Lösning av 3-SAT med neurala nätverk

John Paul Edward Möller

14 februari 2020

1 Introduktion

här står det saker

2 Komplexitet

2.1 P vs NP

'P vs NP' eller 'P = NP' är ett Millenium problem, d.v.s ett av sju problem som Clay Institutet erbjuder en miljon dollar för en lösning. Det behandlar om de två komplexitetsklasserna

2.2 Propositionell Logik

I gymnasial matematik behandlar man främst variabler som ingår i oändliga mängder såsom de naturliga, reella och komplexa talen. Men det kan vara väldigt användbart att använda sig av matematik som behandlar variabler som ingår i enkla mängder. Dock så vill man forfarande att det ska vara användbart. Den tomma mängden och en mängd med ett element är enkla med de är inte särskillt användbara; en variabel kan ej ingå i en tom mängd och en variabel i en mängd med ett element är ju redan löst. Så vi kommer betrakta matematik som behandlar variabler som ingår i en mängd med två element. Sådan matematik kallas Propositionell logik.

Definition 2.1. *Ett element i mängden* $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ *kallas för ett booleskt värde.*

Likt de tidigare mängderna, kan 0 och 1 symbolisera kvantiteter, men styrkan med booleska variabler är att 0 och 1 kan symbolisera saker som är i motsats till varandra. Detta kan vara falskt och sant, av och på, ner och upp o.s.v.. När propositionell logik diskuteras i fortsättningen av denna text kommer orden 'falskt' och 'sant' användas syonymt med siffrorna 0 och 1 respektivt.

Med mängderna som de naturliga, reella och komplexa talen fanns det en tydlig betydelse av operationerna plus,minus,gånger och division. Detta är dock inte lika tydligt med booleska värden. Istället defineras följande två operationer.

Definition 2.2. *Om* $A, B \in \mathbb{B}$ *så är* $A \wedge B$ *lika med* 1 *om och endast om* A *och* B *är båda lika med* 1*, annars är det lika med* 0*.* $A \wedge B$ *uttalas 'A och B'.*

Definition 2.3. *Om* $A, B \in \mathbb{B}$ *så är* $A \vee B$ *lika med* 0 *om och endast om både* A *och* B *är lika med* 0*, annars är det lika med* 1*.* $A \vee B$ *uttalas 'A eller B'.*

Exempel 2.4. *Låt påståendet 'Himlen är ibland blå' betecknas med variabeln A, låt påståendet 'Himlen är ibland svart' betecknas med variabeln B och låt påståendet 'Himlen är ibland grön' betecknas med variabeln C. Om vi instämmer på att himlen aldrig är grön så har vi:*

$$A = 1, B = 1, C = 0.$$

'Himlen är ibland blå och himlen är ibland svart' är sant. Detta kan uttryckas som:

$$A \wedge B = 1.$$

'Himlen är ibland blå och himlen är ibland grön' är falskt. Detta kan uttryckas som:

$$A \wedge C = 0.$$

'Himlen är ibland blå eller himlen är ibland grön' är sant. Detta kan uttryckas som:

$$A \vee C = 1.$$

Som man ser i exempel 2.4 så är definitionen för 'och' ganska synonymt till hur man använder ordet i vardagligt språk. Sista påståendet som använde 'eller' översätts inte lika tydligt i vissa vardagliga uttryck, då det kan uppfattas som en fråga. Men i matematiska sammanhang är det alltid ett påstående.

Definition 2.5. *Negationen av en boolesk variabel A kan skrivas som $\overline{A}$. $\overline{A} = 0$ då $A = 1$ och $\overline{A} = 1$ då $A = 0$.*

Det finns många fler operationer som kan defineras, men alla dessa kan defineras som en formel som innehåller 'och', 'eller' och negation.

Definition 2.6. *En formel som endast innehåller operationen 'eller' d.v.s på formen $a_1 \vee a_2 \vee a_3 \dots$ upp till a_n, kallas för en disjunktion.*

Exempel 2.7. *Följande formel är en disjunktion:*

$$a_1 \vee \overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{a_1}.$$

Definition 2.8. *En formel som endast innehåller operationen 'och' med variabler som kan negeras d.v.s på formen $a_1 \vee a_2 \vee a_3 \dots a_n + a_{n+1}$ upp till a_n kallas för en konjuktion.*

2.3 3-SAT

Definition 2.9. *3-SAT är problemet att bestämma om man kan välja värden på sina variabler så att en formell som består av konjuktioner av disjunktioner av högst tre variabler blir sann.*

Exempel 2.10. *Formeln*

$$(a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (\overline{a_1} \vee a_2 \vee \overline{a_3}).$$

är satisferbar då den har lösningen $a_1, a_2, a_3 = 1$.