东南大学成贤学院考试卷（期末卷）

课程名称 线性代数 适用专业 全校

考试学期 23-24-2 考试形式 闭卷 考试时间长度 120分钟

学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 得分＿＿＿＿

题号	一	二	三	四
得分				

密

封

线

一. 填空题（每题3分，共 12题，共36 分）

1. $\begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}=$＿＿＿＿＿＿.　　2. $\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}^{-1}=$＿＿＿＿＿＿.

3、若 A 是3阶矩阵，$|A|=3$，则 $|2A|=$ ＿＿＿＿＿＿.

4. 设方阵 A 满足 $A^2-2A-E=0$, 则 $(A+2E)^{-1}=$ ＿＿＿＿＿＿.

5. 向量组 $\alpha_1=(1,0,1)^T,\alpha_2=(1,-2,3)^T,\alpha_3=(1,-1,k)^T$ 线性相关，则 $k=$＿＿＿＿＿＿.

6. 设 A 是 3×4 的矩阵，则 A 的4个列向量 A_1,A_2,A_3,A_4 是线性＿＿＿＿＿＿.

7. 已知 $\alpha=(1,2,2,3)^T,\alpha_2=(3,1,5,1)^T$, 则内积 $[2\alpha-\beta,2\alpha+\beta]=$＿＿＿＿＿＿.

8. 设3元线性方程组 $AX=b$ 的通解中含一个任意常数，则秩 $(A)=$＿＿＿＿＿＿.

9. 设 A 是 2×3 矩阵，A_k 是 A 的第 k 列，即 $A=(A_1,A_2,A_3)$，则 $A^T=$＿＿＿＿.

10. 实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2-3x_3^2-2x_1x_2$ 的秩和正惯性指数依次是（　　　）.

(A) 3, 1;　　(B) 3, 2;　　(C) 2, 2;　　(D) 2, 1.

11. 设 A 是2阶方阵，且 $|A|=a$，则 $|(-2A)^3|=$（　　　）.

(A) $8a^3$;　　(B) $-8a^3$;　　(C) $64a^3$;　　(D) $-64a^3$.

12、设方阵 A 及 $A+B$ 都可逆，则 $(E+A^{-1}B)^{-1}=$（　　　）

(A) $(A+B)^{-1}A$　　(B) $E+B^{-1}A$　　(C) $\dfrac{A}{A+B}$　　(D) $A(A+B)^{-1}$

二. 计算题 （每题 8 分，共 3 题，共 24 分）

13 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

14. 已知 $\alpha=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是 $A=\begin{pmatrix} a & -1 & -2 \\ b & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 对应于特征值 λ 的特征向量，求 λ, a, b.

15. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. 解方程 $XA=B$、

三．计算、解答题（每题 10 分，共 3 题，共 30 分）

16. $\alpha_1=(1,2,2,3)^T,\alpha_2=(1,-1,-3,6)^T,\alpha_3=(-2,-1,1,-9)^T,\alpha_4=(1,1,-1,6)^T$，

求此向量组的一个极大无关组，并将其余向量用极大无关组线性表示.

17. λ 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1 \quad\; + x_3 - 5x_4 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 8x_4 = \lambda \end{cases}$ 有解？有解时求出它的结构式通解.

18. 用正交变换化简实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+4x_1x_3$。（求出正交变换与标准形）

四、证明题（每题 5 分，共 2 题，共 10 分）

19. 设秩 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}=3$，秩 $\{\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}=4$，证明 α_1 能由 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表示。

20. 设 η 是线性方程组 $AX=b$ 的解，$b\neq 0,\xi_1,\xi_2$ 是导出组 $AX=0$ 的基础解系，证明 ξ_1,ξ_2,η 线性无关.