Compte rendu du TP n°4 :

Optimisation du coût d’un réseau de fibre optique

RUPEREZ Elisa

GAYMU Aurélie

Position du problème

Le problème de ce TP est tout d’abord de représenter toutes les stratégies possibles, sachant qu’une stratégie est une succession de décisions possibles du gestionnaire du parc.

Dans un second temps il nous faudra trouver la meilleure stratégie, soit la succession de décisions qui engendre un coût optimal pour la compagnie.

Ce TP sera codé en JAVA grâce à la librairie JGRAPHT.

Réalisation

Décision A

Ici, la décision A consiste à la fin de chaque période, de vendre l’avion que la compagnie détient et de le remplacer par un avion neuf, ou bien de garder celui qu’elle avait.

Nous modéliserons ce modèle avec un graphe orienté G=(S,A) valué, où :

- S, les sommets, représentent les différentes étapes
- A, les arcs, représentent les différentes décisions pouvant être prises
- Le coût des arcs représente le coût financier pour la décision prise par la compagnie.

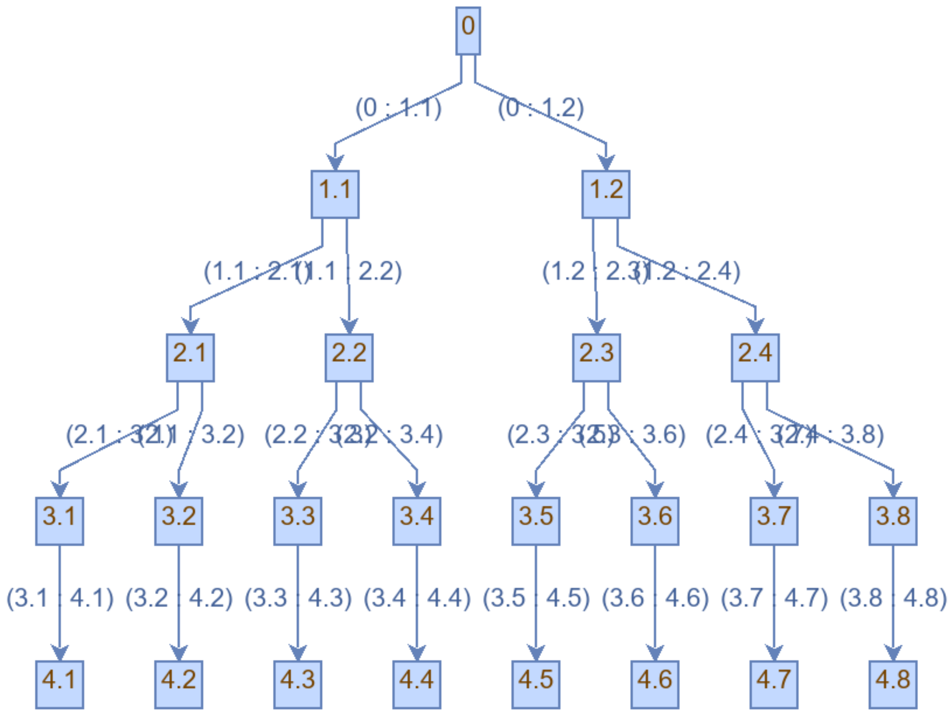
Le coût pour la décision de vendre l’avion et le remplacer par un neuf se calcule avec la formule :

$$Ci = Pi + Ei - Ri$$

Nous avons :

- **Pi**, le prix d’achat de l’avion
- **Ei**, le coût d’entretient
- **Ri**, le prix de revente

Le graphe commencera au sommet 0, la compagnie détient un avion neuf. Voici alors le graphe obtenu, suivi des coûts de chaque arête :




```
Graphe de la décision A :
0 --> 1.1 coût : 10.0
0 --> 1.2 coût : 370.0
1.1 --> 2.1 coût : 20.0
1.1 --> 2.2 coût : 377.0
1.2 --> 2.3 coût : -347.0
1.2 --> 2.4 coût : 10.0
2.1 --> 3.1 coût : 53.0
2.1 --> 3.2 coût : 393.0
2.2 --> 3.3 coût : -315.0
2.2 --> 3.4 coût : 25.0
2.3 --> 3.5 coût : 53.0
2.3 --> 3.6 coût : 393.0
2.4 --> 3.7 coût : 315.0
2.4 --> 3.8 coût : 25.0
3.1 --> 4.1 coût : 96.0
3.2 --> 4.2 coût : -275.0
3.3 --> 4.3 coût : 96.0
3.4 --> 4.4 coût : -275.0
3.5 --> 4.5 coût : 96.0
3.6 --> 4.6 coût : -275.0
3.7 --> 4.7 coût : 96.0
3.8 --> 4.8 coût : -275.0
```

Le calcul des coûts se font de la manière suivante :

Décision	Formule
0 à 1,1	P1 + E1 - R1
0 à 1,2	P1 + E1
1,1 à 2,1	P2 + E2 - R2
1,1 à 2,2	P2 + E2
1,2 à 2,3	E2 - R2
1,2 à 2,4	E2
2,1 à 3,1	P3 + E3 - R3
2,1 à 3,2	P3 + E3
2,2 à 3,3	E3 - R3
2,2 à 3,4	E3
2,3 à 3,5	P3 + E3 - R3
2,3 à 3,6	P3 + E3
2,4 à 3,7	E3 - R3
2,4 à 3,8	E3
3,1 à 4,1	P4 + E4 - R4
3,2 à 4,2	E4 - R4
3,3 à 4,3	P4 + E4 - R4
3,4 à 4,4	E4 - R4
3,5 à 4,5	P4 + E4 - R4
3,6 à 4,6	E4 - R4
3,7 à 4,7	P4 + E4 - R4
3,8 à 4,8	E4 - R4

Une stratégie possible sera représentée par un chemin de l'arbre obtenu, soit par une succession de décisions que devra prendre la compagnie. Chaque stratégie partira du sommet 0 pour arriver au sommet 4.

Afin de répondre au problème proposé, nous devons rechercher la meilleure stratégie, soit celle qui a un coût optimal à la fin de l'étape 4.

Pour cela, nous utiliserons l'algorithme de Bellman.

L'algorithme calculera le coût de chaque stratégie, la meilleure sera alors celle avec le coût le plus petit.

Pour ce problème, nous obtenons le résultat :

```
Décision A : chemin le plus court : [0, 1.2, 2.4, 3.8, 4.8]. Coût de ce chemin : 130.0
```

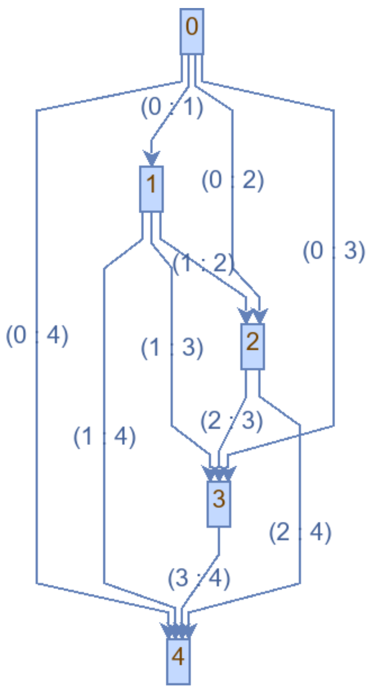
La meilleure stratégie pour l'entreprise serait donc de garder le même avion de l'étape 0 à l'étape 3 pour ensuite le revendre à la fin de l'étape 4.

Décision B

De même que pour la décision A, nous modéliserons la décision B par un graphe orienté G=(S,A) valué, où :

- S, les sommets, représentent chaque étape
- A, les arcs, qui représentent l'achat d'un avion à un sommet i jusqu'à la revente en un sommet j.

Nous obtenons alors le graphe et les coûts suivant :




```
Graphe de la décision B :
0 --> 4 coût : 130.0
0 --> 1 coût : 10.0
0 --> 2 coût : 23.0
0 --> 3 coût : 65.0
1 --> 2 coût : 20.0
1 --> 3 coût : 62.0
1 --> 4 coût : 127.0
2 --> 3 coût : 53.0
2 --> 4 coût : 118.0
3 --> 4 coût : 96.0
```

Les coûts sont calculés comme suit :

Décision	Formule
0 à 1	P0 + E1 - R1
0 à 2	P0 + E1 + E2 - R2
0 à 3	P0 + E1 +E2 +E3+E4 - R3
0 à 4	P0 + E1+E2+E3+E4 - R4
1 à 2	P1 + E2 - R2
1 à 3	P1 + E2 +E3 - R3
1 à 4	P1 + E2 +E3 + E4 - R4
2 à 3	P2 + E3 - R3
2 à 4	P2 + E3 + E4 - R4
3 à 4	P3 + E4 - R4

Nous utilisons de nouveau l'algorithme Bellman, nous obtenons alors le résultat :

```
Décision B : chemin le plus court : [0, 4]. Coût de ce chemin : 130.0
```

Nous trouvons le même résultat que pour la décision A.

La meilleure stratégie pour la compagnie serait d'acheter un avion à l'étape 0, le garder à l'étape 1, 2 et 3 pour le revendre à la fin de l'étape 4.

Bilan

Le modèle le plus efficace serait le modèle de la décision B. En effet, le modèle de la décision A prend en compte toutes les stratégies possibles contrairement au modèle de la décision B qui ne nécessite pas de calculer tous les coûts de chaque stratégie possible.

Dans ce TP nous aurons appris à utiliser l'algorithme de Bellman sur un exemple précis, et ainsi appris à réaliser une recherche d'un chemin optimal.