

19 经期中

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

- 1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x+4} =$ _____.
- 2、若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{2x}, & x \neq 0 \\ \pi, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则 $a =$ _____.
- 3、曲线 $y = x^3 - 3x$ 上切线平行于 x 轴的点是_____.
- 4、 $d \sin e^x =$ _____ de^x .
- 5、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $xy + e^{-y} = x + 1$ 确定，则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} =$ _____.

呆@西西弗斯 二、单项选择题（每题 4 分，共 16 分）
QQ : 2305201452

1. 当 () 时， $2^{\frac{1}{x}}$ 是无穷小.
- (A) $x \rightarrow 0^+$; (B) $x \rightarrow 0$; (C) $x \rightarrow 0^-$; (D) $x \rightarrow \infty$.
- 2、点 $x = 0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$ 的 ()
- (A) 可去间断点; (B) 跳跃间断点; (C) 第二类间断点; (D) 连续点.
- 3、在 $x \rightarrow 0$ 时， $3^x - 1$ 是 $\ln(1 + 3x)$ 的 ()
- (A) 高阶无穷小; (B) 低阶无穷小; (C) 同阶非等价无穷小; (D) 等价无穷小.

呆@西西弗斯 4、函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可微是函数在该点处可导的 () 条件.
QQ : 2305201452

- (A) 充分而非必要; (B) 必要而非充分;
(C) 充要; (D) 既非充分也非必要.

三（每题 8 分，共 24 分）

- 1、计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 6 \sin n}{3n^2 - 2n + 5}$
- 2、设 $f(x) = \sqrt{x^2 - a^2} - a \arccos \frac{a}{x}$ ，求 $f'(x)$
- 3、设 $y = x^{2x}$ ，求 dy .

四（每题 8 分，共 24 分）

- 1、计算 $\lim_{x \rightarrow -2} (\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8})$

2、设 $f(x) = x^2 e^x$ ，求 $f^{(10)}(0)$ 。

3、设 $f(x) = 3^{|x|}$ ，求 $f'(x)$ 。

五（每题 8 分，共 16 分）

1、设 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 、 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 和 $\frac{d^3y}{dx^3}$ 。

2、证明曲线 $y = e^x - 2$ 与直线 $y=x$ 在第一象限内至少有一个交点。

呆@西西弗斯 20 经期中
QQ : 2305201452

呆@西西弗斯
QQ : 2305201452

一、 填空题（4 分×5=20 分）

1、设 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + a, & x \leq 0 \\ \frac{\sin^2 4x}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$ ，当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，函数 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续。

2、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $2y - \cos 3y = 2x$ 确定， $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设 $y = 3^{\sin 2x}$ ，则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、曲线 $y = \ln x$ 上一点，其横坐标 $x = 2$ 为，则曲线在该点处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、已知 $f(x) = e^{-2x}$ ，则 $f^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、单项选择题（4 分×4=16 分）

1、设 $f(x) = |x|$ ，则 $f'(x)$ 。

(A) $=x$ ； (B) $=|x|$ ； (C) 不存在； (D) 以上都不对。

2、当 $x \rightarrow 0$ 时，下列无穷小中最高阶的是 ()

(A) $x^2 + x^6$ ； (B) $\sin x - \tan x$ ； (C) $1 - \cos^2 x$ ； (D) $1 - \cos x^2$ 。

3、设 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - mx)^{\frac{1}{x}} = e^2$ ，则 $m = (\quad)$

(A) $\frac{1}{2}$ ； (B) 2； (C) -2； (D) $-\frac{1}{2}$ 。

4、点 $x = 1$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x > 1 \\ 12 - 5x, & x \leq 1 \end{cases}$ 的

(A) 可去间断点; (B) 跳跃间断点; (C) 第二类间断点; (D) 连续点。

呆@西西弗斯三、(8分×3=24分)

QQ : 2305201452

呆@西西弗斯

QQ : 2305201452

1、计算 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

2、计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^k} + \frac{2}{n^k} + \cdots + \frac{n}{n^k})$

3、证明：当 $x \rightarrow 0$ 时， $\ln(1+x) - x = o(e^x - 1)$

呆@西西弗斯 四、(8分×3=24分)

QQ : 2305201452

1、求函数 $y = x \arctan \frac{x}{a} - \frac{a}{2} \ln(a^2 + x^2)$ 的导数。

2、设 $\begin{cases} x = 1+t^2 \\ y = t^2 - t^3 \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 。

3、设函数 $y = y(x)$ 由 $y - xe^y = 1$ 所确定，求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$ ，。

五、(8分×2=16分)

1、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ，求 $f'(x)$ 。

2、(A 班做) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续。且 $a \leq f(x) \leq b$ ，证明在 (a, b) 内至少存在点 C ，使 $f(C) = C$ 。

(B 班做) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续。且 $a < f(x) < b$ ，证明在 (a, b) 内至少存在点 C ，使 $f(C) = C$ 。

呆@西西弗斯

QQ : 2305201452