Compte Rendu Graphe TP4

Tison Florian

Position du problème

L'objectif de ce TP était d'aider à la prise de décision une compagnie aérienne souhaitant offrir à sa clientèle un parc d'avion régulièrement rénové. La compagnie souhaite savoir quelle décision est la plus rentable.

Deux stratégie se dégage alors :

- «décision A»: à la fin de chaque période, il examine quelle décision prendre: garder l'avion en exploitation ou le remplacer par un neuf
- «décision B»: chaque fois qu'on change d'avion, il doit décider a priori du nombre de périodes pendant lequel cet avion sera conservé en exploitation.

Nous étudierons donc ici ces deux stratégies.

Réalisation

Décision A

La décision A consiste, à la fin de chaque période: - soit vendre l'avion et le remplacer par un neuf - soit le garder en exploitation.

On peut donc représenter cette décision par un Graphe G = (S,A) orienté pondéré où:

- un sommet représente une étape
    - une étape correspond :
        - soit le début d'une période
        - soit la fin d'une période
- un arc représente une décision : vendre ou garder
    - le coût de cet arc représente la conséquence financière de la décision
- le coût de cet arc représente la conséquence financière de la décision.

La décision «acheter en début de la période i et vendre à la fin de cette période» est modélisée par un arc dont le coût Ci calculé selon la formule: $C_i = P_i + E_i - R_i$

Pour faciliter la lecture, nous créerons un sommet "Début" marquant le début des périodes avec un avion neuf.

Ainsi on a :

S = {Début, 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8}

A = { (Début, 1.1), (Début, 1.2), (1.1, 2.1), (1.1, 2.2), (1.2, 2.3), (1.2, 2.4), (2.1, 3.1), (2.1, 3.2), (2.1, 3.3), (2.1, 3.4), (2.2, 3.5), (2.2, 3.6), (2.2, 3.7), (2.2, 3.8), (3.1, 4.1), (3.2, 4.2), (3.3, 4.3), (3.4, 4.4), (3.5, 4.5), (3.6, 4.6), (3.7, 4.7), (3.8, 4.8) }

Au départ (au sommet début), deux décisions s'offre à nous soit vendre (sommet 1.1) soit garder l'avion (sommet 1.2)
Ainsi de suite pour la deuxième période et la troisième (deux choix nous sont offert vendre ou garder)

A la fin de la troisième période, le choix ne se fait plus, la vente est obligatoire. Un seul arc sera donc nécessaire.

On se trouve donc en présence d'une arborescence de sommet racine "Début".

Il ne nous reste donc plus qu'à calculer le coût des différents arcs.

i	1	2	3	4
P_i	365	367	368	371
E_i	5	10	25	45
R_i	360	357	340	320

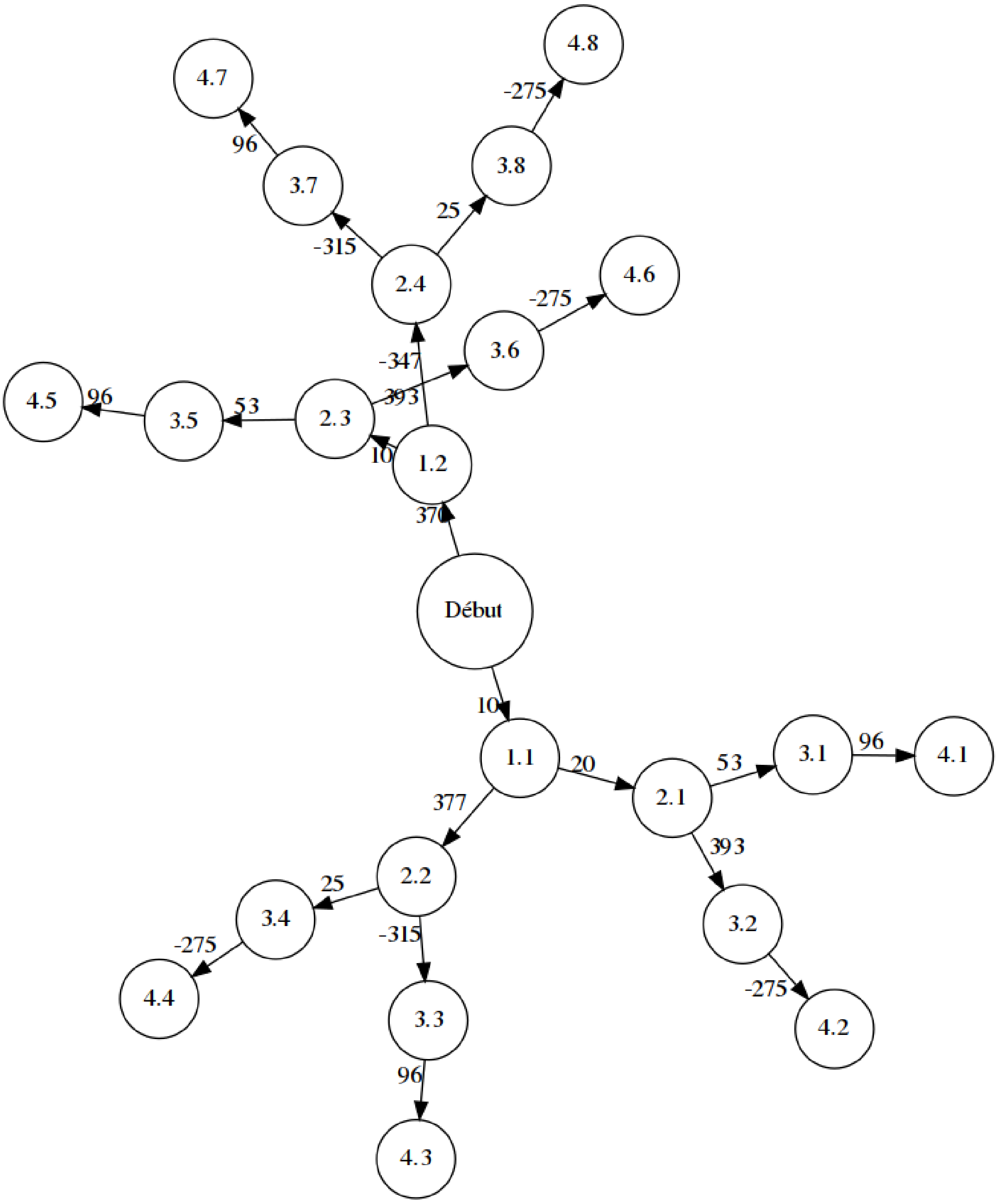
Décision	Conséquence	Coût
Début, 1.1	P 1 + E 1 - R 1	10
1.1, 2.1	P 2 + E 2 - R 2	20
1.1, 2.2	P 2 + E 2	377
2.1, 3.1	P 3 + E 3 - R 3	53
2.1, 3.2	P 3 + E 3	393
2.2, 3.3	E 3 – R 3	-315
2.2, 3.4	E 3	45
3.1, 4.1	P 4 + E 4 - R 4	96
3.2, 4.2	E 4 - R 4	-275
3.3, 4.3	P 4 + E 4 - R 4	96
3.4, 4.4	E 4 - R 4	-275
Début, 1.2	P 1 + E 1	370
1.2, 2.3	E 2 - R 2	-347
1.2, 2.4	E 2	10
2.3, 3.5	P3 + E 3 - R 3	53
2.3, 3.6	P3 + E 3	393

2.4, 3.7	E 3 - R 3	-315
2.4, 3.8	E 3	25
3.5, 4.5	P4 + E 4 - R 4	96
3.6, 4.6	E 4 - R 4	-275
3.7, 4.7	P4 + E 4 - R 4	96
3.8, 4.8	E 4 - R 4	-275

A partir du tableau ci-dessus, nous en déduisons les poids suivant correspondant respectivement à chaque arcs ci-dessus.

Poids = { 10, 370, 20, 377, -347, 10, 53, 393, -315, 25, 53, 393, -315, 25, 96, -275, 96, -275, 96, -275, 96, -275 }

Le graphe des décisions se présente donc de la manière suivante :



Ce graphe expose donc toute les décision possible et leurs coûts pour la stratégie A.

La meilleur stratégie est donc représenté par la branche au coût minimum.

Pour trouver cette branche, nous pouvons donc tout simplement calculer les coûts de chaque branche pour trouver la branche au coût minimum.

Il apparaît donc que la meilleur stratégie possible suis la branche
Début - 1.2 - 2.4 - 3.8 - 4.8 de coût 130

Soit garder l'avion lors de la période 1, 2 et 3 et le vendre à la période 4.

Décision B

La décision B consiste à prévoir au préalable la période durant laquelle sera utilisé l'avion.

Cela revient donc à la réalisation d'un graphe orienté valué G(S, A) sur lequel un sommet représente une échéance et un arc une décision.

Un arc (i,j) du sommet i au sommet j indique :
- l'acquisition d'un avion neuf à la date i
- sa revente à la date j
- Le coût associé à chacun des arcs correspond à la conséquence financière consécutive à la décision modélisée par l'arc

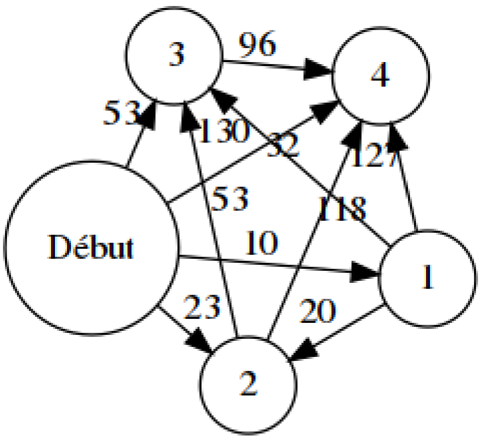
S = { Début, 1, 2, 3, 4 }

A = { (Début, 1), (Début, 2), (Début, 3), (Début, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4) }

Décision	Conséquence	Coût
Début, 1	P0 + E1 - R1	10
Début, 2	P0 + E1 + E2 - R2	23
Début, 3	P0 + E1 + E2 + E3 – R3	65
Début, 4	P0 + E1 + E2 + E3 + E4 – R4	130
1, 2	P1 + E2 - R2	20
1, 3	P1 + E2 + E3 – R3	62
1, 4	P1 + E2 + E3 + E4 – R4	127
2, 3	P2 + E3 - R3	53
2, 4	P2 + E3 + E4 – R4	118
3, 4	P3 + E4 - R4	96

Poids = { 10, 23, 65, 130, 20, 62, 127, 53, 118, 96 }

Sur ce modèle, une décision correspond à la durée durant laquelle un avion est gardé.



La meilleure stratégie se rapporte donc à la recherche du plus court chemin entre le sommet Début et le sommet 4.

Pour se faire deux algorithme s'offre à nous, soit l'algorithme de dijkstra, soit l'algorithme de bellman.
Or nous avons la possibilité ici d'avoir un arc de coût négatif de ce fait l'algorithme de dijkstra n'est pas approprié.
Il convient donc d'utiliser l'algorithme de bellman se présentant comme suit :

```
Bellman(G, s)
Début
/* Initialisation*/
S'  {s}; X S-S' ;
Pour tout uS
Distance[u]  ;
Predecesseur[u]  nil
FinPour;
Distance[s] 0;
/*Fin initialisation*/
/*relaxation de l'arc (u,v) */
Tant que vS|PredG(v) S'
S'S'{v}; S S-{v};
Pour tout(u,v)|uS'
Si Distance[v]>Distance[u]+cout(u,v)
Alors
Distance[v]Distance[u]+cout(u,v);
Predecesseur[v]u;
FinSi;
FinPour
FinTq
Fin
```

Après l'exécution de l’algorithme de bellman il apparaît donc que le chemin le plus court est l’arc reliant Début à 4. De coût 130.

Après réalisation des deux stratégie différentes, il apparaît donc que la stratégie A revient à énumérer toute les décision possible du problème ce qui n’est pas forcément très efficace alors que la stratégie B ne nécessite pas le calcul de toute les branches possible car elle utilise l’algorithme de bellman permettant de donner directement le chemin le plus court.

Conclusion

On retient de ce TP une manière de faire un choix d’algorithme le plus optimale en fonction d’un problème réel ainsi que d’aborder un même problème de plusieurs manière différentes pour obtenir le choix le plus judicieu. Ce TP permet également d’apprendre à maîtriser l’algorithme de Bellman et de trouver le chemin le plus court dans un graphe pour trouver une solution à un problème réel.