自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

密 封 线

东南大学成贤学院

高等数学竞赛 模拟考试五

考试时间	2022	考试形式	闭 卷	考试时间	120 分钟
学 号		班 级		姓 名	
				得 分	

一．填空题（每小题 4 分，共 32 分）

1、计算极限$\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}\frac{x+y}{x^2-xy+y^2}\sin(x^2-xy+y^2)=$ ________。

2、计算极限$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{sin\frac{\pi}{n}}{n^2+1}+\frac{sin2\frac{\pi}{n}}{n^2+2}+\cdots+\frac{sin\pi}{n^2+n}\right)=$________。

3、设函数$z=z(x,y)$由方程$F\left(x+\frac{z}{y},y+\frac{z}{x}\right)=0$所确定，其中$F(u,v)$具有连续偏导数，且$xF_u+yF_v\neq 0$，则$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$________。（结果要求不显含$F$及其偏导数）

4、设函数$f(x)$是连续函数，且满足$f(x)=3x^2-\int_0^2 f(x)dx-2$，则$f(x)$ = ________。

5、假设$\alpha>0$为常数，则$\int_0^{+\infty}e^{-x}e^{-|\alpha-x|}dx=$ ___________。

6、设有曲面$S:z=x^2+2y^2$和平面π：$2x+2y+z=0$，则与π平行的S的切平面方程为___________________。

7、设$z=f(2x-y,\frac{x}{y})$，f可微，$f_1'(3,2)=2$，$f_2'(3,2)=3$，则$dz|_{(2,1)}=$___________。

8、设$f(x)=(x^2-1)^n$, 则$f^{(n+1)}(-1)=$___________。

二、(8 分) 设$f(x)$在$(-1,1)$内有$f''(x)<0$，且$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-sinx}{x}=2$，证明在$(-1,1)$内有$f(x)\leq 3x$。

三．(8 分) 已知函数$f(x,y)=x+y+xy$，曲线$C:x^2+y^2+xy=3$，求$f(x,y)$在曲线C上的最大方向导数。

四．(8 分) 设函数$f(x)$在闭区间$[0,1]$上可微，且满足$f(1)-\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)dx=0$。求证：存在$\xi\in(0,1)$, 使$f'(\xi)=-\frac{f(\xi)}{\xi}$。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

密 封 线

五、（8 分）已知$f(x)$连续且$f(x+2)-f(x)=sinx, \int_0^2 f(x)dx=0$。求积分$\int_1^3 f(x)dx$。

六、（12 分）设$f(x,y)=\begin{cases} yarctan\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, (x,y)\neq(0,0) \\ 0 \quad ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$，讨论$f(x,y)$在(0,0)连续性、可偏导性与可微性。

七、（12 分）设$D: 0\le x+y\le 2$，$x^2+y^2\le 4$，试求二重积分$\iint_D \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$。

八、（12 分）设$f(x,y)$有二阶连续偏导数，$g(x,y)=f(e^{xy},x^2+y^2)$，

且 $f(x,y)=1-x-y+o(\sqrt{(x-1)^2+y^2}$，

证明$g(x,y)$在(0,0)处取得极值，判断此极值是极大值还是极小值，并求出此极值。