

一、客观题 (本题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

1、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} \frac{\sin(xy)}{2x} =$  \_\_\_\_\_。

2、设  $f(x, y) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ , 则  $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(1,1)} =$  \_\_\_\_\_。

3、设  $z = x^y$ , 则  $dz|_{(2,1)} =$  \_\_\_\_\_。

4、曲面  $z = 2x^2 - 3y^2$  在点  $P(1,1,-1)$  处的切平面方程为 \_\_\_\_\_。

5、微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$  的通解为 \_\_\_\_\_。

6、幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} (x-4)^n$  的收敛域为 \_\_\_\_\_。

7、交换积分次序:  $\int_0^1 dy \int_y^{2y} f(x, y) dx =$  \_\_\_\_\_。

8、微分方程  $y'' + 5y' + 6y = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_。

二、计算题 (本题共 4 小题, 每小题 8 分, 满分 32 分)

1、求微分方程  $xy' + y = e^x$  满足  $y|_{x=1} = 0$  的特解。

2、判断级数的敛散性: (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{2}{n^2} \right)$ ; (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n!}$ 。

3、设  $z = f(x, y)$  是由方程  $e^z + x + 2y + z = 3$  确定的隐函数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

4、求函数  $y = \frac{1}{x+3}$  展开为  $(x-1)$  的幂级数, 并且写出收敛域。

三、计算题 (本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、设  $z = f(2x-3y, xy^2)$ , 其中  $f$  有二阶连续的偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2、求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{2n+1}$  的和函数  $s(x)$ , 并指出收敛域。

3、求函数  $f(x, y, z) = x - y + z$  在条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  下的最大值与最小值。

四、计算题 (本题共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

1、计算二重积分  $\iint_D (x+y)^2 dx dy$ , 其中  $D$  是由曲线  $x^2 + y^2 = 2x$  所围成的平面闭区域。

2、设  $f(x,y)=\begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & x^2+y^4 \neq 0 \\ 0 & ,x^2+y^4=0 \end{cases}$  , 求  $f_x(0,0),f_y(0,0)$ 。

