Lösning av 3-SAT med neurala nätverk

John Paul Edward Möller

7 april 2020

1 Abstract

här står det nya saker

2 Inledning

2.1 Bakgrund

2.1.1 P vs NP

'P vs NP' eller 'P = NP' är ett Millenium problem, d.v.s ett av sju problem som Clay Institutet erbjuder en miljon dollar för en lösning. Det behandlar om de två komplexitetsklasserna P och NP är lika eller om det finns problem som ingår i NP men inte P. Nån rigorös definition för komplexitetsklass, P eller NP kommer ej ingå i denna text. Det vässentliga att förstå från det här, är att P och NP är två mängder av problem. P anses vara enkelt att lösa för en dator, och NP är svårare. Många algoritmer som ingår i NP har visat sig ha en motsvarande algoritm som ingår i P. Detta är ju positivt eftersom man nu kan lösa problemet mycket snabbare. P vs NP ställer frågan om man kan för alla problem i NP hitta en motsvarande i P. Trots att P och NP inte kommer rigoröst defineras i denna text, kommer det ändå presenteras en frågeställning av problemet. Detta genom ett problem formulerad i Propositionell Logik, som har visats vara en ekvivalent fråga.

3 Teori

3.1 Propositionell Logik

I gymnasial matematik behandlar man främst oändliga mängder såsom de naturliga, reella och komplexa talen. Men mycket kan beskrivas med mindre mängder. Dock så vill man forfarande att det ska vara användbart. Den tomma mängden och en mängd med ett element är sannerligen små med de är inte särskillt användbara; en variabel kan ej ingå i en tom mängd och en variabel i en mängd med ett element är ju redan löst. Så vi kommer betrakta matematik som behandlar variabler som ingår i en mängd med två element. Sådan matematik kallas Propositionell logik.

Definition 3.1. *Ett element i mängden* $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ *kallas för ett booleskt värde.*

Likt de tidigare mängderna, kan 0 och 1 symbolisera kvantiteter, men styrkan med booleska variabler är att 0 och 1 kan symbolisera saker som är i motsats till varandra. Detta kan vara falskt och sant, av och på, ner och upp o.s.v.. När propositionell logik diskuteras i fortsättningen av denna text kommer orden 'falskt' och 'sant' användas syonymt med siffrorna 0 och 1 respektivt.

Med mängderna som de naturliga, reella och komplexa talen fanns det en tydlig betydelse av operationerna plus,minus,gånger och division. Detta är dock inte lika tydligt med booleska värden. Istället defineras följande två operationer.

Definition 3.2. *Om* $A, B \in \mathbb{B}$ *så är* $A \wedge B$ *lika med* 1 *om och endast om* A *och* B *är båda lika med* 1*, annars är det lika med* 0*.* $A \wedge B$ *uttalas 'A och B'.*

Definition 3.3. *Om* $A, B \in \mathbb{B}$ *så är* $A \vee B$ *lika med* 0 *om och endast om både* A *och* B *är lika med* 0*, annars är det lika med* 1*.* $A \vee B$ *uttalas 'A eller B'.*

Exempel 3.4. *Låt påståendet 'Himlen är ibland blå' betecknas med variabeln* A*, låt påståendet 'Himlen är ibland svart' betecknas med variabeln* B *och låt påståendet 'Himlen är ibland grön' betecknas med variabeln* C*. Om vi instämmer på att himlen aldrig är grön så har vi:*

$$A = 1, B = 1, C = 0.$$

'Himlen är ibland blå och himlen är ibland svart' är sant. Detta kan uttryckas som:

$$A \wedge B = 1.$$

'Himlen är ibland blå och himlen är ibland grön' är falskt. Detta kan uttryckas som:

$$A \wedge C = 0.$$

'Himlen är ibland blå eller himlen är ibland grön' är sant. Detta kan uttryckas som:

$$A \vee C = 1.$$

Som man ser i exempel 3.4 så är definitionen för 'och' ganska synonymt till hur man använder ordet i vardagligt språk. Sista påståendet som använde 'eller' översätts inte lika tydligt i vissa vardagliga uttryck, då det kan uppfattas som en fråga. Men i matematiska sammanhang är det alltid ett påstående.

Definition 3.5. *Negationen av en boolesk variabel* A *kan skrivas som* $\overline{\mathrm{A}}$*.* $\overline{A} = 0$ *då* $A = 1$ *och* $\overline{A} = 1$ *då* $A = 0$*.*

Det finns många fler operationer som kan defineras, men alla dessa kan defineras som en formel som innehåller 'och', 'eller' och negation.

Definition 3.6. *En formel som endast innehåller operationen 'eller' d.v.s på formen* $a_1 \vee a_2 \vee a_3 \ldots \overline{a_n} \vee \overline{a_{n+1}} \vee \overline{a_{n+2}} \ldots$ *upp till* a_n*, kallas för en disjunktion.*

Exempel 3.7. *Följande formel är en disjunktion:*

$$a_1 \vee \overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{a_1}.$$

Definition 3.8. *En formel som endast innehåller operationen 'och' med variabler som kan negeras d.v.s på formen $a_1 \vee a_2 \vee a_3 \ldots a_n + a_{n+1}$ upp till a_n kallas för en konjuktion.*

3.2 3-SAT

Definition 3.9. *3-SAT är problemet om det finns en sann lösning till en formell som består av konjuktioner av disjuktioner, där varje disjunktion innehåller högst tre variabler.*

Exempel 3.10. *Formeln*

$$(a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (\overline{a_1} \vee a_2 \vee \overline{a_3}).$$

är satisferbar då den har lösningen $a_1, a_2, a_3 = 1$.

Sats 3.11. *3-SAT och P vs NP är två ekvivalenta problem.*

3.3 Linjär Algebra

3.3.1 Vektorer

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$