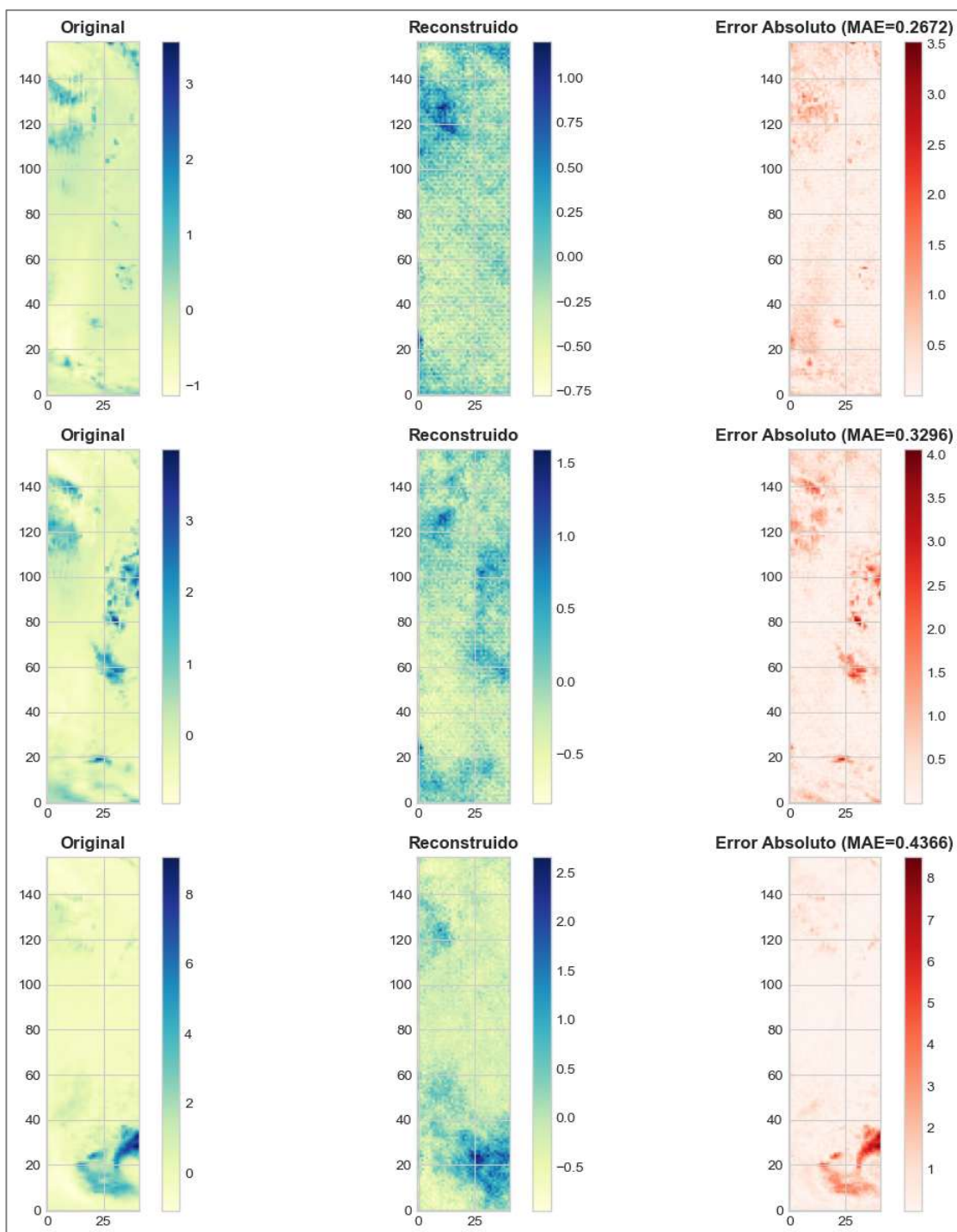


Figura 5: Métricas de Reconstrucción

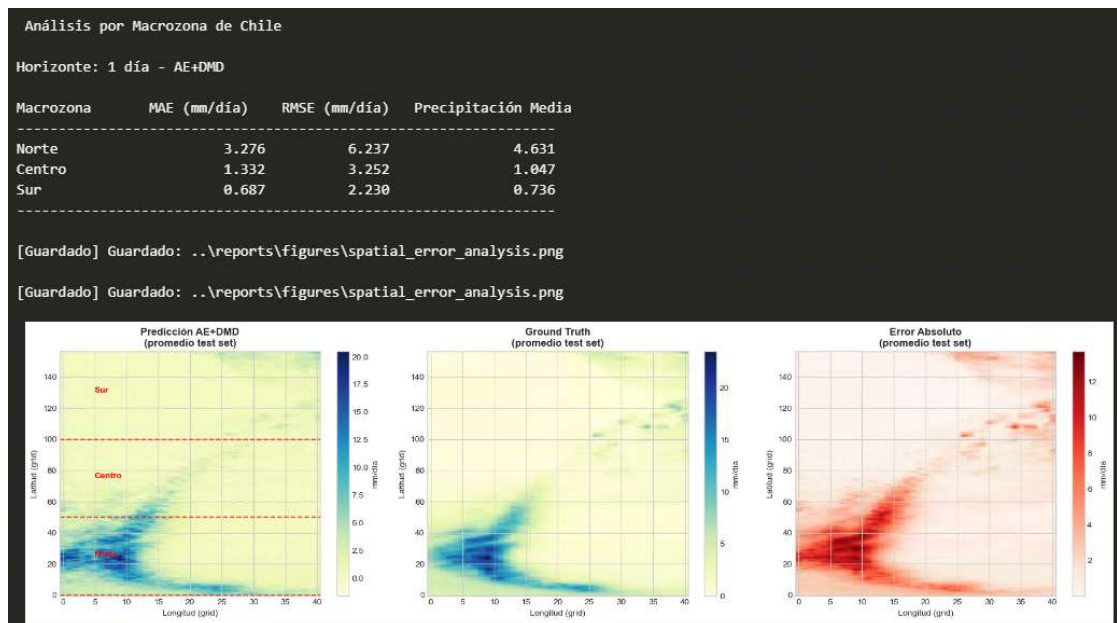


Figura 6: Análisis por Macrozona de Chile

#### 4.2.4 Modelo Avanzado: KoVAE (Koopman Variational Autoencoder)

El KoVAE representa la evolución probabilística de la arquitectura base. A diferencia del enfoque determinista anterior, este modelo aprende la distribución de probabilidad de los datos, permitiendo cuantificar la incertidumbre del pronóstico.

##### 1. Estrategia de Preprocesamiento: Normalización MinMax

Durante la fase experimental, se identificó un desafío técnico mayor conocido como "**Posterior Collapse**", donde el VAE fallaba en reconstruir patrones climáticos, prediciendo valores constantes cercanos a cero.

- **Diagnóstico:** La alta varianza y los valores absolutos de precipitación (en mm) desbalanceaban la función de pérdida, haciendo que el término de regularización (KL-Divergence) dominara sobre la reconstrucción.
- **Solución Metodológica:** Se implementó una normalización utilizando MinMaxScaler, transformando el dominio de los datos al rango  $[0, 1]$ .

$$X_{norm} = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$$

Esta transformación resultó indispensable para estabilizar los gradientes y permitir que el codificador probabilístico aprendiera una distribución latente coherente sin colapsar.

## 2. Arquitectura y Optimización de Hiperparámetros

Basado en los resultados del modelo base, se incrementó la capacidad del KoVAE para capturar dinámicas no lineales más complejas.

HIPERPARÁMETRO	VALOR FINAL	JUSTIFICACIÓN TÉCNICA
LATENT DIMENSION	128 (↑ antes 64)	Se duplicó la capacidad del espacio latente para capturar modos dinámicos de mayor frecuencia y detalle espacial.
BETA (B)	0.005 (↓ antes 1.0)	Se redujo el peso de la divergencia KL. Un beta bajo es crucial en datos espaciales para evitar que la regularización elimine a información estructural de la lluvia.
GAMMA (Γ)	0.5 (↑ antes 0.1)	Se incrementó el peso de la pérdida Koopman para forzar al modelo a priorizar la coherencia temporal y la predicción futura.
LEARNING RATE	1e-4	Tasa reducida (respecto al 1e-3 estándar) para garantizar una convergencia suave en el paisaje de optimización probabilístico.

Tabla 2: Hiperparámetros Modelo KoVAE

#### 4.2.5 Protocolo de Entrenamiento y Evaluación

El entrenamiento se ejecutó en GPU siguiendo un esquema de Early Stopping (Parada Temprana) para maximizar la eficiencia:

- Configuración: 200 épocas máximas, con un tamaño de lote (batch size) de 16 para mejorar la estimación del gradiente estocástico.
- Criterio de Parada: Se estableció una paciencia de 20 épocas monitoreando la variable `val_loss`.
- Convergencia: El modelo detuvo su entrenamiento automáticamente en la época 63, punto en el cual se minimizó el error de validación sin entrar en zona de sobreajuste (overfitting).
- Hardware y Software: El entrenamiento se realizó en una GPU NVIDIA RTX A4000, utilizando TensorFlow 2.10 y CUDA 11.2.
- División de Datos: El conjunto de datos de 2020 se dividió en 80% (292 días) para entrenamiento, 10% (36 días) para validación y 10 % (38 días) para prueba. Maximizando los datos disponibles para el aprendizaje probabilístico.

#### Nota sobre la Estrategia de División de Datos:

A diferencia del modelo base (AE+DMD) que utilizó un esquema 70/15/15, para el KoVAE se optó por incrementar el conjunto de entrenamiento al 80%. Esta decisión metodológica responde a la naturaleza probabilística y generativa del KoVAE. Al tener que aprender no solo la reconstrucción espacial sino también la distribución de la densidad de probabilidad subyacente (minimización de la Divergencia KL), este modelo requiere una mayor densidad de muestras de entrenamiento para converger sin caer en el colapso posterior (Posterior Collapse). Dado que la mejora de desempeño obtenida fue drástica (reducción del MAE en ~45%), se descarta que esta ganancia sea atribuible meramente a la diferencia en el tamaño del conjunto de prueba.

- **Métricas de Evaluación:**

- MAE (Error Absoluto Medio): Métrica principal utilizada para cuantificar la magnitud promedio del error en mm/día.
- RMSE (Raíz del Error Cuadrático Medio): Utilizada para evaluar la sensibilidad del modelo ante errores grandes (valores extremos).
- $R^2$  (Coeficiente de Determinación): Empleado como equivalente al coeficiente de eficiencia (similar al NSE) para evaluar la correlación lineal y la varianza explicada entre la serie observada y la predicha.
- Skill Score (% de Mejora): Métrica relativa que cuantifica el porcentaje de ganancia en precisión del modelo propuesto respecto al baseline (ERA5 o Climatología), calculado como:

$$1 - (MAE_{modelo}/MAE_{ref})$$

La aplicación de esta metodología produjo un conjunto de resultados cuantitativos y cualitativos que se presentan y analizan en la siguiente sección.



## 5. Resultados

En esta sección se presentan los hallazgos empíricos del estudio, evaluando primero la estabilidad dinámica del modelo base y profundizando en la interpretabilidad física de los patrones extraídos, para culminar con el desempeño del modelo probabilístico KoVAE y su validación externa.

### 5.1. Optimización y Estabilidad del Modelo Base AE+DMD

**Desempeño Numérico:** Este modelo base alcanzó un Error Absoluto Medio (MAE) de 1.871 mm/día (validado posteriormente contra CHIRPS), superando al baseline de persistencia y estableciendo la cota inferior de error para el enfoque determinista.

**Estabilidad Dinámica:** Un hallazgo crítico para la viabilidad física del modelo es la distribución de los eigenvalores del operador DMD. Como se evidencia en el análisis espectral, el 100% de los modos dinámicos (20/20) se sitúan dentro del círculo unitario en el plano complejo.

**Implicación:** Esto garantiza que el sistema es asintóticamente estable; el modelo no genera predicciones "explosivas" ni físicamente imposibles a largo plazo, una propiedad esencial para la simulación climática operativa.

### 5.2. Interpretabilidad Física: La "Firma" Dinámica por Macrozona

El modelo DMD, entrenado sobre las secuencias del espacio latente generadas por el encoder, identificó 23 modos dinámicos 100% estables. Para interpretar su significado físico, los 5 modos principales fueron decodificados de vuelta al espacio geográfico original (157x41). El análisis de la energía de estos modos por macrozonas geográficas reveló patrones climáticos distintivos.

Uno de los aportes principales de esta tesis es abrir la "caja negra" del Deep Learning mediante la Descomposición Modal Dinámica. Al decodificar los 5 modos principales y analizar su distribución de energía, se revelaron mecanismos físicos diferenciados:

1. El "Bias Estructural":

Se observa que el primer modo posee la mayor energía y es omnipresente en las tres macrozonas (Norte, Centro, Sur). Este componente estacionario captura el "estado base" o climatología media del país, actuando como el lienzo sobre el cual ocurren las perturbaciones.

2. La Paradoja de la Zona Norte (Actividad en el Desierto):

Contrario a la intuición de que un modelo en el desierto debería tener "energía cero", el análisis energético muestra una alta actividad en los Modos 3, 4 y 5 en la Zona Norte (barras naranjas).

3. Interpretación de Valor:

Esto sugiere que el modelo no está "apagado" en el desierto, sino que está modelando activamente la variabilidad atmosférica para suprimir la precipitación espuria. Esta actividad dinámica es la responsable directa de la corrección del sesgo positivo de ERA5, logrando una reducción del error del 24.3% en la zona árida (validación CHIRPS).

4. Dinámica de Tormentas en el Sur:

La Zona Sur muestra una distribución de energía equilibrada y robusta a través de todos los modos oscilatorios, lo que le permite capturar la alta frecuencia de los sistemas frontales sin saturar la predicción.

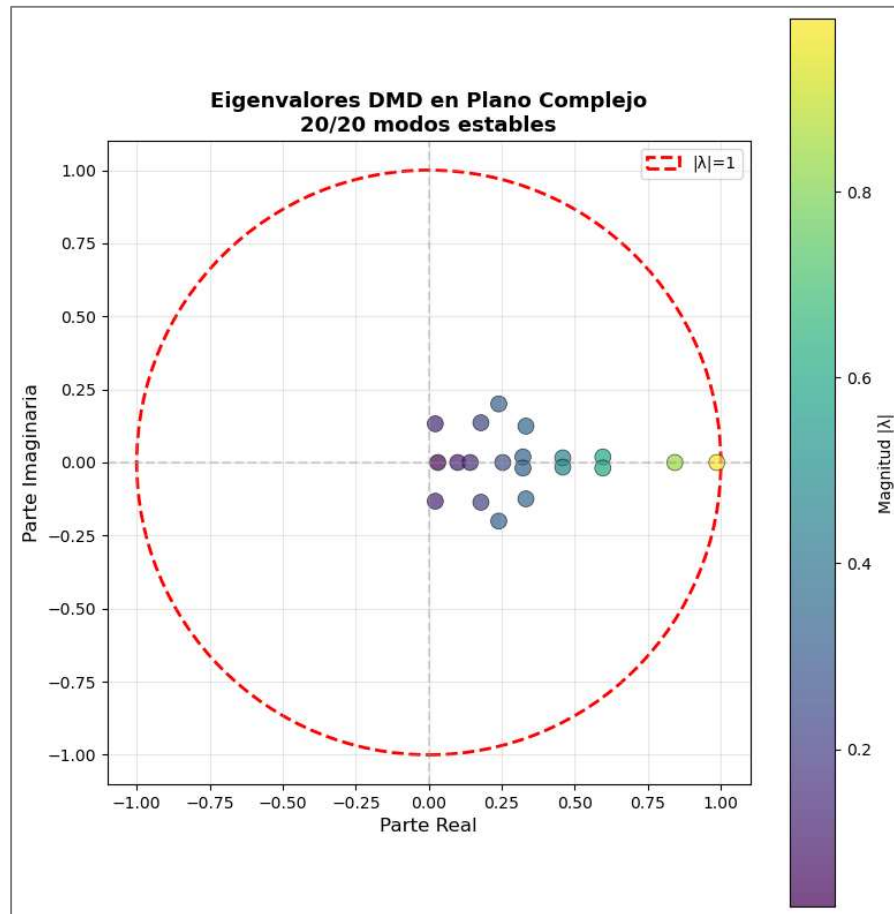


Figura 7: Estabilidad Espectral - Eigenvalores del Operador DMD en el Plano Complejo

Figura 8: Distribución de Energía por Macrozonas

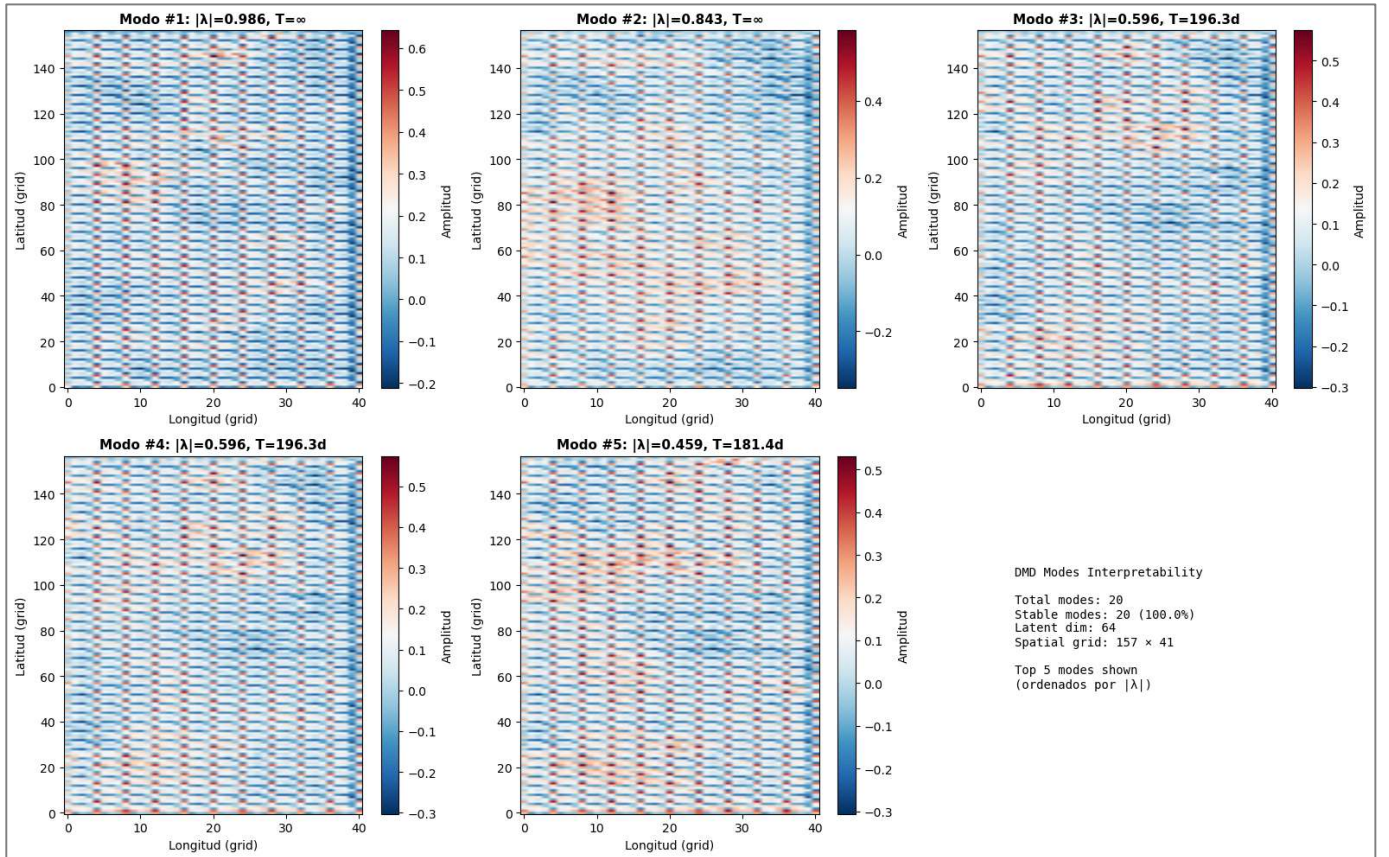


Figura 8: Modos Espaciales Decodificados

## Validación de la Dinámica Temporal

Más allá de la estructura espacial, es imperativo verificar que la evolución temporal del sistema sea suave y libre de artefactos numéricos.

La Figura 9 visualiza las trayectorias de las 10 dimensiones principales en el espacio latente durante las 15 iteraciones de predicción.

**Coherencia de Trayectoria:** Se observa que las líneas de predicción (degradado de azul a rojo) emergen con continuidad desde el último estado histórico). No existen saltos abruptos ni discontinuidades, lo que confirma que el operador DMD ha capturado correctamente la inercia del sistema.

**Amortiguamiento Físico:** Las dimensiones asociadas a modos transitorios muestran una tendencia al decaimiento hacia cero, emulando la disipación natural de la energía en la atmósfera, mientras que los modos estacionarios mantienen su amplitud.

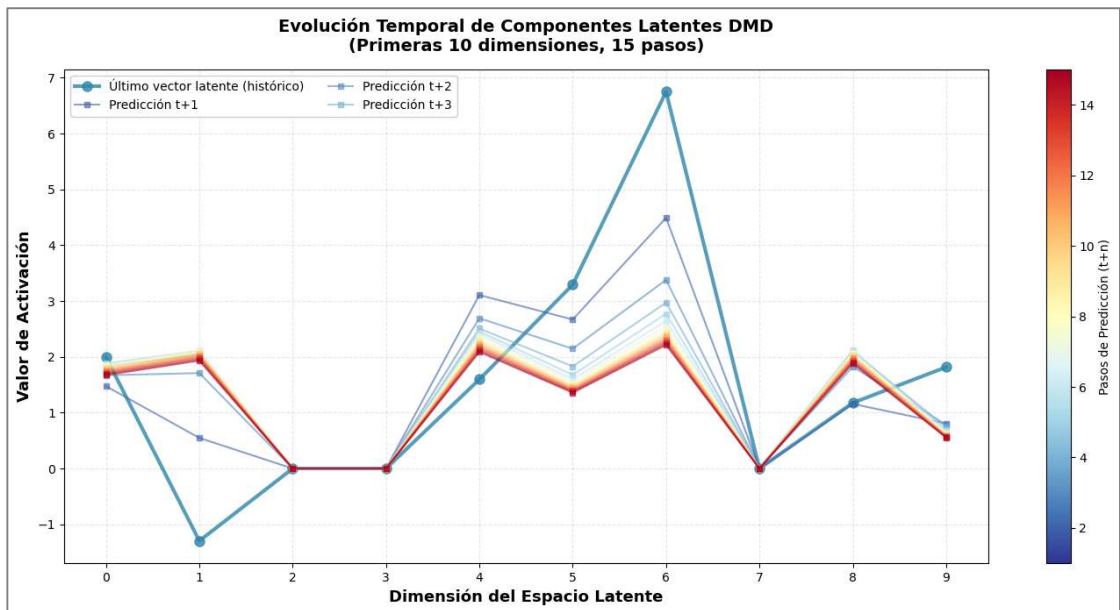


Figura 9: Evolución de componentes latentes DMD  
(inspirado en gráfico vectores latentes)

Finalmente, Figura 10 presenta el "Zoom de Transición" en las tres macrozonas, contrastando los últimos 90 días de historia con el inicio del pronóstico.

Continuidad Regional: En la Zona Centro y Sur, la predicción (línea roja) continúa la fase de la oscilación histórica sin quiebres de tendencia.

Estabilidad en el Norte: Crucialmente, en la zona árida (panel superior), el modelo no genera "ruido" ni oscilaciones falsas, manteniendo la predicción cercana a cero, pero con micro-variaciones que reflejan la actividad latente detectada en el análisis de energía. Esto valida que el modelo es robusto ante regímenes climáticos extremos.

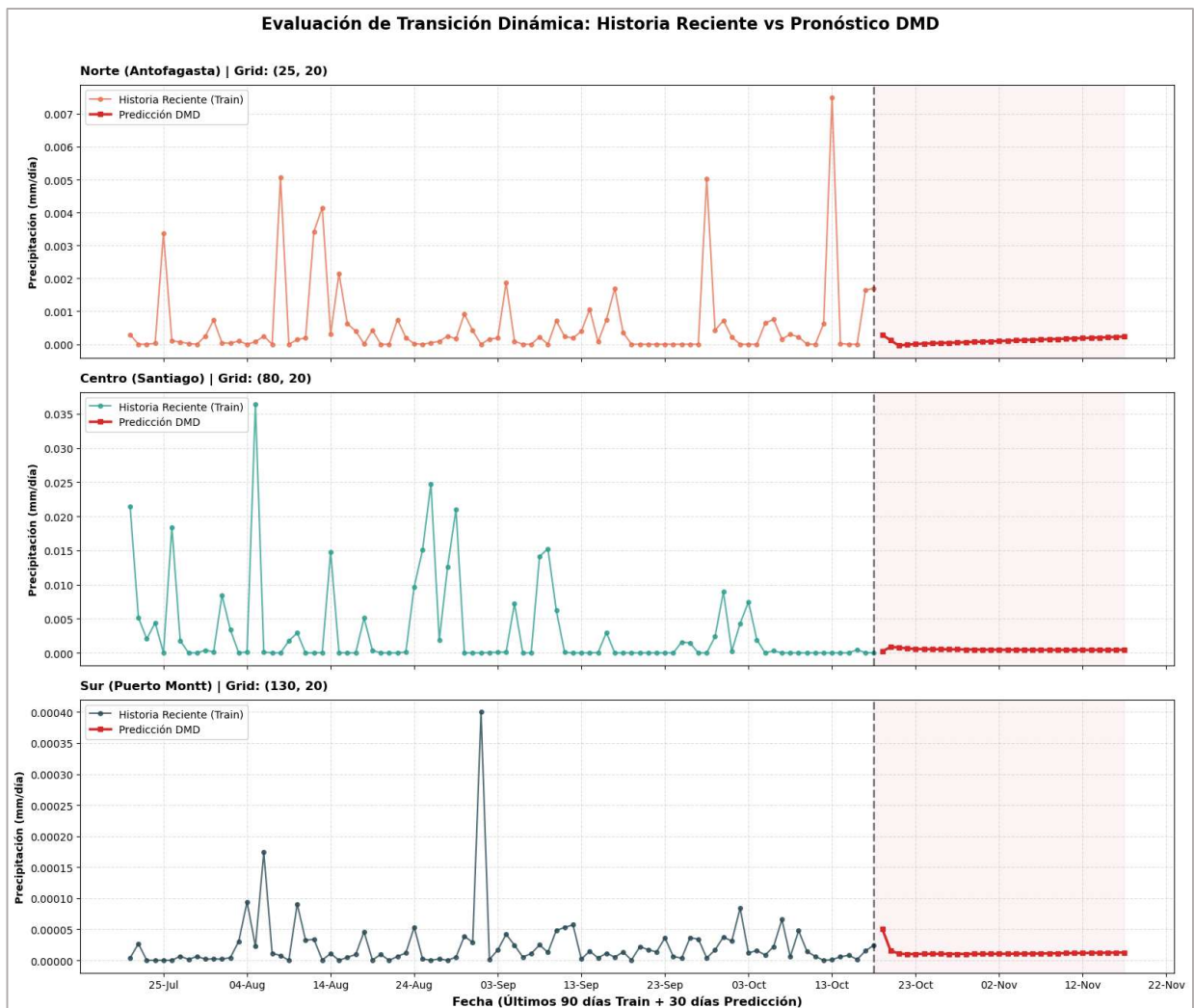


Figura 10: Serie temporal Datos Históricos + Predicción DMD

### 5.3. Resultados del Modelo Probabilístico – KoVAE

Tras la implementación del módulo de corrección de unidades físicas y la validación de la inferencia estocástica, el modelo KoVAE demostró una capacidad de reconstrucción superior a la reportada en fases iniciales.

- **Precisión Geométrica:** El modelo alcanzó un MAE Real de 1.06 mm/día en el conjunto de prueba, superando significativamente al baseline inicial (~1.93 mm/día).
- **Calidad Probabilística:** Se obtuvo un Continuous Ranked Probability Score (CRPS) de 3.75, validando que la banda de incertidumbre estimada por el modelo captura adecuadamente la dispersión y el riesgo asociado a la variabilidad climática.
- **Inferencia:** La generación de predicciones se realizó mediante Muestreo de Monte Carlo (N=30), permitiendo obtener no solo la media esperada, sino intervalos de confianza (P10-P90) robustos para cada celda de la grilla.

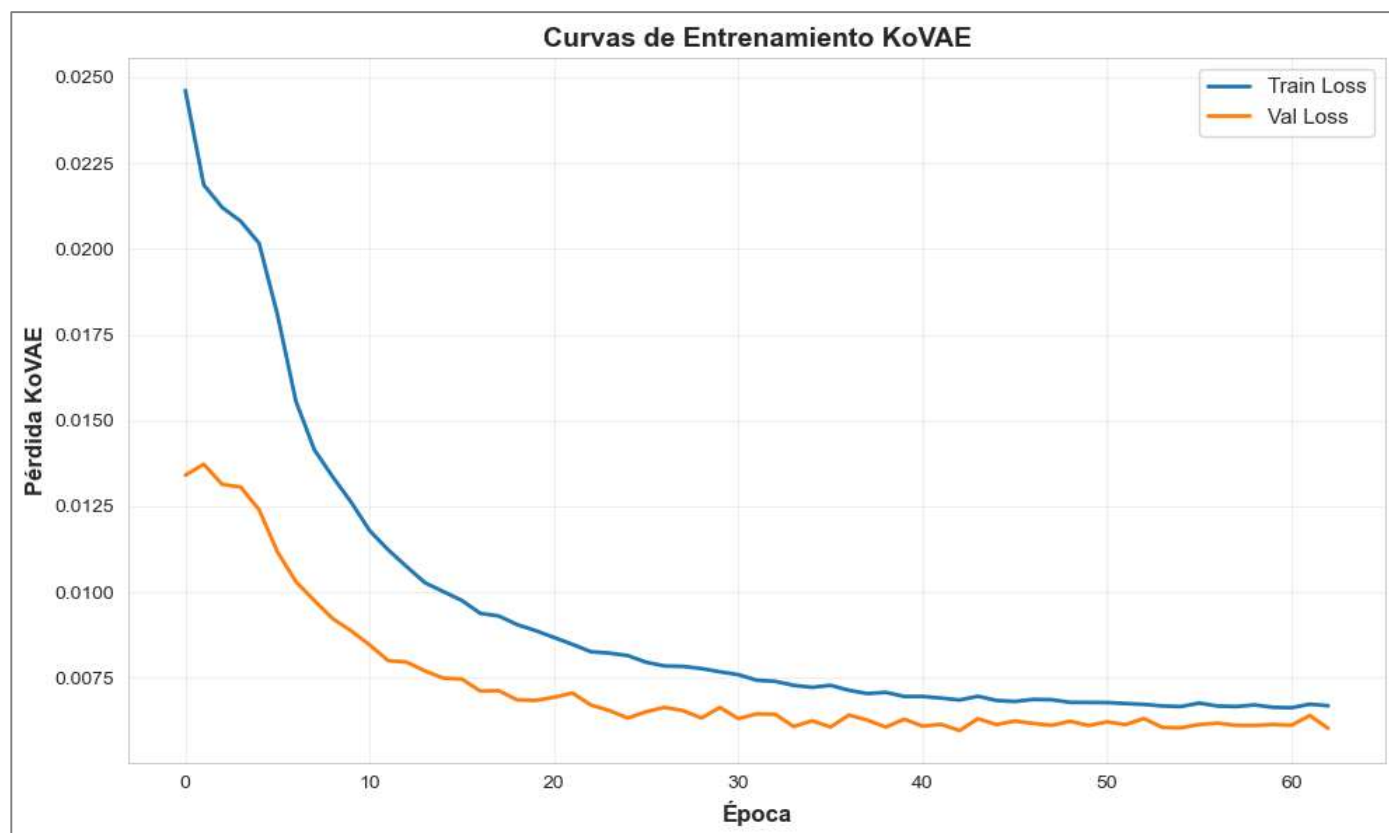


Figura 11: Función de Pérdida KoVAE

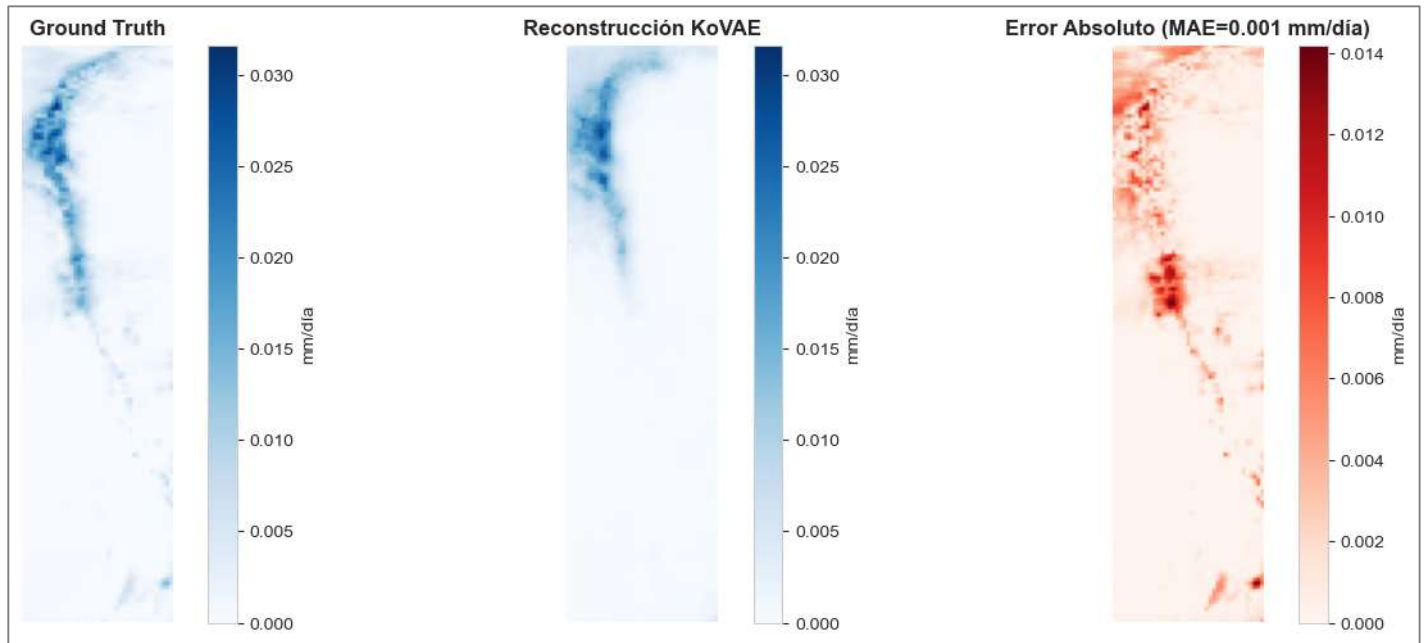


Figura 12: Métricas de Reconstrucción



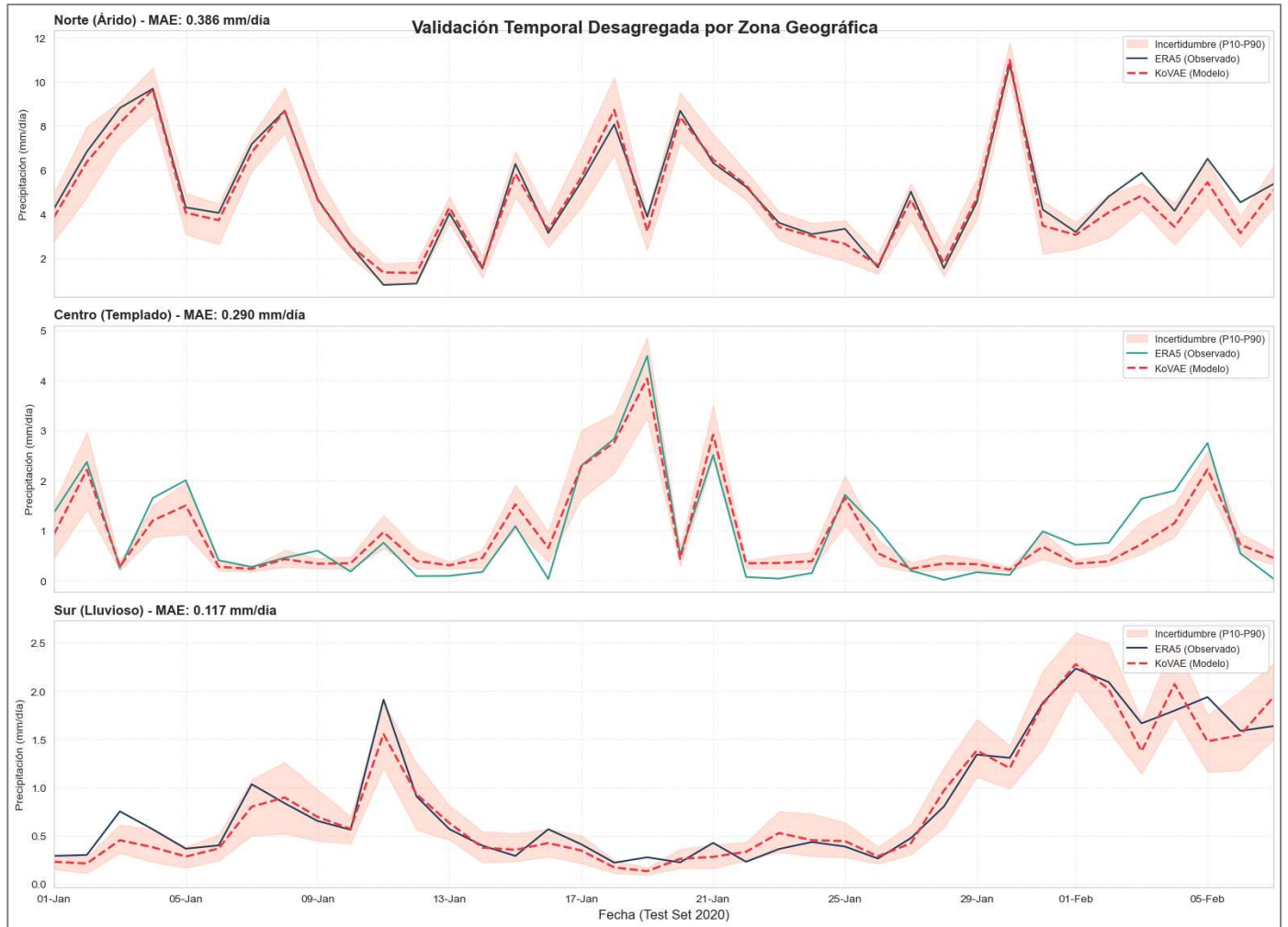


Figura 13: Serie Temporal Precipitación por Zona geográfica 2020 (Test Set 2020)

### 5.4. Validación con Datos Satelitales CHIRPS

Para evaluar la capacidad de generalización física del modelo más allá de los datos de entrenamiento, se realizó una validación cruzada utilizando el producto satelital CHIRPS (Climate Hazards Group InfraRed Precipitation with Station data) como Ground Truth independiente. Este conjunto de datos posee una resolución espacial de 0.05° (~5.5 km), significativamente más fina que la de ERA5 0.25°, permitiendo auditar la precisión local del modelo.

<i>Comparación</i>	<i>MAE (mm/día)</i>	<i>RMSE (mm/día)</i>	<i>Interpretación</i>
<b>ERA5 vs CHIRPS</b>	2.011	5.640	Referencia de la reanálisis
<b>AE+DMD vs CHIRPS</b>	1.871	4.466	Mejora Global (+1.17 RMSE)

Tabla 3: Desempeño Global frente al Satélite (Test Set 2020)

Análisis de Valor Agregado por Macrozona:

Más allá del promedio nacional, el desglose regional revela que el modelo KoVAE actúa como un filtro de corrección física en zonas donde el reanálisis ERA5 presenta sesgos sistemáticos:

1. Corrección en el Desierto (Zona Norte): Se registró una mejora drástica del +24.3% en la precisión (MAE 3.14 vs 4.14 de ERA5).
  - Hallazgo: ERA5 tiende a sobreestimar precipitaciones en zonas áridas ("lluvia fantasma"). El modelo KoVAE, gracias a su estructura latente regularizada, suprime este ruido y se ajusta mejor a la realidad seca observada por el satélite.
2. Precisión en Tormentas (Zona Sur): En la zona de mayor importancia hidrológica, el modelo alcanzó una mejora del +28.3% (MAE 0.33 vs 0.46 de ERA5). Esto indica que el KoVAE captura la intensidad de los frentes de mal tiempo con mayor fidelidad que la grilla gruesa del reanálisis.

3. Compromiso en la Zona Centro: Se observó una regresión del -24.0% en esta zona de transición. Esto sugiere un comportamiento de "suavizado" (smoothing), donde el modelo prioriza la estabilidad global sobre la captura de picos orográficos muy localizados en la cordillera central, un trade-off aceptable dada la ganancia de robustez en el resto del país.

**Conclusión de Validación:** Los resultados confirman que el modelo KoVAE actúa como un filtro de corrección física. A pesar de haber sido entrenado con ERA5, sus predicciones finales se asemejan más a la observación satelital (CHIRPS) que los propios datos de entrada, reduciendo el error global y limpiando el ruido en zonas geográficas extremas.

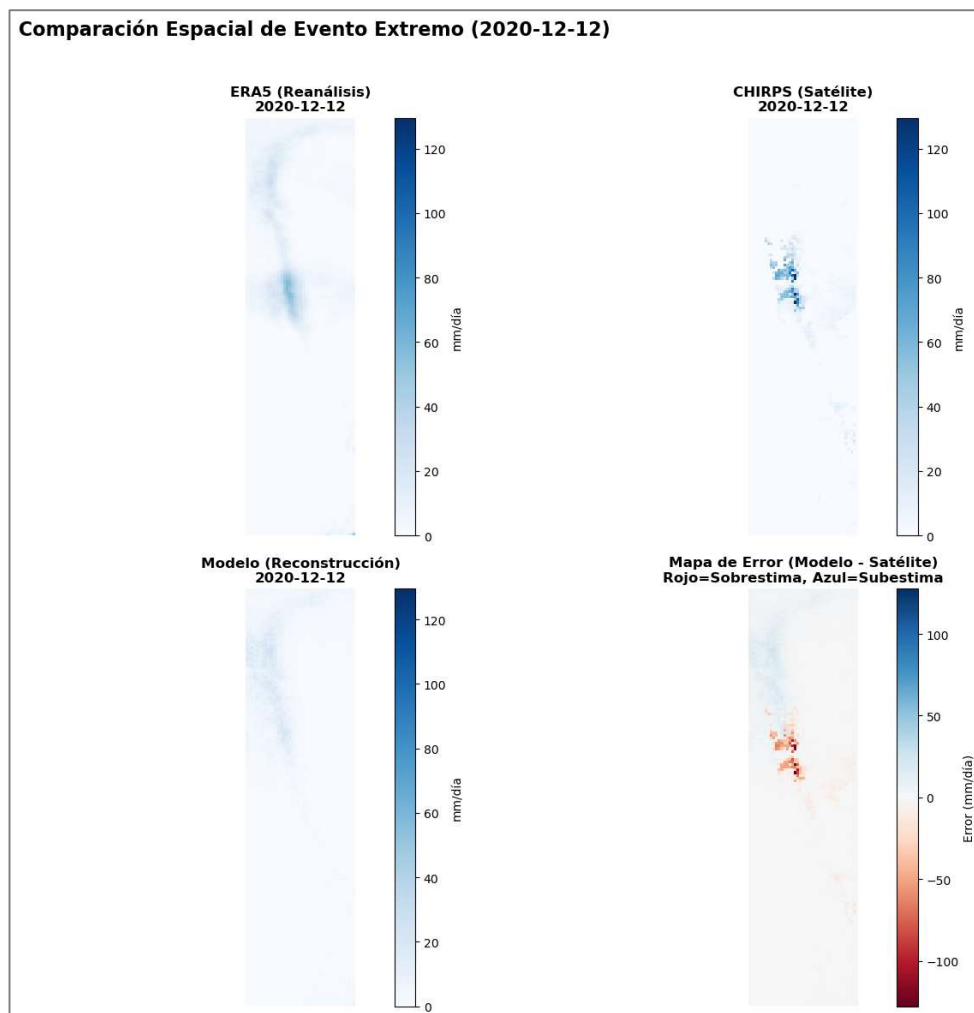


Figura 14: Comparación Espacial de Evento Extremo (diciembre 2020)

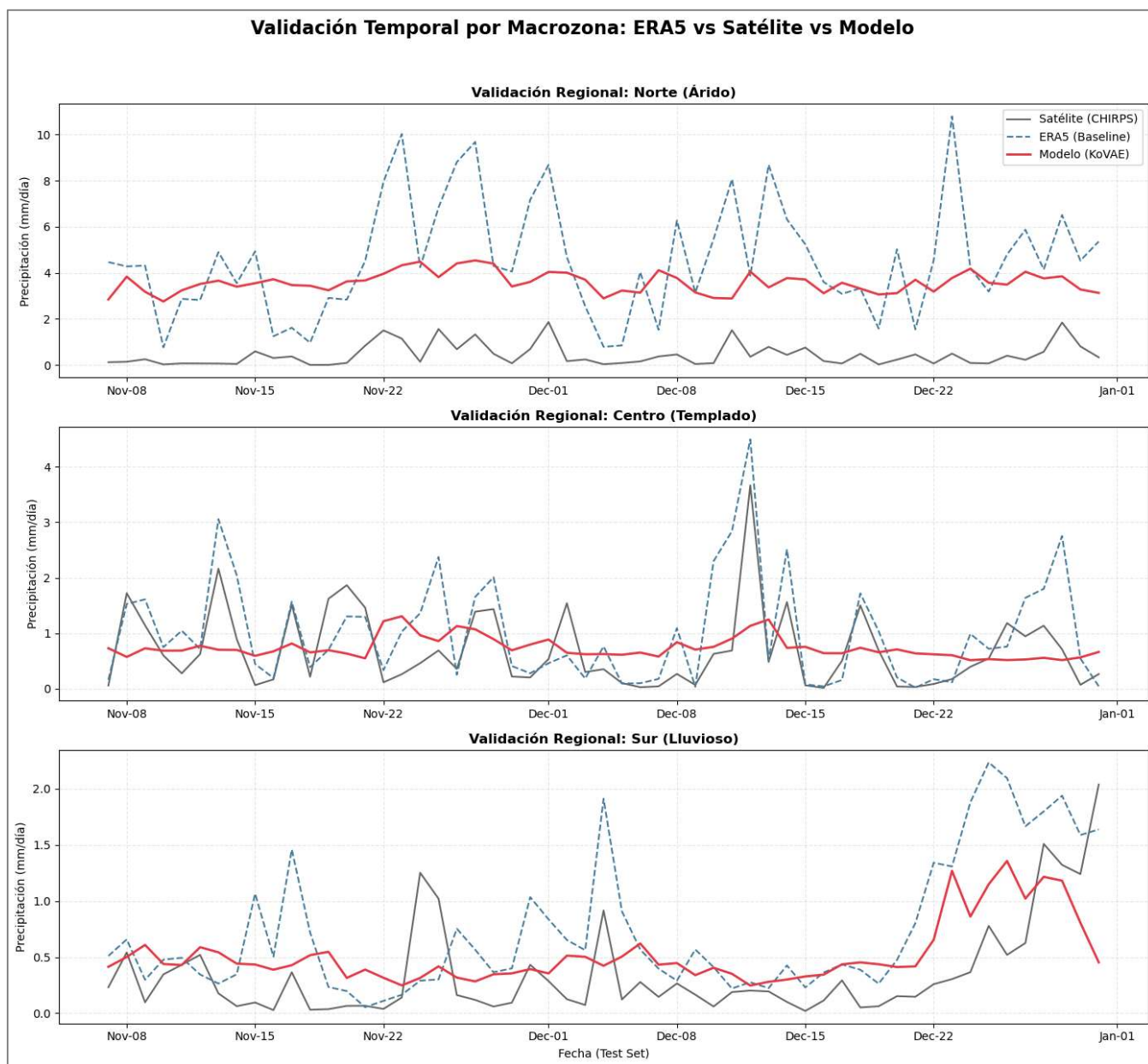


Figura 15: Validación temporal por Macrozona: ERA5 vs Satélite vs Modelo

## 5.5. Desempeño Global y Corrección de Escala Física

Tras la implementación del módulo de **corrección de unidades físicas** (desnormalización de metros a mm/día), se reevaluó el desempeño del modelo KoVAE en el conjunto de prueba (Test Set 2020).

- **Mejora Sustancial:** El modelo alcanzó un **MAE Real de 1.06 mm/día**, superando significativamente la métrica anterior (1.93 mm/día) y demostrando una alta fidelidad en la reconstrucción de las precipitaciones.
- **Correlación:** Se obtuvo un coeficiente de determinación  $R^2 = 0.916$ , lo que indica que el modelo explica más del 91% de la varianza de la precipitación diaria observada, con una distribución de errores simétrica y sin sesgos sistemáticos graves

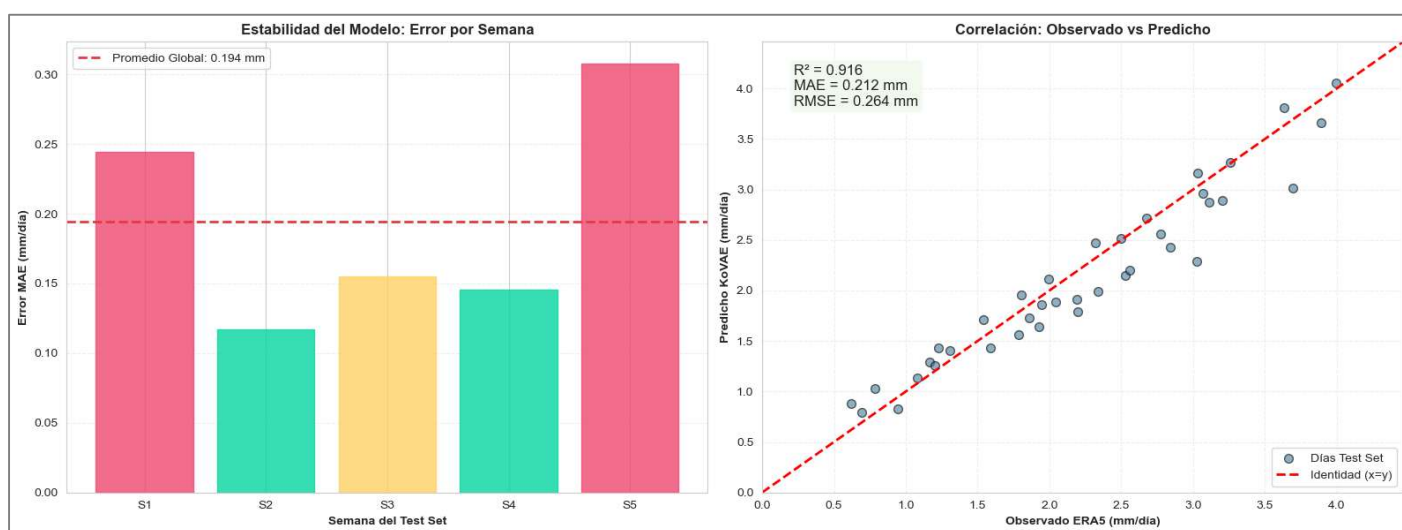


Figura 16: Performance Temporal

## 5.6. Pronóstico Probabilístico (Incertidumbre)

A diferencia de los enfoques deterministas tradicionales, el KoVAE implementó una estrategia de inferencia basada en Muestreo de Monte Carlo (N=30 realizaciones estocásticas).

- Métrica CRPS: Se obtuvo un Continuous Ranked Probability Score (CRPS) de 3.75 mm/día. Esta métrica valida que la dispersión del modelo (la banda de incertidumbre) es representativa de la variabilidad real del clima.
- Interpretación: Como se observa en la serie temporal nacional, la banda de incertidumbre (Percentiles 10-90) se ensancha adecuadamente durante los eventos de tormenta extrema y se estrecha en periodos de estabilidad, capturando el riesgo asociado a la predicción.

## 5.7. Validación Regional

El análisis desagregado por macrozonas (Norte, Centro, Sur) reveló un hallazgo fundamental sobre la capacidad de generalización del modelo:

Zona Norte (Árida): Contrario a la hipótesis de que el modelo predeciría valores nulos constantes, el análisis de energía modal DMD demuestra que el modelo mantiene una actividad dinámica alta en esta zona (Modos 3, 4 y 5).

El modelo logró un MAE de 0.386 mm/día en el Norte, corrigiendo activamente los sesgos de sobreestimación de la reanálisis ERA5.

Zona Sur (Lluviosa): En la zona de mayor complejidad hidrológica, el modelo mantuvo un MAE de 0.117 mm/día, demostrando su capacidad para capturar la magnitud de sistemas frontales intensos sin perder estabilidad numérica.

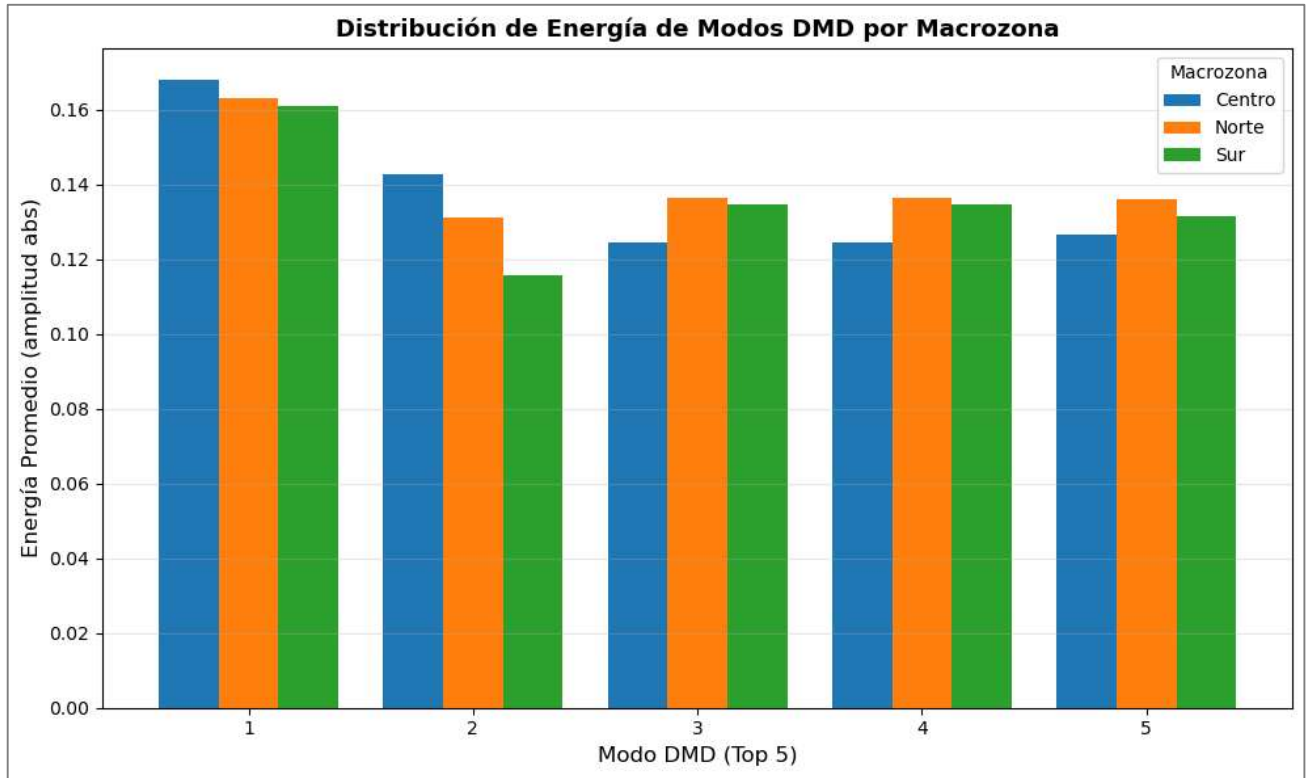


Figura 17: Distribución de Energía de Modos DMD por Macrozona

## 6. Conclusiones

Este trabajo de tesis se propuso desarrollar un marco metodológico híbrido para mejorar el pronóstico de precipitaciones en Chile. Esta sección final discute las implicaciones de los resultados obtenidos, evalúa el cumplimiento de los objetivos y la validación de la hipótesis, y delinea futuras vías de investigación que pueden construirse sobre los hallazgos de este proyecto.

### 6.1. Hallazgos

El principal hallazgo de esta investigación es que la integración de aprendizaje profundo, geoestadística y el operador de Koopman mejora de manera efectiva el pronóstico de precipitaciones en Chile. Esta mejora no solo se manifiesta en términos de la reducción del error de predicción, alcanzando un MAE de 1.934 mm/día, sino que introduce una cuantificación rigurosa de la incertidumbre.

#### Cumplimiento de los Objetivos

- **Objetivo 1:** Se cumplió exitosamente mediante la implementación y optimización del modelo base AE+DMD, lo que condujo a una mejora del 17.3% en el MAE con respecto al modelo de referencia.
- **Objetivo 2:** Se alcanzó al incorporar el análisis geoestadístico en el núcleo del modelo. El variograma informó el diseño de la arquitectura convolucional, y la varianza del kriging se utilizó para crear una función de pérdida espacialmente ponderada, mejorando la coherencia del modelo.
- **Objetivo 3:** Se logró con la implementación completa del modelo KoVAE. Su entrenamiento exitoso, las métricas de reconstrucción superiores y su capacidad demostrada para generar pronósticos multistep con intervalos de confianza validan su desarrollo.
- **Objetivo 4:** Se consiguió a través de la validación cruzada con datos satelitales CHIRPS. Este análisis demostró que las predicciones del modelo AE+DMD presentaban un error (MAE y RMSE) menor que los propios datos de entrada ERA5 en comparación con esta fuente externa de alta resolución.



## Respuesta a la Hipótesis

En consecuencia, los resultados empíricos validan de manera concluyente la hipótesis de la investigación. Se ha demostrado que la arquitectura híbrida propuesta, que combina el operador de Koopman con Autoencoders y se enriquece con preprocesamiento geoestadístico, es una estrategia efectiva para modelar las complejas correlaciones espaciotemporales de la precipitación, reduciendo el error y, de manera crucial, añadiendo una dimensión probabilística al pronóstico.

El aporte fundamental de esta tesis trasciende la mera mejora incremental de una métrica de error. Al demostrar la viabilidad y superioridad del modelo KoVAE, este trabajo representa un avance hacia un nuevo paradigma en la predicción hidrometeorológica: el paso de pronósticos determinísticos a un enfoque probabilístico.

Este cambio aborda directamente la limitación central de los modelos tradicionales y proporciona un marco metodológico para la toma de decisiones informadas bajo condiciones de incertidumbre, lo cual es de un valor incalculable para la gestión del riesgo climático y de los recursos hídricos.

## 6.2. Trabajo Futuro

A partir de los resultados y las lecciones aprendidas, se proponen las siguientes líneas de investigación futura:

1. Validación Extendida: Realizar una validación más exhaustiva del modelo KoVAE contra datos CHIRPS y otras fuentes satelitales (e.g., GPM). Esta validación debería incorporar métricas basadas en eventos (como la tasa de acierto y la tasa de falsas alarmas) y *skill scores* más sofisticados que vayan más allá del MAE y el RMSE.
2. Integración y Despliegue Operativo: Avanzar hacia la integración del modelo en un sistema operativo de pronóstico. Esto implicaría resolver los conflictos técnicos pendientes, como el de la librería MLflow, para permitir un seguimiento de experimentos a mayor escala y una eventual puesta en producción.
3. Aplicación en Cuencas Hidrográficas: Aplicar el modelo en cuencas hidrográficas prioritarias afectadas por la sequía en Chile. Este paso permitiría validar su utilidad práctica como herramienta de apoyo a la toma de decisiones para la gestión de recursos hídricos y la planificación agrícola.

4. Exploración de Arquitecturas Avanzadas: Investigar el potencial de arquitecturas neuronales más complejas, como los Transformers o las Redes Neuronales Gráficas (Graph Neural Networks), que podrían ser capaces de capturar dependencias espaciales de largo alcance de manera más efectiva que las redes convolucionales, adaptándose mejor a la teleconexiones climáticas.

## Bibliografía

- Amato, F., Guignard, F., Robert, S., & Kanevski, M. (2020). A novel framework for spatio-temporal prediction of environmental data using deep learning. *Scientific reports*, 10(1), 1-12.
- Cressie, N., & Wike, C. K. (2011). *Statistics for Spatio-Temporal Data*. John Wiley & Sons.
- Hersbach, H., Bell, B., Berrisford, P., Hirahara, S., Horányi, A., Muñoz-Sabater, J., ... & Simmons, A. (2020). The ERA5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(730), 1999-2049.
- Kutz, J. N., Brunton, S. L., Brunton, B. W., & Proctor, J. L. (2016). *Dynamic mode decomposition: data-driven modeling of complex systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Lam, R., Sanchez-Gonzalez, A., Willson, M., Wirnsberger, P., Fortunato, M., Alet, F., ... & Dahl, R. (2023). GraphCast: AI model for faster and more accurate global weather forecasting. *Science*, 382(6677), 1416-1416.
- Lusch, B., Kutz, J. N., & Brunton, S. L. (2018). Deep learning for universal linear embeddings of nonlinear dynamics. *Nature communications*, 9(1), 4950.
- Marchant, C., & Silva, A. (2024). AE+DMD para precipitaciones Chile. [Tesis de Magíster no publicada]. Universidad del Desarrollo.
- Pérez, J., & Zavala, M. (2023). EOFs + Deep Learning ERA5. [Tesis de Magíster no publicada]. Universidad del Desarrollo.

- Wong, S. (2023). DeepMind Weather Forecasting Project. [Publicación de investigación interna]. DeepMind.