ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Раздел 2. Переходные процессы в электрических цепях

Никитина Мария Владимировна
mvnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург, 2025

Переходные процессы

Электромагнитные процессы, происходящие ***при изменении состояния*** электрической цепи в течение некоторого промежутка времени, называются ***переходными процессами***.

Состояние цепи не может измениться мгновенно из-за наличия энергии в электрических и магнитных полях, запас которой в переходном процессе должен перераспределиться между полями или быть преобразованным в неэлектрические виды энергии. Для скачкообразного изменения состояния полей потребуется использование источника электрической энергии бесконечной мощности, т.к. в этом случае $p = dw/dt = \infty$.

В отличие от установившихся режимов, в которых состояние цепи определяется постоянными параметрами величин ЭДС, напряжения и тока, ***в переходных процессах эти параметры изменяются во времени***. Поэтому переходные процессы описываются дифференциальными уравнениями. Однородными, если в цепи отсутствуют источники электрической энергии, или неоднородными, если такие источники есть.

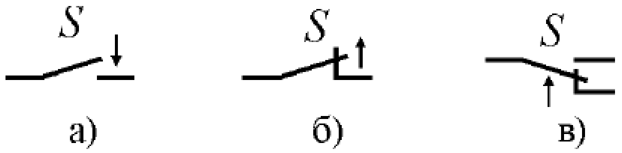
В дальнейшем мы будем рассматривать переходные процессы, происходящие в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами при быстром (скачкообразном) изменении схемы соединений.

Коммутация

Мгновенное изменение схемы соединения или параметров элементов электрической цепи называется ***коммутацией***.

Для описания коммутации используют понятие идеального ключа или просто ключа (см. рис.).

Идеальный ключ это элемент электрической цепи, который может находиться в двух состояниях нулевого и бесконечно большого активного сопротивления и мгновенно менять своё состояние в заданный момент времени. Сопротивление реального технического устройства не может измениться мгновенно, но если время его изменения существенно меньше длительности после дующего процесса, то можно считать коммутацию мгновенной.



При анализе переходных процессов отсчёт времени производят от момента коммутации $t=0$ и вводят понятия момента времени непосредственно предшествующего коммутации $t=0_-$ и момента времени непосредственно следующего за коммутацией $t=0_+$.

Законы коммутации

Из выражения для напряжения на индуктивном элементе цепи $u_L = Ldi_L/dt$ следует, что в случае скачкообразного изменения тока напряжение будет бесконечно большим и в контуре цепи с этим элементом не будет выполняться закон Кирхгофа. Следовательно, что **ток в ветви с *L* не может измениться скачкообразно** и после коммутации сохраняет значение, которое было до коммутации.
Невозможность скачкообразного изменения тока через индуктивный элемент называется ***первым законом коммутации*** и математически записывается в виде

$$i_L(0_-) = i_L(0) = i_L(0_+).$$

Напряжение на ёмкостном элементе не может измениться скачкообразно, т.к. в этом случае ток в ёмкости $i_C = Cdu_c/dt$ будет бесконечно большим, что приведёт к нарушению закона Кирхгофа для узла. Невозможность скачкообразного изменения напряжения на емкостном элементе называется ***вторым законом коммутации*** и математически записывается в виде

$$u_C(0_-) = u_C(0) = u_c(0_+).$$

Начальные условия

Докоммутационные значения токов через индуктивные элементы ($i_L(0_-)$) и напряжений на емкостных элементах ($u_C(0_-)$) называются ***начальными условиями*** переходного процесса.
Если **все** эти значения равны нулю, то такие условия называются ***нулевыми начальными условиями***.
В противном случае начальные условия ***ненулевые***.

Классический метод расчёта переходных процессов

Переходные процессы в электрических цепях описываются системой дифференциальных уравнений, составленных на основе законов Ома, Кирхгофа, электромагнитной индукции и др., и описывающих состояние цепи **после коммутации**. Для простых цепей эту систему уравнений можно исключением переменных свести к одному в общем случае неоднородному дифференциальному уравнению относительно какой-либо величины (тока через L или напряжения на C)

$$B_0(d^n a/dt^n)+B_1(d^{n-1}a/dt^{n-1})+\ldots+B_{n-1}(da/dt)+B_n a=C$$

Решение уравнения ищут в виде суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного дифференциального уравнения

$$a = a_{\text{уст}} + a_{\text{св}}$$

Классический метод расчёта переходных процессов

В качестве **частного решения** $a_{уст}$ выбирают решение для установившегося режима после коммутации, которое можно найти обычными методами расчёта цепей в установившемся режиме или решая

$$B_n a_{уст} = C\ .$$

Общее решение однородного уравнения

$$B_0(d^n a_{св}/dt^n)+B_1(d^{n-1}a_{св}/dt^{n-1})+\ldots+B_{n-1}(da_{св}/dt)+B_n a_{св}=\mathbf{0}$$

$a_{св}$ – называется свободной составляющей, так как это решение соответствует процессам в цепи при отсутствии воздействия на неё источников электрической энергии.

Представив свободную составляющую $a_{св} = A\cdot e^{pt}$ получим

$$(B_0 p^n+B_1 p^{n-1}+\ldots+B_{n-1}p+B_n)\cdot A\cdot e^{pt} = \mathbf{0}$$

или

$$B_0 p^n+B_1 p^{n-1}+\ldots+B_{n-1}p+B_n = \mathbf{0}$$

полученное выражение называется ***характеристическим уравнением***.

Классический метод расчёта переходных процессов

Свободная составляющая решения представляет собой сумму n линейно независимых слагаемых вида $a_k=A_k e^{p_k \cdot t}$

$$a_{св} = \sum a_k = \sum A_k e^{p_k \cdot t},$$

где p_k - корень характеристического уравнения.

Если решение характеристического уравнения содержит корни кратности m, то соответствующие слагаемые свободной составляющей имеют вид

$$a_{св} = e^{p_l \cdot t}(A_{l+m-1}t^{m-1} + \ldots + A_{l+1}t + A_l)$$

Если решение характеристического уравнения содержит комплексно сопряженные корни $p_{q,q+1}=-\delta_q \pm j\omega_q$, то соответствующие слагаемые свободной составляющей имеют вид

$$a_{св} = a_q + a_{q+1} = A_q e^{-\delta_q \cdot t} \cdot Sin(\omega_q t + \psi_q).$$

Классический метод расчёта переходных процессов

Для определения значений постоянных интегрирования (A_k или A_q, ψ_q) определяют $a_{\text{св}}(0_+)$ и n-1 ее производных в начальный момент времени $a'_{\text{св}}(0_+)$, $a''_{\text{св}}(0_+)$, …, $a^{n\text{-}1}{}_{\text{св}}(0_+)$.

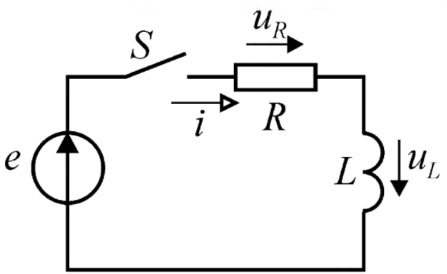
Дифференцируя $(B_0p^n+B_1p^{n\text{-}1}+\ldots+B_{n\text{-}1}p+B_n)\cdot A\cdot e^{pt}=\mathbf{0}$ (n-1) раз, получаем систему уравнений для определения постоянных интегрирования

$$a_{\text{св}}(0_+)=A_1+A_2+\ldots+A_n$$
$$a'_{\text{св}}(0_+)=A_1p_1+A_2p_2+\ldots+A_np_n$$
$$\ldots$$
$$a^{n\text{-}1}{}_{\text{св}}(0_+)=A_1p_1^{n\text{-}1}+A_2p_2^{n\text{-}1}+\ldots+A_np_n^{n\text{-}1}$$

Переходные процессы в цепи с *L* и *R* элементами

Состояние цепи после замыкания ключа S описывается дифференциальным уравнением

$$u_L + u_R = L(di/dt) + Ri = e$$



Общее решение для тока в цепи $i = i_{уст} + i_{св}$

Общее однородное уравнение $L(di_{св}/dt) + Ri_{св} = 0$

Характеристическое уравнение $Lp + R = 0$

Решение характеристического уравнения $p = – R/L$

Свободная составляющая тока $i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Постоянная времени $\tau = |1/p| = L/R$

Переходные процессы в цепи с L и R элементами

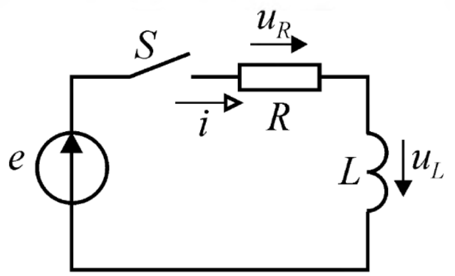
Теоретически конечное значение экспоненты является асимптотой, поэтому переходный процесс должен продолжаться бесконечно. На самом деле через 3τ, 4τ и 5τ значение тока будет отличаться от нуля на 5,0%, 2% и 0,67%.

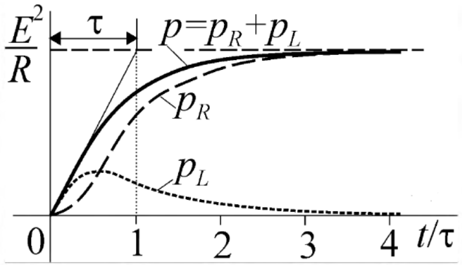
В технике принято считать длительностью переходного процесса время, в течение которого экспоненциальная функция достигает значения, отличающегося от установившегося значения **не более чем на 5%, т.е. 3τ**.

Для рассматриваемой цепи

$$\tau = |1/p| = L/R = (2Li^2)/(2Ri^2) = 2w_м/p,$$

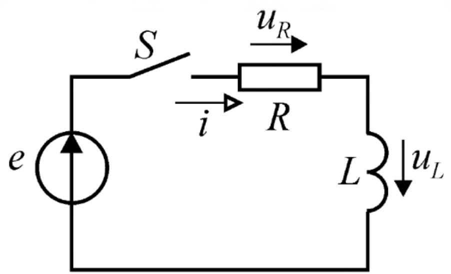
т.о. постоянная времени определяет ***неизменное соотношение между энергией*** магнитного поля индуктивного элемента и ***скоростью её преобразования*** в неэлектрические виды энергии резистивным элементом. Чем больше при данном токе запас энергии, т.е. чем больше L, и чем медленнее она преобразуется, т.е. чем меньше R, тем длительнее переходный процесс в цепи.





Переходные процессы в цепи с *L* и *R* элементами

Установившееся значение тока $i_{уст}$ определяется в результате расчета цепи после окончания переходного процесса при заданном значении ЭДС e.



Искомый ток протекает в цепи с индуктивным элементом, поэтому для него должен выполняться первый закон коммутации $i(0_-)=i(0_+)$. Определив начальное значение тока $i(0_-)$, можем найти постоянную интегрирования A из уравнения $i = i_{уст} + i_{св}$ для момента коммутации.

$$i(0_-) = i(0_+) = i_{уст}\,(0_+) + i_{св}\,(0_+) = i_{уст}\,(0_+) + A$$

$$A = i(0_-) - i_{уст}\,(0_+)$$

Подключение *RL*-цепи к источнику постоянной ЭДС

Пусть $e = E = \mathbf{const}$.

Дифференциальное уравнение для состояния цепи после замыкания ключа S $\quad u_L + u_R = L(di/dt) + Ri = E$

Установившееся значение тока $i_{уст} = E/R = I$

Свободная составляющая тока $\quad i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Тогда общее решение $\; i = i_{уст} + i_{св} = E/R + Ae^{-\frac{R}{L}t}$

Для определения величины A необходимо определить докоммутационное значение тока $\; i(0_-)$.

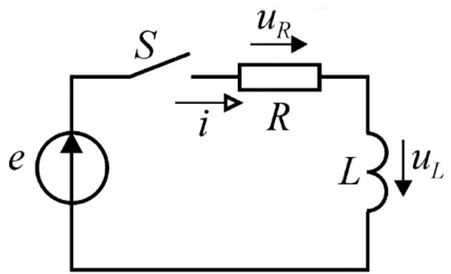
Поскольку до коммутации цепь была разомкнута, то $i(0_-)=0$.

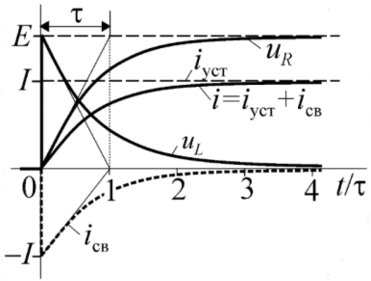
Тогда $A = i(0_-) - i_{уст}\,(0_+) = 0 - E/R = -\,E/R$

Окончательное выражение для тока $i = i_{уст} + i_{св} = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

Напряжения для L и R: $u_R = E - Ee^{-\frac{R}{L}t}$

$$u_L = L(di/dt) = Ee^{-\frac{R}{L}t}$$





Подключение *RL*-цепи к источнику постоянной ЭДС

Физический смысл переходного процесса при подключении цепи к источнику электрической энергии заключается в накоплении энергии в магнитном поле, соответствующем индуктивному элементу. Энергия магнитного поля $w_м = Li^2/2$ изменяется от 0 до конечной величины $W_м = LE^2/(2R^2)$.

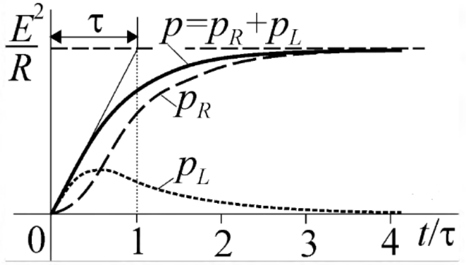
Мощность, потребляемая от источника ЭДС, и рассеиваемая резистивным элементом в виде тепла равна

$$p_R = Ri^2 = (E^2/R)(1 - 2e^{-t/\tau} - e^{-2t/\tau})$$

Мощность, расходуемая на формирование магнитного поля

$$p_L = u_L\, i = (E^2/R)(e^{-t/\tau} - e^{-2t/\tau})$$

В начале процесса практически вся энергия, потребляемая цепью от источника, накапливается в магнитном поле. Затем всё большая часть её начинает рассеиваться резистивным элементом, а процесс накопления замедляется ($p_L \to 0$), и в установившемся режиме наступает состояние, когда вся энергия, потребляемая из источника, преобразуется в тепло в резистивном элементе.



Отключение *RL*- цепи от источника постоянной ЭДС

$$u_R + u_L + u_r = L\frac{di_{\text{св}}}{dt} + (R + r)\cdot i_{\text{св}} = 0$$

$$Lp + R + r = 0$$

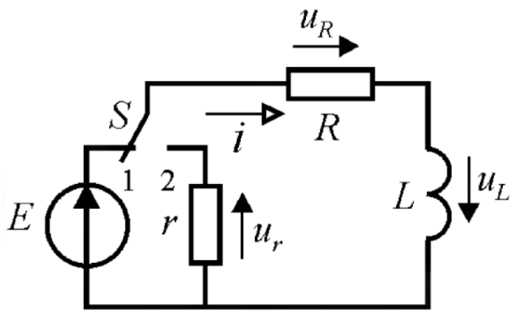
$$p = -(R + r)/L$$

$$\tau = L/(R + r)$$

$$i(0_-) = i(0_+) = E/R$$

$$A = i(0_-) - i_{\text{уст}}(0_+) = E/R - 0 = E/R$$

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} = 0 - \frac{E}{R}e^{-\frac{R+r}{L}t} = Ie^{-t/\tau}$$



Отключение *RL*- цепи от источника постоянной ЭДС

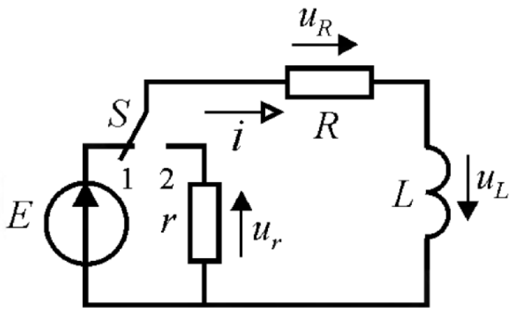
Итак, $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R+r}{L}t} = I e^{-t/\tau}$

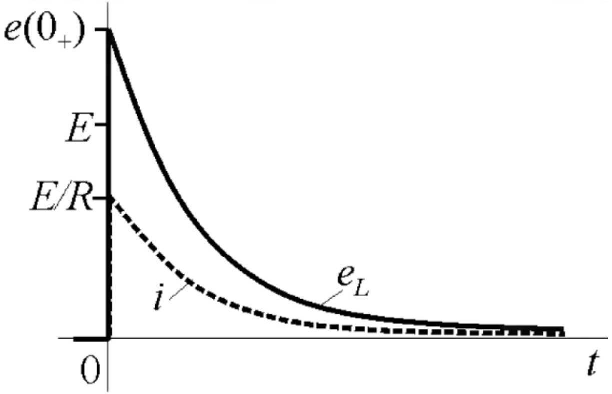
ЭДС самоиндукции $e_L = -L\frac{di}{dt} = \frac{R+r}{R} E e^{-t/\tau}$

$$e_L(0_+) = \frac{R+r}{R} E$$

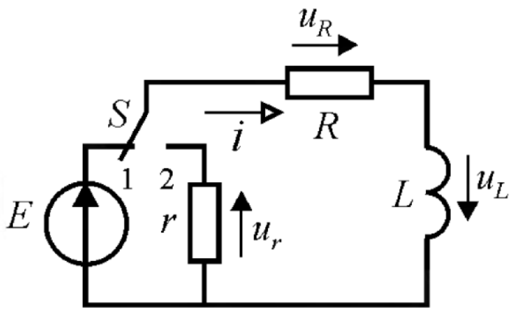
$$u_r(0_+) = \frac{r}{R} E$$

ЭДС самоиндукции превосходит ЭДС источника в **(1 + *r*/*R*) раз!!!**





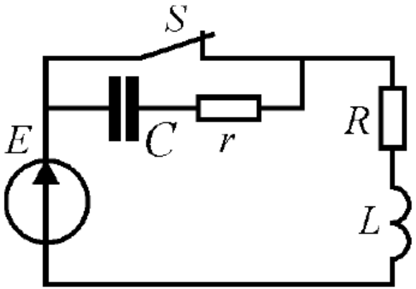
Отключение *RL*- цепи от источника постоянной ЭДС

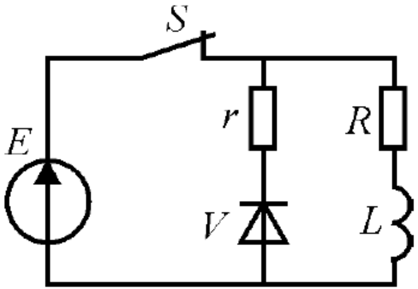


$$e_L(0_+) = \frac{R+r}{R} E$$

$$u_r(0_+) = \frac{r}{R} E$$

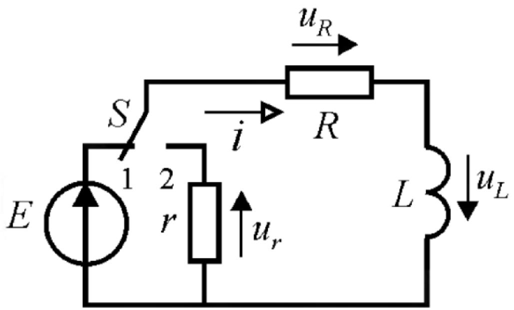
Защита индуктивности от перенапряжений

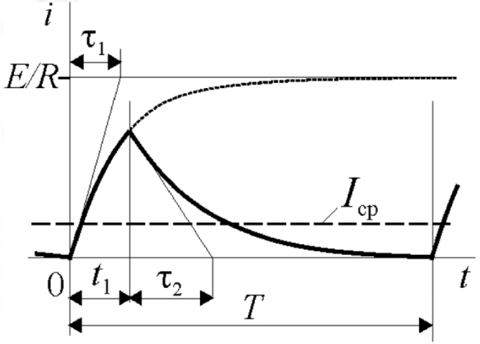




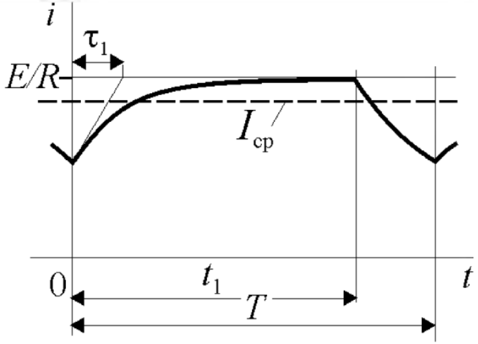
Периодическая коммутация в *RL*-цепи

t_1 – время подключения к источнику ЭДС
$0 \le (\gamma = t_1/T) \le 1{,}0$ – скважность
$\tau_1 = L/R, \quad \tau_2 = L/(R + r)$
$T - t_1 > 3\tau_2$ (рисунок «а») – режим прерывистых токов
$T - t_1 < 3\tau_2$ (рисунок «б») – режим непрерывного тока
Среднее значение тока $I_{ср}$ регулируется от 0 до E/R.





а)



б)

Подключение *RL*-цепи к источнику синусоидальной ЭДС

Пусть $e = E_m sin(\omega t)$. Установившееся значение $i_{уст} = I_m sin(\omega t - \varphi)$, где $I_m = E_m/z$, $z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\varphi = arctg\,(\omega L/R)$.

Свободная составляющая $i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Пусть коммутация произошла в момент времени $t_\alpha = \alpha/\omega$, соответствующий фазовому углу $\alpha = \omega\, t_\alpha$, тогда установившееся значение тока $i_{уст}(t_\alpha) = I_m sin(\omega t_\alpha - \varphi) = I_m sin(\alpha - \varphi)$.

Докоммутационное значение тока $i(0_-) = 0$.

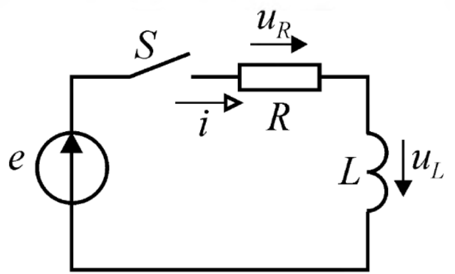
Постоянная интегрирования $A = i(0_-) - i_{уст}(0_+) = - I_m sin(\alpha - \varphi)$.

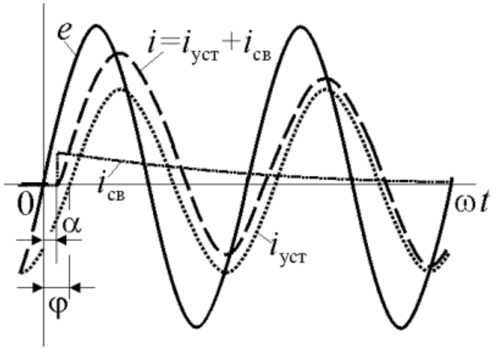
Окончательное выражение для тока

$$i = i_{уст} + i_{св} = I_m sin(\omega t - \varphi) - I_m sin(\alpha - \varphi)e^{-t/\tau}$$

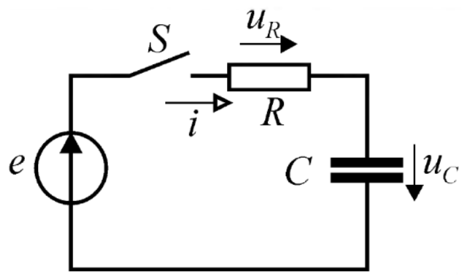
При $t_\alpha = \varphi/\omega$ ($\alpha=\varphi$) ***переходного процесса не будет***!

При $t_\alpha=(\varphi\pm\pi/2)/\omega$, т.е. при ($\alpha=\varphi\pm\pi/2$) и $\tau>(2\pi/\omega)$, возникнет явление ***сверхтока*** (ток примерно через половину периода достигает почти двукратного амплитудного значения установившегося режима).





Переходные процессы в цепи с *C* и *R* элементами



$u_R + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = e$

Общее решение: $u_C = u_{уст} + u_{св}$

Однородное уравнение $RC\frac{du_{св}}{dt} + u_{св} = 0$

Характеристическое уравнение $RCp + 1 = 0$

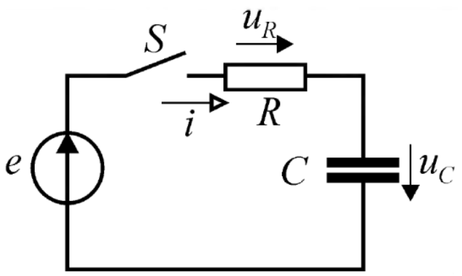
Решение характеристического уравнения $p = -1/(RC)$

Свободная составляющая напряжения $u_{св} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Постоянная времени $\tau = RC$

Переходные процессы в цепи с *C* и *R* элементами

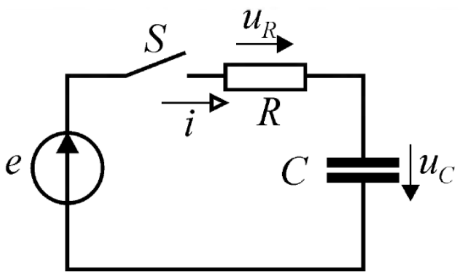
Постоянная времени $\tau = RC = 2\frac{R}{u_C^2} \cdot \frac{C \cdot u_C^2}{2} = 2\frac{w_э}{p}$



Постоянная времени цепи определяет ***соотношение между энергией электрического поля*** $w_э$, соответствующего ёмкостному элементу, ***и скоростью её преобразования*** резистивным элементом *p*. Чем больше запас энергии при данном напряжении u_C, т.е. чем больше ёмкость *C*, и чем медленнее она преобразуется, т.е. чем больше *R*, тем длительнее переходный процесс в цепи.

Переходные процессы в цепи с C и R элементами

Установившееся значение напряжения на ёмкостном элементе $u_{\text{уст}}$ определяется в результате расчёта цепи после окончания переходного процесса при заданном значении ЭДС e.



Для искомого напряжения должен выполняться второй закон коммутации $u(0_-)=u(0_+)$. Определив начальное значение напряжения $u(0_-)$, можем найти постоянную интегрирования A из уравнения $u_C = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}}$ для момента коммутации.

$$u(0_-) = u(0_+) = u_{\text{уст}}(0_+) + u_{\text{св}}(0_+) = u_{\text{уст}}(0_+) + A$$

$$A = u(0_-) - u_{\text{уст}}(0_+)$$

Подключение *RC*-цепи к источнику постоянной ЭДС

Пусть $e = const = E$

Тогда $u_R + u_C = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$

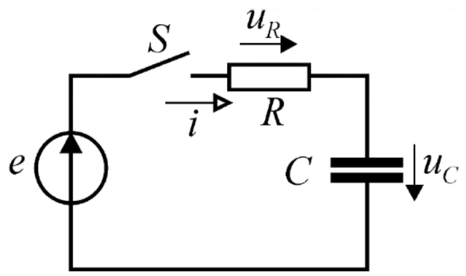
Установившееся значение напряжения $u_{уст} = E$

Свободная составляющая $u_{св} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Т.о. общее решение $u_C = u_{уст} + u_{св} = E + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

Если $u(0_-) = U_0$, то $A = u(0_-) - u_{уст}\,(0_+) = U_0 - E$

Окончательно $u_C = E + (U_0 - E)\,e^{-\frac{t}{\tau}} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$



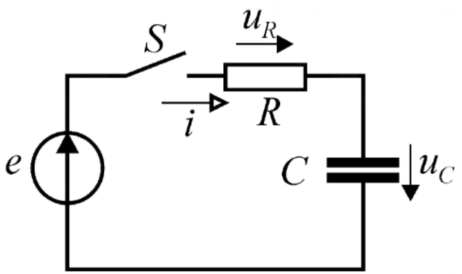
Подключение *RC*-цепи к источнику постоянной ЭДС

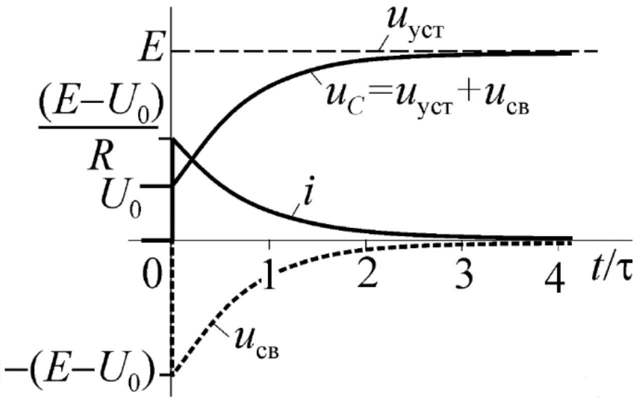
Итак, $u_C = E + (U_0 - E)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

Тогда $i_C = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E - U_0}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

После коммутации ток в цепи скачкообразно увеличивается до значения, определяемого сопротивлением цепи и разностью потенциалов источника и начального напряжения на ёмкости, а затем уменьшается до нуля в конце переходного процесса.

В переходном процессе энергия электрического поля $w_э=Cu_C^2/2$ изменяется от $W_{э1}=CU_0^2/2$ до $W_{э2}=CE^2/2$, после чего остаётся постоянной.





Подключение *RC*-цепи к источнику постоянной ЭДС

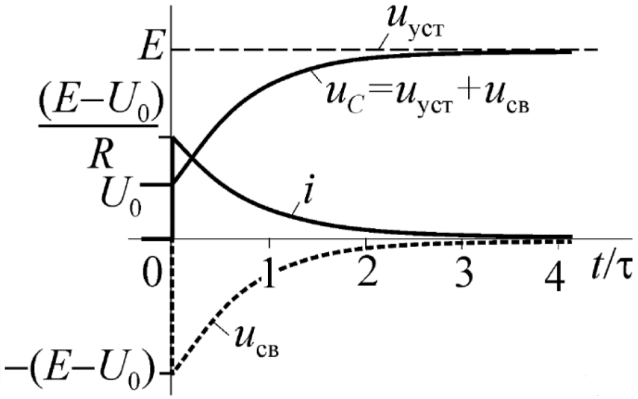
Мощность, потребляемая от источника ЭДС, и рассеиваемая резистивным элементом в виде тепла

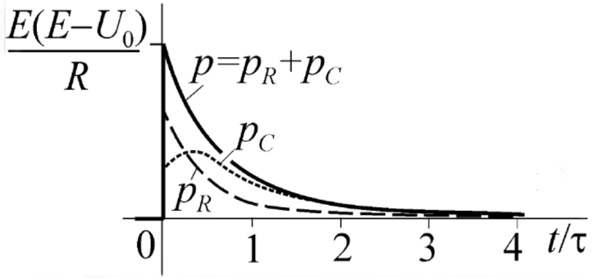
$$p_R = Ri^2 = \frac{(E-U_0)^2}{R}\, e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

Мощность, расходуемая на формирование электрического поля

$$p_C = u_C i = \frac{E-U_0}{R}\cdot\left[E e^{-\frac{t}{\tau}} - (E - U_0)e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]$$

После коммутации значительная часть энергии, потребляемой цепью от источника, рассеивается в виде тепла в резистивном элементе. Но т.к. постоянная времени этого процесса в два раза меньше, чем τ=*RC* , то он быстро затухает и основная часть мощности далее расходуется на изменение состояния электрического поля, пока ёмкость по окончании переходного процесса не будет заряжена до величины ЭДС *E*.





Разрядка C через R

$$u_R + u_C + u_r = (R + r)C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$u_C = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}}, \qquad u_{\text{уст}} = 0$$

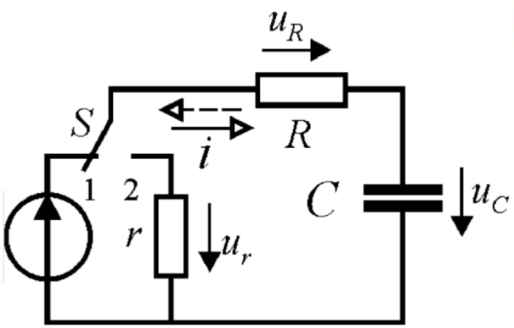
$$(R + r)C\frac{du_{\text{св}}}{dt} + u_{\text{св}} = 0, \qquad (R + r)Cp + 1 = 0$$

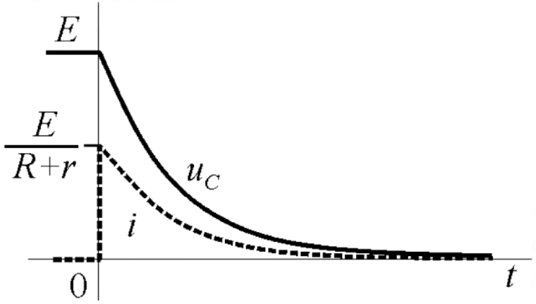
$$p = -\frac{1}{(R+r)C} \qquad \tau = (R + r)C$$

$$u(0_-) = u(0_+) = E, \qquad A = u(0_-) - u_{\text{уст}}(0_+) = E$$

$$u_C = 0 + E\,e^{-\frac{t}{(R+r)C}} = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

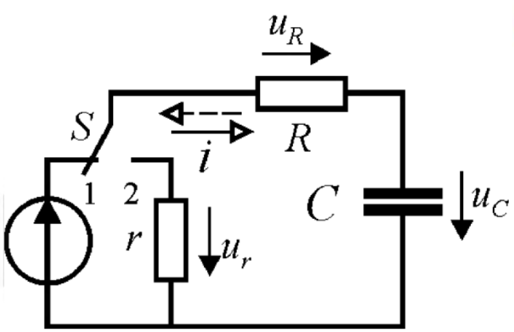
$$i_C = -C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R+r}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

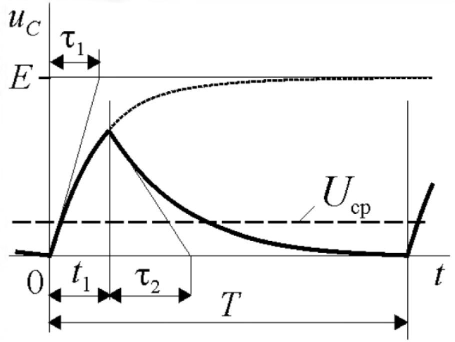




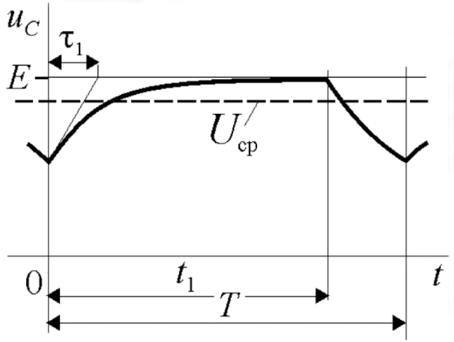
Периодическая коммутация в *RC*-цепи

t_1 – время подключения к источнику ЭДС
$0 \leq (\gamma = t_1/T) \leq 1{,}0$ – скважность
$\tau_1 = RC, \quad \tau_2 = (R + r)C$
$T - t_1 > 3\tau_2$ (рисунок «а») – напряжение спадает до «0»
$T - t_1 < 3\tau_2$ (рисунок «б») – напряжение «не успевает» спасть до «0».
Среднее значение напряжения $U_{ср}$ регулируется от 0 до E.





а)



б)

Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

$u_R + u_L - u_C = Ri + L\frac{di}{dt} - u_C = 0$

Поскольку $i = -C\frac{du_C}{dt}$, то

$-RC\frac{du_C}{dt} - LC\frac{d^2u_C}{dt^2} - u_C = 0$

Характеристическое уравнение $Lp^2 + Rp + (1/C) = 0$

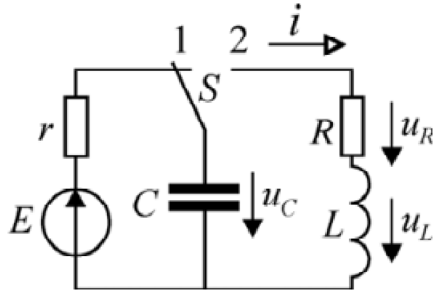
Корни $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} =$

$= \delta\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\rho}{R}\right)^2}\right]$

Коэффициент затухания $\delta = -\frac{R}{2L}$

Резонансная частота $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Характеристическое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

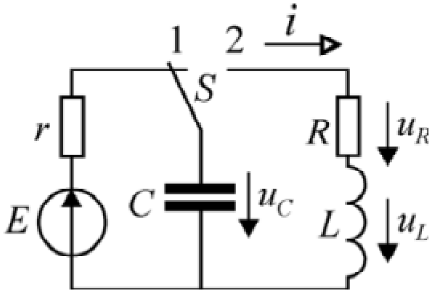


Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

Уравнению $-RC\frac{du_C}{dt} - LC\frac{d^2u_C}{dt^2} - u_C = 0$ соответствует решение

$$u_C = u_{уст} + u_{св} = 0 + u_{св} = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t}$$

Ток $i = -C\frac{du_C}{dt} = -C\cdot[p_1A_1e^{p_1t} + p_2A_2e^{p_2t}]$



Для $R > (2\rho)$ – ***апериодический процесс*** 2-го порядка

$u_C = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t}$, $i = -C\cdot[p_1A_1e^{p_1t} + p_2A_2e^{p_2t}]$, $\tau_1 = |1/p_1|$, $\tau_2 = |1/p_2|$

Для $R < (2\rho)$ – ***колебательный процесс***

$p_{1,2} = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega_c$, ω_c - частота собственных колебаний

$u_C = e^{-\delta t}\left(A_1e^{j\omega_c t} + A_2e^{-j\omega_c t}\right)$

$i = -Ce^{-\delta t}\left[-\delta\left(A_1e^{j\omega_c t} + A_2e^{-j\omega_c t}\right) + j\omega_c\left(A_1e^{j\omega_c t} - A_2e^{-j\omega_c t}\right)\right]$

Апериодический переходной процесс

$R > (2\rho)$

Начальные условия $u_C(0_-) = u_C(0_+) = E, \quad i(0_-) = i(0_+) = 0$

Установившиеся значения $u_{C\,\text{уст}} = 0,\ i_{\text{уст}} = 0$

$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},\ i = -C\cdot[p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}]$

$u_C(0_-) = u_C(0_+) = E = A_1 + A_2$

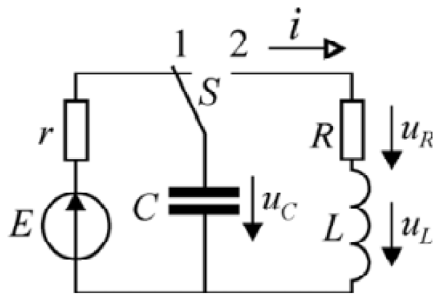
$i(0_-) = i(0_+) = 0 = -C\cdot[p_1 A_1 + p_2 A_2]$

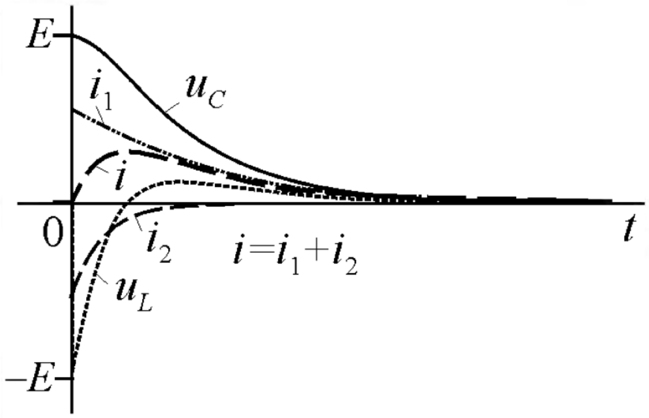
$A_1 = -Ep_2/(p_1 + p_2), \quad A_2 = Ep_1/(p_1 + p_2)$

$$u_C = \frac{E}{p_1 - p_2}\left[p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}\right]$$

$$i = \frac{E}{L(p_1 - p_2)}\left[e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right]$$

$$u_L = \frac{E}{p_1 - p_2}\left[p_2 e^{p_2 t} - p_1 e^{p_1 t}\right]$$





Колебательный переходной процесс

$R < (2\rho)$

Начальные условия $u_C(0_-) = u_C(0_+) = E, \quad i(0_-) = i(0_+) = 0$

Установившиеся значения $u_{C\,\text{уст}} = 0,\ i_{\text{уст}} = 0$

$$u_C = e^{-\delta t}\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right)$$

$$i = -Ce^{-\delta t}\left[-\delta\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right) + j\omega_c\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right)\right]$$

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = E = A_1 + A_2$$

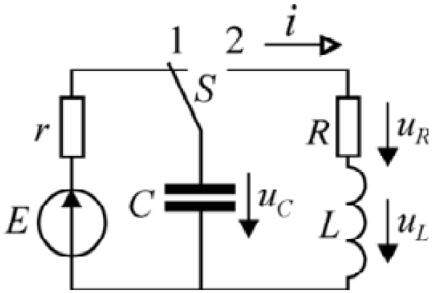
$$i(0_-) = i(0_+) = 0 = \delta(A_1 + A_2) - j\omega_c(A_1 - A_2)$$

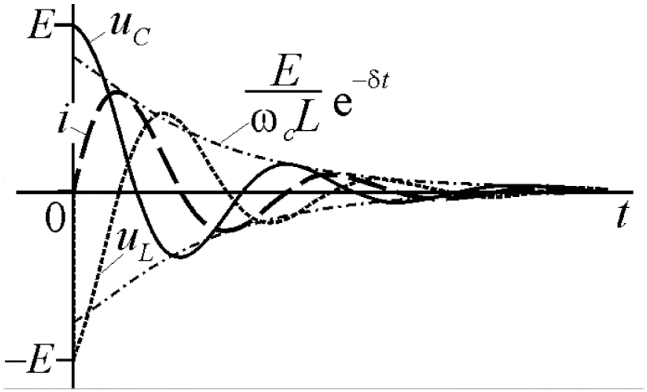
$$A_1 = E(\omega_c - j\delta)/(2\omega_c), \quad A_2 = E(\omega_c + j\delta)/(2\omega_c)$$

$$u_C = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t}[\omega_c \cos(\omega_c t) + \delta \sin(\omega_c t)]$$

$$i = \frac{E}{L\omega_c} e^{-\delta t} \sin(\omega_c t)$$

$$u_L = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t}[\omega_c \cos(\omega_c t) - \delta \sin(\omega_c t)]$$





Спасибо
за внимание!

Никитина Мария Владимировна,
mvnikitina@itmo.ru