

微分方程测验

一、客观题. (每题 5 分, 共 60 分)

1、下列给定的方程中, 不是微分方程的是 ()

A. $xy' = 2y$ B. $x^2 + y^2 = C^2$ C. $y'' + y = 0$ D. $y'' + y^2 = 0$

2、微分方程 $y' - y \cot x = 0$ 的通解为 ()

A. $y = C \cos x$ B. $y = C \sin x$ C. $y = C \tan x$ D. $y = C \csc x$

3、下列微分方程是线性方程的是 ()

A. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ B. $y' + y = y^2 \cos x$ C. $y' = y^3 + \sin x$ D. $y'^2 + 6y' = 1$

4、以下函数组线性无关的是 ()

A. e^x, e^{x+1} B. $x^2, 3x^2$ C. $\sin^2 x, \sin x$ D. $\ln x, \ln x^2$

5、设线性无关的函数 y_1, y_2 与 y_3 都是二阶线性非齐次方程 $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x)$

的解, C_1, C_2 为任意常数, 则方程的通解为 ()

A. $C_1 y_1 + C_2 y_2 + y_3$ B. $C_1 y_1 + C_2 y_2 + (C_1 + C_2) y_3$
C. $C_1 y_1 + C_2 y_2 - (1 + C_1 + C_2) y_3$ D. $C_1 y_1 + C_2 y_2 + (1 - C_1 - C_2) y_3$

6、设常数 p, q 满足 $p^2 - 4q = 0, p \neq 0$, 则微分方程 $y'' + py' + qy = 0$ 的通解为 ()

A. $y = Ce^{-\frac{p}{2}x}$ B. $y = Cxe^{-\frac{p}{2}x}$ C. $y = (C_1 + C_2 x)e^{-\frac{p}{2}x}$ D. $y = C_1 + C_2 x$

7、 $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ 的通解为_____.

8、以函数 $y = e^x (C_1 \sin x + C_2 \cos x)$ (C_1, C_2 为任意常数) 为通解的二阶常系数线性齐次微分方程为_____.

9、 $y'' + py' + qy = P_m(x)e^{\lambda x}$ 的一个特解可设为 $y^* = x^k Q_m(x)e^{\lambda x}$, 假设 λ 不是特征方程的根, 则 $k =$ _____.

10、微分方程 $y'' - 2y' - 3y = 3x + 5$ 的一个特解为_____.

11、方程 $y'' = e^{3x} + \sin x$ 的通解为_____.

12、二阶常系数齐次线性方程的一个特解为 $y = xe^{2x}$, 则此微分方程为_____.

二、计算题. (共 40 分)

1、(10 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = x^2 \tan y$ 的通解

2、(10 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x - y^2}$ 的通解.

3、(10 分) 求微分方程 $y'' - y' - 6y = 0$ ，满足初始条件 $y(0) = 2$ ， $y'(0) = 1$ 的特解.

4、(10 分) 求微分方程 $y'' + 2y' + y = (x^2 - 1)e^{-x}$ 的通解.