

1、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{2 - \sqrt{xy+4}} =$ _____.

2、 交换积分次序 $\int_{-1}^0 dx \int_x^0 f(x,y) dy =$ _____.

3、 函数 $z = z(x,y)$ 由方程 ~~错误!未找到引用源。~~ 确定, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(0,1)} =$ _____.

4、 设 $z = \frac{y}{x}$, 则 $dz =$ _____.

5、 差分方程 $y_{x+1} - y_x = 2$ 的通解为 _____.

6、 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{2^n}$ 的收敛域为 _____ 和函数为 _____.

7、 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} =$ _____.

8、 若 y_1, y_2, y_3 是微分方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的三个线性无关特解,

则该方程的通解是 ()

(A) $c_1 y_1 + c_2 y_2 + y_3$

(B) $c_1(y_1 - y_2) - c_2(y_1 - y_3) + y_3$

(C) $c_1 y_1 + c_2 y_2 + (y_2 - y_1)$

(D) $c_1(y_1 - y_2) + c_2(y_1 - y_3) + (y_1 - y_3)$

二、计算题 (每题 6 分, 共 24 分)

1、 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4n-1}$ 的敛散性

2、 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3+1}$ 的敛散性

3、 求微分方程 $y' - y \tan x = \sec x$ 的通解

4、 求初值问题 $\begin{cases} y' = (y+1)x \\ y(0) = 0 \end{cases}$ 的解

三、计算题 (每题 8 分, 共 24 分)

1、 设 $z = f(xy, x^2 - y^2)$, 其中 f 有二阶连续的偏导数, 计算 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

2、 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 由 $y=x, y=1, x=2$ 围成.

3、将 $f(x) = \frac{1}{2+3x}$ 展开为错误!未找到引用源。的幂级数.

四、解答题 (每题 8 分, 共 16 分)

1、求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$ 的通解.

2、计算二重积分 $\iint_D (x+y)^2 dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0$.

20-21-2 期末考试

一、客观题 (每空 4 分, 共 36 分)

1、-8; 2、 $\int_{-1}^0 dy \int_{-1}^y f(x,y) dx$; 3、-1; 4、 $-\frac{y}{x^2} dx + \frac{1}{x} dy$

5、 $y_x = C + 2x$; 6、(-2,2); $\frac{x}{2+x}$ 7、e; 8、B

二、计算题 (每题 6 分, 共 24 分)

1、解: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{4(n+1)-1} \bigg/ \frac{2^n}{4n-1} = 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{4n+3} = 2 > 1$, 故发散。

2、解: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3+1} \bigg/ \frac{1}{n^{\frac{5}{2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^3+1} = 1 > 0$, 因为 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{5}{2}}}$ 收敛, 所以 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3+1}$ 收敛。

3、解: $y = \left(\int \sec x e^{\int -\tan x dx} dx + C \right) e^{\int \tan x dx} = \left(\int \sec x e^{\ln \cos x} dx + C \right) e^{-\ln \cos x} = (x+C) \frac{1}{\cos x}$

4、解: 分离变量: $\frac{dy}{(y+1)} = x dx$, 两边积分: $\ln(y+1) = \frac{x^2}{2} + C$

代入 $x=0, y=0$, 得 $C=0$. 故特解: $\ln(y+1) = \frac{x^2}{2}$, 即 $y = e^{\frac{x^2}{2}} - 1$.

三、计算题 (每题 8 分, 共 40 分)

1、 $\frac{\partial z}{\partial x} = y f_1' + 2x f_2'$, $\frac{\partial z}{\partial y} = x f_1' - 2y f_2'$;

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = f_1' + x y f_{11}'' + 2(x^2 - y^2) f_{12}'' - 4x y f_{22}''$

2、 $\iint_D xy dx dy = \int_1^2 dx \int_1^x xy dy = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^3 - x) dx = \frac{9}{8}$

$\iint_D xy dx dy = \int_1^2 dy \int_y^2 xy dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (4y - y^3) dy = \frac{9}{8}$

3、 $\frac{1}{2+3x} = \frac{1}{5+3(x-1)} = \frac{1}{5} \frac{1}{3(x-1)+5} = \frac{1}{5} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{3(x-1)}{5} \right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{5^{n+1}} (x-1)^n$

收敛域: $-1 < \frac{3(x-1)}{5} < 1 \Rightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{8}{3}$

四、解答题 (每题 8 分, 共 16 分)

1、解: 特征方程: $r^2 - 3r + 2 = 0$, 特征根: $r_1=1, r_2=2$, 所以, 齐次方程的通解为 $Y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$; 设非齐次方程的特解为: $y^* = a x e^x$, 代入原方程, 得 $a=-2$; 特解 $y^* = -2x e^x$

所以, 非齐次方程的通解为: $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - 2x e^x$.

2、解: $\iint_D (x+y)^2 dx dy = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 r^3 dr = 4\pi$