

## 无穷级数测验

### 一、客观题(每题 5 分, 共 25 分)

- 1、若  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  ( )
- A. 收敛且和为 0    B. 收敛但和不一定为 0    C. 发散    D. 可能收敛也可能发散
- 2、幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  ( )
- A. 在  $x = -1, x = 1$  处均发散    B. 在  $x = -1$  处收敛, 在  $x = 1$  处发散
- C. 在  $x = -1$  处发散, 在  $x = 1$  处收敛    D. 在  $x = -1, x = 1$  处均收敛
- 3、若  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  在  $x = 1$  处收敛, 则幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(x - \frac{1}{2}\right)^n$  在  $x = 1$  处 ( )
- A. 发散    B. 条件收敛    C. 绝对收敛    D. 敛散性不确定
- 4、数项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$  的和  $S =$ \_\_\_\_\_.
- 5、幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1)2^n}$  的收敛域为\_\_\_\_\_.

### 二、计算题 (共 75 分)

- 1、(20 分) 判定下列级数的敛散性。

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n \frac{1}{2^n} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$     (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{2}{n}\right)$     (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$

- 2、(10 分) 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n^3}$  是否收敛。如果收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

- 3、(30 分) 已知幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ , (1) 求收敛域; (2) 在此收敛域上的和函数;

(3) 求数项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \cdots$  的和.

- 4、(15 分) 将  $f(x) = \frac{1}{3+x}$  展开成 (1)  $x$  的幂级数; (2)  $(x+1)$  的幂级数, 并求出收敛域。