







Analiza i przetwarzanie obrazów i wideo, wykład 12

Analiza sekwencji wideo. Separacja tła. Przepływ optyczny.



J. Sas

Al-Tech, 2022/2023











Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego Program Operacyjny Polska Cyfrowa na lata 2014-2020,

Oś Priorytetowa nr 3 "Cyfrowe kompetencie społeczeństwa" Działanie nr 3,2 "Innowacyjne rozwiazania na rzecz aktywizacji

Agenda:

- Podstawowe problemy analizy wideo
- Metody wykrywania ruchu
- Pole ruchu i przepływ optyczny
- Geometryczne metody wykorzystania pola ruchu
- Wyznaczanie przepływu optycznego metodą Lucasa-Kanade

Pojęcia podstawowe: sygnał wideo

- Sygnał o charakterze trójwymiarowym (czasoprzestrzennym):
 - oś współrzędnej X,
 - oś współrzędnej Y,
 - oś czasu T.
- Oś czasu T ma charakter dyskretny, ale stanowi wycinek z ciągłej osi czasu.
- Ciągłość sygnału wideo w pojedynczym ujęciu.
 - możliwość analizy zmian pomiędzy kolejnymi chwilami czasu (ujęciami strumienia),
 - możliwość analizy dynamiki zmian,
 - możliwość predykcji zmian.

Po co nam analiza wideo

Pozyskanie/poszerzenie informacji o statycznych elementach: obrazu:

- usunięcie zmiennego w czasie szumu urządzenia akwizycyjnego (filtrowanie 3D),
- wyeliminowanie przemieszczających się elementów obrazu (odtwarzanie statycznego tła sceny),
- wyszukanie najlepszego (w sekwencji obrazów) widoku interesującego nas elementu sceny;

Po co nam analiza wideo

Pozyskanie informacji o elementach ruchomych:

- wykrycie ruchu,
- separacja istotnych i nieistotnych elementów poruszających się,
- dynamiczne śledzenie ruchu obiektu (np. jako obszaru do ustawienia ostrości)
- określenie ścieżek ruchu (trajektorii poruszających się obiektów),
- rozpoznawanie specyficznych schematów występującego ruchu rozpoznawanie akcji i zachowań.
- rozpoznawanie stanu obiektu na podstawie cech ruchu (np. stanu emocjonalnego osoby, dysfunkcji ruchowych, stanów chorobowych)

Pojęcia podstawowe: cyfrowa reprezentacja sygnału

- Olbrzymia objętość danych (np. Full HD):
 - pojedyncza klatka : $1920 \times 1080 \times 3 = 6075 kB$.
 - 24 klatek / sek : $6075kB \times 24\frac{1}{s} = 145800kb/s \approx 142MB/s$,
 - 1 godzina : $142MB/s \times 3600s \approx 499GB$.
- Konieczność stosowania kompresji sygnału:
 - kompresja poszczególnych klatek obrazu,
 - kompresja ruchu (oś czasu).

Pojęcia podstawowe: cyfrowa reprezentacja sygnału

- Olbrzymia ilość metod i standardów kompresji sygnału wideo (na potrzeby transmisji i przechowywania):
 - Windows Media Video (zamkniętoźródłowy),
 - MPEG–4, część 2/H.263, DivX przestarzałe,
 - AVC (MPEG-4, H.264) nieco przestarzałe, ale nadal bardzo popularne,
 - HEVC (H.265) state of the art,
 - VP9 (otwarty ale opracowywany przez Google),
 - ...
- Ważne: nie myl *kontenera* wideo (.mp4, .mkv, .avi, ...) z formatem kompresji (wyżej).
- Analiza na podstawie:
 - sekwencji obrazów odtworzonych z postaci skompresowanej,
 - cech wyliczanych bezpośrednio z danych skompresowanych.

Analiza sygnału wideo – podstawy

- Analiza sygnału wideo to połączenie metod:
 - klasycznej analizy obrazów,
 - analizy (wykrywania) ruchu,
 - predykcji ruchu,
 - rozpoznawania sekwencji.
- Analiza i predykcja ruchu służą do:
 - polepszenia jakości wyników analizy (korekcja na podstawie poprzednich wyników, np. problem chwilowego zanikania śledzonego obiektu),
 - przyspieszenia działania metod (analiza tylko części danych zamiast pełnego strumienia).

Analiza sygnału wideo – podstawy

- Analiza sygnału wideo zazwyczaj odbywa się on-line:
 - problem wydajności metod,
 - stosowanie bardzo wydajnych metod analizy obrazu,
 - stosowanie specjalizowanego sprzętu, zwykle o architekturze potokowej (np. z użyciem FPGA),
 - analiza tylko fragmentów obrazu, a nie całości (np. tylko poruszających się fragmentów),
 - wykorzystanie informacji o ruchu do określenia obszarów zainteresowania.

Wykrywanie ruchu: możliwe przypadki

- Możliwe zachowania kamery:
 - całkowicie nieruchoma kamera.
 - kamera o bardzo niewielkich zmianach pozycji (np. wynikających z niestabilności jej umocowania),
 - kamera w ruchu.
- Możliwe zachowania tła ujęcia:
 - całkowicie statyczne tło,
 - nieruchome tło ze zmianami intensywności oświetlenia,
 - bardzo niewielki ruch tła,
 - dynamicznie zmieniające się tło.
- Dla każdego z przypadków stosowane są inne metody.

Wykrywanie ruchu: przykład







Wykrywanie ruchu: typowe problemy

- Brak wykrycia ruchu na części obrazu:
 - przyczyna: nieskuteczny algorytm detekcji ruchu (odejmowania tła),
 - przyczyna: zbyt podobne analizowane fragmenty obrazu,
 - skutek: brak wykrycia istotnych poruszających się obiektów lub podział obiektu na części.
- Wykrycie nieistniejącego ruchu:
 - przyczyna: artefakty związane z rejestracją obrazu (szum),
 - skutek: wykrycie ruchu "nieistotnego" (zmiana niewielkich detali),
 - przyczyna: zbyt gwałtowny ruch kamery dla danej metody,
 - skutek: pojawianie się chwilowej informacji o ruchu.

Wykrywanie ruchu: typowe problemy

- Podzielenie ruchomego obiektu na wiele segmentów:
 - przyczyna: brak wykrycia ruchu dla części obiektu, niepoprawne wyznaczenie kierunku ruchu,
 - skutek: bardzo utrudnione śledzenie obiektów.
- Połączenie ruchomych obiektów w jeden segment:
 - przyczyna: różne ruchome obiekty się częściowo przesłaniają,
 - skutek: utrata istotnej informacji.
- Gubienie śledzonego obiektu:
 - przyczyna: zbyt duża różnica na obrazie w stosunku do modelu,
 - przyczyna: zbyt szybki ruch obiektu,
 - skutek: chwilowe zaprzestanie obserwacji obiektu,
 - skutek: niepoprawne wysokopoziomowe wnioskowanie,

Wykrywanie ruchu: metoda odejmowania tła

Model tła - zestaw danych pozwalający na wyznaczenie w obrazie elementów statycznych

```
1: model ← capture()
 2: loop
       frame ← capture()
 3:
       delta \leftarrow \Delta(model, frame)
 4:
      motion \leftarrow \emptyset
 5:
       for all fragment ∈ delta do
 6:
          if S(fragment) > t then
 7:
             motion \leftarrow motion \cup \{fragment\}
 8:
          end if
 9:
       end for
10:
       model \leftarrow frame \{ Opcjonalnie \}
11:
12: end loop
```

Metoda odejmowania tła - własności

- Najprostsza stosowana metoda.
- Statyczny model tła:
 - model nie podlega zmianom,
 - bardzo wrażliwy na zmiany oświetlenia i ruch kamery,
 - zmiany tła powodują zafałszowanie wyników.

• Dynamiczny model tła:

- modelem jest przedostatnia lub kilka przedostatnich klatek,
- niewrażliwy na powolny ruch kamery i zmiany oświetlenia,
- nie jest w stanie dokładnie określić obszarów ruchu,
- niektóre ruchome elementy mogą nie zostać rozpoznane.

Wykrywanie ruchu: dynamiczny model tła

```
1: model ← initialize(capture())
 2: loop
 3:
       frame \leftarrow capture()
       delta \leftarrow \Delta(model, frame)
 4:
       motion \leftarrow \emptyset
 5:
       for all fragment \in delta do
 6:
          if S(fragment) > t then
 7:
             motion \leftarrow motion \cup \{fragment\}
 8:
          end if
 g.
       end for
10:
       model \leftarrow update(model, frame)
11:
12: end loop
```

- Szkielet metody wykrywania ruchu z modelem tła,
- Model tła podlega dynamicznym zmianom update,
- Różnica pomiędzy modelem i obrazem Δ,

Wykrywanie ruchu: różnica pomiędzy modelem i obrazem

bezwzględna różnica

$$\Delta(M_t, I_t) = |I_t - M_t|. \tag{1}$$

względna różnica

$$\Delta(M_t, I_t) = \frac{|I_t - M_t|}{M_t}.$$
 (2)

znormalizowana różnica

$$\Delta(M_t, I_t) = \frac{|I_t - M_t - \mu|}{\sigma},\tag{3}$$

gdzie:

- μ wartość średnia różnic $|I_t M_t|$ dla wszystkich pikseli, σ odchylenie std różnic $|I_t M_t|$ dla wszystkich pikseli.
 - \bullet jeśli większość obrazu stanowi tło σ reprezentuje naturalną zmienność tła
 - ullet μ redukuje globalne zmiany (np. jasności) w obrazie

Wykrywanie ruchu: metoda mediany

Idea algorytmu

- Zapamiętywane jest N ostatnich klatek.
- Dla każdego piksela wyznaczana jest mediana:

$$m_t(x, y) = median[i_{t-1}(x, y), i_{t-2}(x, y), ..., i_{t-N}(x, y)].$$

Mediany stanowią model tła.

Własności:

- Model tła podlega zmianom, budowany jest dynamicznie:
- Jedna z najpowszechniej stosowanych metod prosta i skuteczna.
- Duży narzut obliczeniowy przy liczeniu mediany.
- Duży narzut pamięciowy ze względu na konieczność pamiętania n klatek.

Wykrywanie ruchu: metoda mediany

Idea algorytmu

- Zapamiętywane jest N ostatnich klatek.
- Dla każdego piksela wyznaczana jest mediana:

$$m_t(x, y) = median[i_{t-1}(x, y), i_{t-2}(x, y), ..., i_{t-N}(x, y)].$$

Mediany stanowią model tła.

Własności:

- Model tła podlega zmianom, budowany jest dynamicznie:
- Jedna z najpowszechniej stosowanych metod prosta i skuteczna.
- Duży narzut obliczeniowy przy liczeniu mediany.
- Duży narzut pamięciowy ze względu na konieczność pamiętania n klatek.

Wykrywanie ruchu: metoda mediany

Własności c.d.:

- **Kluczowe założenie**: w sekwencji przynajmniej w połowie z *N* klatek przez piksel (x,y) widoczne tło.
- Jeśli rozrzut jasności tła jest niewielki, to poruszające się obiekty nie zaburzają wyznaczenia jasności tła
 - mediana mniejsza od największego elementu z pikseli tła bo powyżej maksymalnego w najgorszym przypadku mniej niż N/2 pikseli z poruszającego się obiektu
 - mediana większa od najmniejszego bo poniżej mniej niż N/2 pikseli z poruszającego się obiektu
- Ze względu na powyższe metoda lepsza od uśredniania n poprzedzających klatek (uśrednianie uśrednia również piksele poruszającego się obiektu)

Wykrywanie ruchu: metoda aproksymowanej mediany

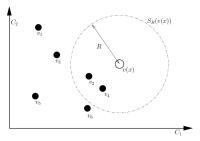
- Szybki wariant metody mediany.
- Nie ma konieczności zapamiętywania wszystkich klatek.
- Nie ma potrzeby liczenia mediany dla każdego piksela.
- Wartość mediany dla każdego piksela jest aproksymowana:

$$m_t(x,y) = m_{t-1}(x,y) + \begin{cases} 1 & \text{if } m_{t-1}(x,y) < i_{t-1}(x,y) \\ 0 & \text{if } m_{t-1}(x,y) = i_{t-1}(x,y) \\ -1 & \text{if } m_{t-1}(x,y) > i_{t-1}(x,y) \end{cases}$$

- ullet Złożoność obliczeniowa $O(x_r \times y_r)$, $(x_r, y_r$ rozdzielczość obrazu)
- ... podczas gdy dla pełnej mediany: $O(x_r \times y_r \times n)$, n liczba klatek analizowanych wstecz

Wykrywanie ruchu: metoda ViBE

- ViBe VIsual Background Extractor
- Założenie w sąsiedztwie każdego piksela obrazu statycznego znajdują się piksele o podobnych atrybutach
- Model tła opisany jest zbiorem próbek N (np. 20) (a nie rozkładem)
- Wykrywanie ruchu (lub raczej zmienności w obrazie) traktowane jest jako problem klasyfikacji:

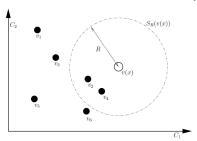


Źródło: Barnich O., M. Van Droogenbeck M.. ViBe : A universal background subtraction algorithm for video sequences. IEEE Transactions on Image Processing, 2011

 Piksel należy do tła jeśli w promieniu r (np. 20 dla jasności) w przestrzeni atrybutów znaleziono co najmniej t (np. 2) próbek w modelu tła dla pozycji odpowiadającej pikselowi.

Wykrywanie ruchu: metoda ViBE

- Inicjalizacja modelu tła z jednej klatki:
 - inicjalizacja powinna być możliwie szybka
 - powinna być łatwa możliwość powtórnej inicjalizacji
 - rozwiązanie: wartości atrybutów losowo wybranych pikseli z sąsiedztwa
- Aktualizacja modelu tła wymiana losowego piksela
- Z każdą klatką można modyfikować tylko część modeli (tutaj: "model" dotyczy jednej pozycji (piksela) w obrazie)



Źródło: Barnich O., M. Van Droogenbeck M.. ViBe : A universal background subtraction algorithm for video sequences. IEEE Transactions on Image Processing, 2011

- Dla każdego piksela wybieramy sąsiedztwo o określonym promieniu R w przestrzeni (x, y) i z niego wybieramy losowo N pikseli - wektory ich cech tworzą model piksela.
- Sąsiedztwo o promieniu R można zastąpić 8-sąsiedztwem (tylko bezpośredni sąsiedzi)
- Niektóre piksele z otoczenia mogą występować wielokrotnie w modelu (ze względu na losowanie ze zwracaniem do puli)
- Pełny model piksela można uzyskać już z pojedynczej ramki.
- Podczas losowania można odrzucać wylosowane piksele jeśli znacznie odbiegają od piksela centralnego (np. jeśli leży on w pobliżu krawędzi różniących się znacznie obszarów)

- Dla każdego piksela wybieramy sąsiedztwo o określonym promieniu R w przestrzeni (x, y) i z niego wybieramy losowo N pikseli - wektory ich cech tworzą model piksela.
- Sąsiedztwo o promieniu R można zastąpić 8-sąsiedztwem (tylko bezpośredni sąsiedzi)
- Niektóre piksele z otoczenia mogą występować wielokrotnie w modelu (ze względu na losowanie ze zwracaniem do puli)
- Pełny model piksela można uzyskać już z pojedynczej ramki.
- Podczas losowania można odrzucać wylosowane piksele jeśli znacznie odbiegają od piksela centralnego (np. jeśli leży on w pobliżu krawędzi różniących się znacznie obszarów)

- Dla każdego piksela wybieramy sąsiedztwo o określonym promieniu R w przestrzeni (x, y) i z niego wybieramy losowo N pikseli - wektory ich cech tworzą model piksela.
- Sąsiedztwo o promieniu *R* można zastąpić 8-sąsiedztwem (tylko bezpośredni sąsiedzi)
- Niektóre piksele z otoczenia mogą występować wielokrotnie w modelu (ze względu na losowanie ze zwracaniem do puli)
- Pełny model piksela można uzyskać już z pojedynczej ramki.
- Podczas losowania można odrzucać wylosowane piksele jeśli znacznie odbiegają od piksela centralnego (np. jeśli leży on w pobliżu krawędzi różniących się znacznie obszarów)

- Dla każdego piksela wybieramy sąsiedztwo o określonym promieniu R w przestrzeni (x, y) i z niego wybieramy losowo N pikseli - wektory ich cech tworzą model piksela.
- Sąsiedztwo o promieniu R można zastąpić 8-sąsiedztwem (tylko bezpośredni sąsiedzi)
- Niektóre piksele z otoczenia mogą występować wielokrotnie w modelu (ze względu na losowanie ze zwracaniem do puli)
- Pełny model piksela można uzyskać już z pojedynczej ramki.
- Podczas losowania można odrzucać wylosowane piksele jeśli znacznie odbiegają od piksela centralnego (np. jeśli leży on w pobliżu krawędzi różniących się znacznie obszarów)

- Dla każdego piksela wybieramy sąsiedztwo o określonym promieniu R w przestrzeni (x, y) i z niego wybieramy losowo N pikseli - wektory ich cech tworzą model piksela.
- Sąsiedztwo o promieniu R można zastąpić 8-sąsiedztwem (tylko bezpośredni sąsiedzi)
- Niektóre piksele z otoczenia mogą występować wielokrotnie w modelu (ze względu na losowanie ze zwracaniem do puli)
- Pełny model piksela można uzyskać już z pojedynczej ramki.
- Podczas losowania można odrzucać wylosowane piksele jeśli znacznie odbiegają od piksela centralnego (np. jeśli leży on w pobliżu krawędzi różniących się znacznie obszarów)

Modyfikacja:

- Losowo wybieramy piksele do modyfikacji modelu (w szczególności wszystkie - czasochłonne i niestabilne)
- Dla wybranego piksela losujemy próbki z otoczenia do wymiany (w szczególności - tylko jeden)

Strategia konserwatywna:

Wymieniamy tylko takie próbki, których piksele nie zostały zakwalifikowane jako piksele poruszającego się obiektu (foreground). **Wada:** Pewne piksele

nigdy nie staną się zmodyfikowanym tłem (tzw. *ghost effect*, np. obszar widoku samochodu, który odjechał z miejsca parkowania)

Modyfikacja:

- Losowo wybieramy piksele do modyfikacji modelu (w szczególności wszystkie - czasochłonne i niestabilne)
- Dla wybranego piksela losujemy próbki z otoczenia do wymiany (w szczególności - tylko jeden)

Strategia ślepa:

Wymieniamy próbki losowo - bez względu czy zostały zakwalifikowane jako foreground. **Wada:** Brak wykrywania powoli poruszających się obiektów, które stopniowo stają się tłem.

Modyfikacja:

- Losowo wybieramy piksele do modyfikacji modelu (w szczególności wszystkie - czasochłonne i niestabilne)
- Dla wybranego piksela losujemy próbki z otoczenia do wymiany (w szczególności - tylko jeden)

Częściowe rozwiązanie poprzedniego problemu:

Wykorzystanie licznego zbioru próbek wymienianych w długim oknie czasowym

- foreground staje się tłem po długim czasie
- piksele modelu znakujemy czasem losujemy piksel do wymiany tak aby "stare" piksele były bardziej prawdopodobne

Modyfikacja:

- Dla każdej klatki wybieramy tylko niewielki podzbiór pikseli do modyfikacji modeli tła
 - modyfikacja tylko niewielkiej części pikseli stabilizuje model tła
 - inercję modelu możemy kontrolować ustalając prawdopodobieństwo wybrania piksela do modyfikacji
- W podstawowym procesie zamiany próbek stanowiących model piksela stosujemy taktykę konserwatywną - modyfikujemy tylko te modele pikseli, które zostały zakwalifikowane w tej klatce jako piksele tła
- Dla uniknięcia blokady możliwości uaktualniania mapy tła (mapa tła macierz o wymiarach obrazu z zaznaczonymi pikselami tła) stosujemy
 dyfuzję przestrzenną losowe wstrzykiwanie próbek z modelu dla
 pewnego piksela do modeli pikseli sąsiednich

Modyfikacja:

- Dla każdej klatki wybieramy tylko niewielki podzbiór pikseli do modyfikacji modeli tła
 - modyfikacja tylko niewielkiej części pikseli stabilizuje model tła
 - inercję modelu możemy kontrolować ustalając prawdopodobieństwo wybrania piksela do modyfikacji
- W podstawowym procesie zamiany próbek stanowiących model piksela stosujemy taktykę konserwatywną - modyfikujemy tylko te modele pikseli, które zostały zakwalifikowane w tej klatce jako piksele tła
- Dla uniknięcia blokady możliwości uaktualniania mapy tła (mapa tła macierz o wymiarach obrazu z zaznaczonymi pikselami tła) stosujemy
 dyfuzję przestrzenną losowe wstrzykiwanie próbek z modelu dla
 pewnego piksela do modeli pikseli sąsiednich

Modyfikacja:

- Dla każdej klatki wybieramy tylko niewielki podzbiór pikseli do modyfikacji modeli tła
 - modyfikacja tylko niewielkiej części pikseli stabilizuje model tła
 - inercję modelu możemy kontrolować ustalając prawdopodobieństwo wybrania piksela do modyfikacji
- W podstawowym procesie zamiany próbek stanowiących model piksela stosujemy taktykę konserwatywną - modyfikujemy tylko te modele pikseli, które zostały zakwalifikowane w tej klatce jako piksele tła
- Dla uniknięcia blokady możliwości uaktualniania mapy tła (mapa tła macierz o wymiarach obrazu z zaznaczonymi pikselami tła) stosujemy
 dyfuzję przestrzenną losowe wstrzykiwanie próbek z modelu dla
 pewnego piksela do modeli pikseli sąsiednich

Wykrywanie ruchu metodą ViBE - zarys pseudokodu

1: for x = 0 to width -1 do

```
for y = 0 to height - 1 do
• S[y,x] - tablica
                              3:
                                       n = 0
   zbiorów próbek dla
                              4:
                                       for all s \in S[v, x] do
   pikseli.
                              5:
                                          if |s - I[y, x]| < r then

    I[y, x] - klatka

                              6:
                                              n = n + 1
   sekwencii wideo.
                              7:
                                          end if
                              8:
                                       end for
rand(a, b) - generator
                              9:
                                       if n < N_{min} then
   liczb losowych z
                             10:
                                           FB[v,x] = foreground
   przedziału (a, b)
                             11:
                                        else

    Rand(A, B) -

                             12:
                                           FB[y,x] = background
   generator całkowitych
                                           {Losowa wymiana próbki w modelu:}
   liczb losowych ze
                             13:
                                           if rand(0,1) \leq p_R then
   zbioru (A, B)
                             14:
                                              S[y, x][Rand(0, M-1)] =
p<sub>R</sub> -
                                              I[v + Rand(-R, R), x + Rand(-R, R)]
   prawdopodobieństwo
                             15:
                                           end if
   wymiany próbki w
                                           {Dyfuzja losowa:}
   modelu dla piksela
                             16:
                                           if rand(0,1) \leq p_N then
                             17:
                                              d_x, d_y = Rand(-1, 1)
p<sub>N</sub> -
                             18:
                                              S[y + d_y, x + d_x][Rand(0, M - 1)] = I[y, x]
   prawdopodobieństwo
                             19:
   dyfuzji próbki do
                                           end if
                             20:
                                        end if
   sąsiednich modeli
                             21:
                                     end for
                             22: end for
                                                                                              28 / 55
```

Wykrywanie ruchu metodą ViBE - cechy

- Mała wrażliwość na zakłócenia typu szumowego model jak zbiór próbek z zaszumionego sąsiedztwa,
- Tolerancja ruchu małych obiektów (np. liście na wietrze) ze względu na losowy charakter próbek pobranych z bliskiego otoczenia,
- Tolerancja powolnych ruchów kamery (bo model piksela zawiera próbki z sąsiedztwa - przesuwanie obrazu o ok. 1 px/kl. (panoramowanie - ang. panning) nie powoduje masowych błędów fałszywej detekcji

• ...

Wykrywanie ruchu metodą ViBE - cechy

- ...
- Tolerancja stopniowych zmian oświetlenia ze względu na stopniową wymianę próbek w modelu
- Nagłe zmiany oświetlenia powodują tylko chwilowe fałszywe wykrycie ruchu
- Obiekty poruszające się po zatrzymaniu stopniowo stają się elementem tła.
- Bardziej szczegółowe omówienie metody można znaleźć w artykule
 [1].

Wykrywanie regionów ruchu

Cel:

Scalenie zbiorów pikseli wykrytych poprzednio opisanymi metodami (regiony zmian/ruchu)

- Oznacz piksele sklasyfikowane jako nie-tło.
- Utwórz z tych pikseli komponenty spójności.
- Zastosuj operacje morfologiczne (typowo: domknięcie oraz dylatacja).
- Usuń komponenty spójności o niewielkich rozmiarach.
- Utwórz prostokąty otaczające (bounding boxes) dla otrzymanych obszarów.
- Przyjmij otrzymane prostokąty otaczające jako regiony ruchu.

Opis ruchu dla całego obrazu

- Przepływ optyczny (ang. optical flow) pole (tablica) wektorów wyznaczających kierunek i szybkość zmian obrazu w czasie.
- Pole ruchu (ang. motion field) tablica wektorów opisujących lokalną szybkość i kierunek rzeczywistego ruchu elementów obrazu.

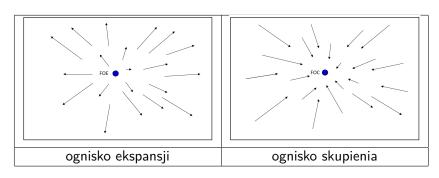
przepływ optyczny != pole ruchu

np. przepływ optyczny = 0.0 dla wnętrza poruszających się obiektów o jednorodnych atrybutach

- atrybuty wizualne są stałe we wnętrzu ruchomego obiektu
- idealne pole ruchu powinno wskazywać ruch również dla wnętrza rzutu poruszającego się obiektu

Opis ruchu dla całego obrazu

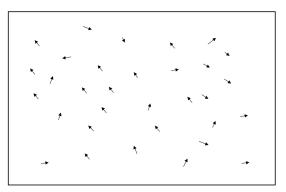
- **Ognisko** (ang. *focus*) punkt w polu ruchu będący (w przybliżeniu) punktem wspólnych prostych zawierających wektory pola ruchu.
 - **Ognisko ekspansji** (*FOE focus of expansion*) jeśli wektory pola ruchu skierowane są **OD** ogniska ekspansji.
 - **Ognisko skupienia** (*FOC focus of contraction*) jeśli wektory pola ruchu skierowane są **DO** ogniska ekspansji.



Pole ruchu - zastosowania

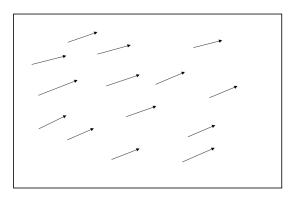
- Rozpoznawania przyczyny zmian w obrazie
 - ruch kamery prostopadle do osi obiektywu (ang. panning)
 - ruch kamery wzdłuż osi
 - zmiana kąta widzenia (FOV)
 - ruch obiektów w polu widzenia
 - zmiana oświetlenia
- Lokalizowanie poruszających się obiektów (w przestrzeni sceny)
- Określanie kierunku poruszających się obiektów
- Określanie szybkości poruszających się obiektów
- Separacja obiektów poruszających się w różnych kierunkach

Rysunek 1: Brak ewidentnych cech poruszających się obiektów/ruchu kamery



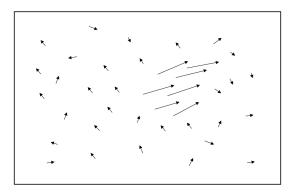
- Wektory ruchu o niewielkiej długości
- Kierunki wektorów ruchu rozłożone równomiernie i losowo

Rysunek 2: Ruch kamery - panoramowanie (ang. panning)



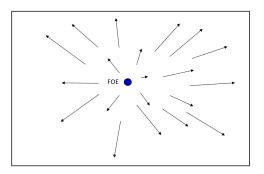
- Wektory ruchu o znacznej długości
- Długości wektorów ruchu porównywalne w obszarze całego pola ruchu
- Kierunki wszystkich wektorów skupione wokół kierunku dominującego

Rysunek 3: Przemieszczający się pojedynczy obiekt



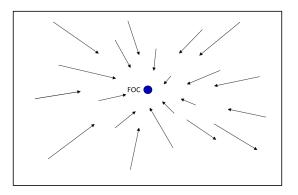
- W większości obszaru pola ruchu wektory ruchu o nieznacznej długości i o kierunkach równomiernie rozproszonych losowo
- W niewielkim/niewielkich obszarach pola ruchu wektory ruchu o znacznej długości zorientowane jednorodnie, o zbliżonych długościach

Rysunek 4: Ruch kamery w przód wzdłuż osi lub zmniejszanie FOV



- Kierunki wektorów ruchu przechodzą przez obszar w centrum pola ruchu (FOE)
- Wektory ruchu zwrócone do krawędzi pola ruchu
- Długość wektorów ruchu zależna od odległości od FOE
- Znajdowanie FOE np. metodą zbliżoną do transformacji Hougha:
 - każdy wektor "głosuje" na punkty wzdłuż prostej, która go zawiera
 - istnienie FOC/FOE wyrażne maksimum istnieje i znajduje się w pobliżu środka obrazu

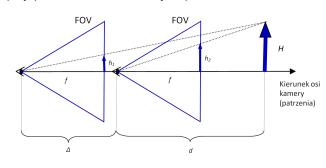
Rysunek 5: Ruch kamery w tył wzdłuż osi lub zwiększanie FOV



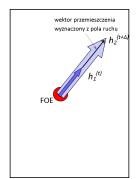
- Kierunki wektorów ruchu przechodzą przez obszar w centrum pola ruchu (FOC)
- Wektory ruchu zwrócone do środka obrazu
- Długość wektorów ruchu zależna od odległości od FOC

Rozważamy sytuację statycznej sceny i kamery poruszającej się w przód wzdłuż jej osi

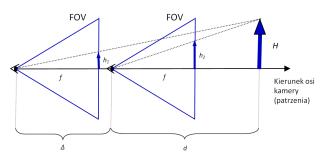
Rysunek 6: Zmiany pozycji punktu obiektu na rzutni przy przemieszczaniu kamery w przód



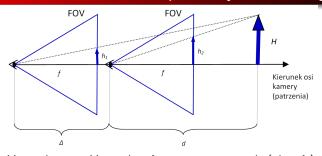
Rysunek 7: Widok na rzutni (równoważnie: w polu ruchu)



Rysunek 8: Zmiany pozycji punktu obiektu na rzutni przy przemieszczaniu kamery w przód



- Wektor ruchu wyznaczony na podstawie obrazów pozyskanych w czasie t_0 i $t_0 + \Delta_T$ jest $h_2 h_1$
- **Cel**: wyznaczyć czas do kolizji z obiektem widzianym jako h_1 i h_2 przy założeniu, że kamera (lub obiekt) poruszają się ruchem jednostajnym
- ullet Dla osiągnięcia celu wystarczy wyznaczyć stosunek d/Δ



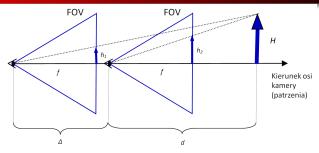
$$\frac{H}{h_2} = \frac{d}{f}; \qquad \frac{H}{h_1} = \frac{d+\Delta}{f} \longrightarrow H = \frac{h_1(d+\Delta)}{f}$$
(4)

eliminujemy nieznane H wstawiając do pierwszej proporcji:

$$\frac{h_1(d+\Delta)}{fh_2} = \frac{d}{f} \tag{5}$$

eliminujemy niekoniecznie znane f (ogniskowa - odległość od obiektywu do rzutni)

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{6}$$



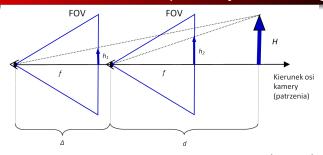
$$\frac{H}{h_2} = \frac{d}{f}; \qquad \frac{H}{h_1} = \frac{d+\Delta}{f} \longrightarrow H = \frac{h_1(d+\Delta)}{f}$$
(4)

eliminujemy nieznane H wstawiając do pierwszej proporcji:

$$\frac{h_1(d+\Delta)}{fh_2} = \frac{d}{f} \tag{5}$$

eliminujemy niekoniecznie znane f (ogniskowa - odległość od obiektywu do rzutni)

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{6}$$



$$\frac{H}{h_2} = \frac{d}{f}; \qquad \frac{H}{h_1} = \frac{d+\Delta}{f} \longrightarrow H = \frac{h_1(d+\Delta)}{f}$$
(4)

eliminujemy nieznane ${\it H}$ wstawiając do pierwszej proporcji:

$$\frac{h_1(d+\Delta)}{fh_2} = \frac{d}{f} \tag{5}$$

eliminujemy niekoniecznie znane f (ogniskowa - odległość od obiektywu do rzutni)

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{6}$$

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{7}$$

po prostych przekształceniacl

$$(d + \Delta)h_1 = dh_2; \quad dh_1 + \Delta h_1 = dh_2; \quad d(h_2 - h_1) = \Delta h_1$$
 (8)

$$\frac{d}{\Delta} = \frac{n_2 - n_1}{h_1} \tag{9}$$

Przy założeniu jednostajności ruchu wykorzystujemy proporcje przebytych odległości i czasu:

$$\frac{t_C}{\Delta_T} = \frac{d}{\Delta} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \longrightarrow t_C = \Delta_T \frac{h_2 - h_1}{h_1}$$
 (10)

- Δ_T odstęp czasowy pomiędzy dwoma klatkami sekwencji wideo (zwykle znany)
- t_C czas pozostały do kolizji

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{7}$$

po prostych przekształceniach:

$$(d+\Delta)h_1 = dh_2; \quad dh_1 + \Delta h_1 = dh_2; \quad d(h_2 - h_1) = \Delta h_1$$
 (8)

$$\frac{d}{\Delta} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \tag{9}$$

Przy założeniu jednostajności ruchu wykorzystujemy proporcje przebytych odległości i czasu:

$$\frac{t_C}{\Delta_T} = \frac{d}{\Delta} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \longrightarrow t_C = \Delta_T \frac{h_2 - h_1}{h_1}$$
 (10)

- Δ_T odstęp czasowy pomiędzy dwoma klatkami sekwencji wideo (zwykle znany)
- t_C czas pozostały do kolizji

$$\frac{d+\Delta}{d} = \frac{h_2}{h_1} \tag{7}$$

po prostych przekształceniach:

$$(d+\Delta)h_1 = dh_2; \quad dh_1 + \Delta h_1 = dh_2; \quad d(h_2 - h_1) = \Delta h_1$$
 (8)

$$\frac{d}{\Delta} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \tag{9}$$

Przy założeniu jednostajności ruchu wykorzystujemy proporcje przebytych odległości i czasu:

$$\frac{t_C}{\Delta_T} = \frac{d}{\Delta} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \longrightarrow t_C = \Delta_T \frac{h_2 - h_1}{h_1}$$
 (10)

- t_C czas pozostały do kolizji

Pole ruchu - wyznaczanie innych wielkości

W podoby sposób przy znajomości:

- f ogniskowej obiektywu
- Δ_T odstępu czasowego pomiędzy kolejnymi klatkami sekwencji wideo (1/fps)
- \bullet Δ/Δ_T prędkości poruszania się kamery
- rozmiaru fizycznego pojedynczego piksela (potrzebne do wyznaczenie fizycznych rozmiarów h_1, h_2 odległości punktu od środka rzutni)

można wyznaczyć inne interesujące dane:

- *d* odległość kamery do obiektu
- H rzeczywista wielkość obiektu (odległość ponktu od osi kamery)
- ...

- Przepływ optyczny (ang. optical flow) opisuje ruch fragmentów obrazu.
- Konieczne założenia pozwalające łatwo zidentyfikować fragmenty odpowiadające temu samego obiektowi w kolejnych klatkach
- Problem precyzji wyznaczania pola ruchu:
 - nie jest możliwe dla pojedynczego piksela,
 - wymaga przyjęcia dodatkowych założeń (spójność przestrzenna),
 - może być konieczna analiza dla różnych sk
- Ze względu na ograniczenia precyzji i efektywność obliczeniową konieczność rozważenia ograniczenia liczby analizowanych obszarów:
 - metody gęste (wektor ruchu wyznaczony dla każdego piksela)
 - metody rzadkie (tylko dla niektórych pikseli) wyznaczania przepływu.

- Przepływ optyczny (ang. optical flow) opisuje ruch fragmentów obrazu.
- Konieczne założenia pozwalające łatwo zidentyfikować fragmenty odpowiadające temu samego obiektowi w kolejnych klatkach
- Problem precyzji wyznaczania pola ruchu:
 - nie jest możliwe dla pojedynczego piksela,
 - wymaga przyjęcia dodatkowych założeń (spójność przestrzenna),
 - może być konieczna analiza dla różnych sk
- Ze względu na ograniczenia precyzji i efektywność obliczeniową konieczność rozważenia ograniczenia liczby analizowanych obszarów:
 - metody gęste (wektor ruchu wyznaczony dla każdego piksela)
 - metody rzadkie (tylko dla niektórych pikseli) wyznaczania przepływu.

- Przepływ optyczny (ang. optical flow) opisuje ruch fragmentów obrazu.
- Konieczne założenia pozwalające łatwo zidentyfikować fragmenty odpowiadające temu samego obiektowi w kolejnych klatkach
- Problem precyzji wyznaczania pola ruchu:
 - nie jest możliwe dla pojedynczego piksela,
 - wymaga przyjęcia dodatkowych założeń (spójność przestrzenna),
 - może być konieczna analiza dla różnych sk
- Ze względu na ograniczenia precyzji i efektywność obliczeniową konieczność rozważenia ograniczenia liczby analizowanych obszarów:
 - metody gęste (wektor ruchu wyznaczony dla każdego piksela)
 - metody rzadkie (tylko dla niektórych pikseli) wyznaczania przepływu.

- ...
- Przykładowe metody wyznaczania przepływu:
 - metoda śledzenia bloków,
 - metoda Lucasa-Kanade (podejście lokalne),
 - metoda piramidowa Lucasa–Kanade (lokalne + wiele skal),
 - metoda Horna–Schuncka (podejście globalne, jeden wektor ruch dla obrazu lub dużego jego fragmentu, dodatkowy czynnik regularyzacji minimalizujący zmiany pomiędzy sąsiadującym fragmentami - długość gradientu wektora ruchu),

Przepływ optyczny - metod Lucasa-Kande

Założenia:

- Stałość oświetlenia fragmenty odpowiadające temu samemu detalowi w kolejnych klatkach wideo nie różnią się znacznie jasnością
- Spójność przestrzenna sąsiadujące piksele poruszają się w tym samym (zbliżonym kierunku)
- Stałość czasowa fragmenty odpowiadające temu samemu obiektowi nie przemieszczają się znacznie pomiędzy kolejnymi klatkami (powolny ruch, wektor przemieszczenia o niewielkiej długości)

W poniższych formułach I(x,y) oznacza średnią jasność obrazu w niewielkim (np. kołowym) otoczeniu punktu (x,y)

Zależność jasności dwóch obrazów

• Jeśli fragment obrazu (obiekt) przesunął się pomiędzy klatkami t i t+1 o wektor (u,v) to:

$$I(x+u,y+v,t+1) = I(x,y,t),$$
 (11)

gdzie:

- x, y, t współrzędna punktu w czasoprzestrzeni,
- u, v przesunięcie punktu pomiędzy czasem t i t+1.
- Przyjmując model ciągłej czasoprzestrzeni z szeregu Taylora wyznaczamy przybliżenie:

$$I(x+u, y+v, t+1) \approx I(x, y, t) + uI_x(x, y, t) + vI_y(x, y, t) + I_t(x, y, t),$$
(12)

gdzie:

• I_x , I_y , I_t – pochodne cząstkowe obrazu-funkcji I(x, y, t) po x, y oraz t.

W poniższych formułach I(x,y) oznacza średnią jasność obrazu w niewielkim (np. kołowym) otoczeniu punktu (x,y)

Zależność jasności dwóch obrazów

• Jeśli fragment obrazu (obiekt) przesunął się pomiędzy klatkami t i t+1 o wektor (u,v) to:

$$I(x+u, y+v, t+1) = I(x, y, t),$$
 (11)

gdzie:

- x, y, t współrzędna punktu w czasoprzestrzeni,
- u, v przesunięcie punktu pomiędzy czasem t i t + 1.
- Przyjmując model ciągłej czasoprzestrzeni z szeregu Taylora wyznaczamy przybliżenie:

$$I(x+u,y+v,t+1) \approx I(x,y,t) + uI_x(x,y,t) + vI_y(x,y,t) + I_t(x,y,t),$$
(12)

gdzie:

• I_x , I_y , I_t – pochodne cząstkowe obrazu-funkcji I(x, y, t) po x, y oraz t.

Różnica pomiędzy dwoma obrazami

Wektor ruchu (u, v) minimalizuje różnicę pomiędzy obrazami tzn.:

$$I(x+u,y+v,t+1)\approx I(x,y,t)$$
 (13)

Ponieważ

$$I(x + u, y + v, t + 1) \approx I(x, y, t) + uI_x(x, y, t) + vI_y(x, y, t) + I_t(x, y, t),$$

... to różnica bliska zeru

$$uI_x(x, y, t) + vI_y(x, y, t) + I_t(x, y, t) = 0.$$
 (14)

$$ul_x(x, y, t) + vl_y(x, y, t) = -l_t(x, y, t),$$
 (15)

(u,v) – można interpretować jako wektor prędkości $(\Delta t=1)$ punktu.

Różnica pomiędzy dwoma obrazami

Wektor ruchu (u, v) minimalizuje różnicę pomiędzy obrazami tzn.:

$$I(x+u,y+v,t+1)\approx I(x,y,t)$$
 (13)

Ponieważ:

$$I(x + u, y + v, t + 1) \approx I(x, y, t) + uI_x(x, y, t) + vI_y(x, y, t) + I_t(x, y, t),$$

... to różnica bliska zeru:

$$uI_{x}(x, y, t) + vI_{y}(x, y, t) + I_{t}(x, y, t) = 0.$$
 (14)

$$uI_X(x, y, t) + vI_y(x, y, t) = -I_t(x, y, t),$$
 (15)

(u,v) – można interpretować jako wektor prędkości $(\Delta t=1)$ punktu.

Różnica pomiędzy dwoma obrazami

Wektor ruchu (u, v) minimalizuje różnicę pomiędzy obrazami tzn.:

$$I(x+u, y+v, t+1) \approx I(x, y, t)$$
 (13)

Ponieważ:

$$\begin{split} \textit{l}(x+\textit{u},\textit{y}+\textit{v},\textit{t}+1) \approx &\textit{l}(x,\textit{y},\textit{t}) + \\ &\textit{u}\textit{l}_x(x,\textit{y},\textit{t}) + \textit{v}\textit{l}_y(x,\textit{y},\textit{t}) + \textit{l}_t(x,\textit{y},\textit{t}), \end{split}$$

... to różnica bliska zeru:

$$uI_x(x, y, t) + vI_y(x, y, t) + I_t(x, y, t) = 0.$$
 (14)

$$uI_{x}(x, y, t) + vI_{y}(x, y, t) = -I_{t}(x, y, t),$$
 (15)

(u,v) – można interpretować jako wektor prędkości $(\Delta t=1)$ punktu.

Przepływ optyczny – metoda Lucasa–Kanade

• Podstawowe równanie ruchu piksela *p* (zapis macierzowy):

$$I_t(p) + \begin{bmatrix} I_x(p) & I_y(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = 0,$$

- Cel: wyznaczyć wektor przesunięcia (u, v) dla każdego piksela.
- Jedno równanie, dwie niewiadome.
- Założenie sąsiednie piksele mają identyczny (lub bardzo zbliżony) wektor ruchu.
- Do rozwiązania formalnie wystarcza tylko dwa piksele (poruszające się w sposób spójny)
 - może okazać się, że dostaniemy równania liniowo zależne
- Ze względu na szumy i niepełne spełnienie założeń, w/w równość zwykle nie jest spełniona dokładnie

...

Przepływ optyczny – metoda Lucasa–Kanade

• Podstawowe równanie ruchu piksela p (zapis macierzowy):

$$I_t(p) + \begin{bmatrix} I_x(p) & I_y(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = 0,$$

- ...
- Można wziąć nie dwa ale więcej sąsiadujących pikseli
- Sąsiedztwa o wielkości 3 × 3 lub większe.
- Możliwość sformułowania większej liczby równań znajdowanie wektora minimimalizującego stopnień niespełnienia równań.

Przepływ optyczny: metoda Lucasa-Kanade

Początkowy układ równań

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{b}, s = (u, v)^T, \tag{16}$$

Zwykle otrzymany układ równań sprzeczny (więcej równań niż niewiadomych):

$$\begin{bmatrix} I_{x}(p_{1}) & I_{y}(p_{1}) \\ I_{x}(p_{2}) & I_{y}(p_{2}) \\ \vdots & \vdots \\ I_{x}(p_{n}) & I_{y}(p_{n}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_{t}(p_{1}) \\ I_{t}(p_{2}) \\ \vdots \\ I_{t}(p_{n}) \end{bmatrix},$$
(17)

Rozwiązanie metodą minimalizacji błędu średniokwadratowego

Problem minimalizacji min $|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{b}|^2$ rozwiązywany standardowo: $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})\mathbf{s} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} l_{x}l_{x} & \sum_{i=1}^{n} l_{x}l_{y} \\ \sum_{i=1}^{n} l_{x}l_{y} & \sum_{i=1}^{n} l_{y}l_{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} l_{t}l_{x} \\ \sum_{i=1}^{n} l_{t}l_{y} \end{bmatrix},$$
(18)

Przepływ optyczny: metoda Lucasa-Kanade

Początkowy układ równań

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{b}, s = (u, v)^T, \tag{16}$$

Zwykle otrzymany układ równań sprzeczny (więcej równań niż niewiadomych):

$$\begin{bmatrix} I_x(p_1) & I_y(p_1) \\ I_x(p_2) & I_y(p_2) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(p_n) & I_y(p_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_t(p_1) \\ I_t(p_2) \\ \vdots \\ I_t(p_n) \end{bmatrix},$$

Rozwiązanie metodą minimalizacji błędu średniokwadratowego

Problem minimalizacji min $|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{b}|^2$ rozwiązywany standardowo: $(\mathbf{A}^T\mathbf{A})\mathbf{s} = \mathbf{A}^T\mathbf{b}$.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{x} & \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{y} \\ \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{y} & \sum_{i=1}^{n} I_{y}I_{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} I_{t}I_{x} \\ \sum_{i=1}^{n} I_{t}I_{y} \end{bmatrix},$$
(18)

(17)

Przepływ optyczny: metoda Lucasa-Kanade

Rozwiązanie metodą minimalizacji błędu średniokwadratowego

Problem minimalizacji min $|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{b}|^2$ rozwiązywany standardowo: $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})\mathbf{s} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$.

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{x} & \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{y} \\ \sum_{i=1}^{n} I_{x}I_{y} & \sum_{i=1}^{n} I_{y}I_{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} I_{t}I_{x} \\ \sum_{i=1}^{n} I_{t}I_{y} \end{bmatrix},$$
(19)

Finalna postać równania

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} I_x I_x & \sum_{i=1}^{n} I_x I_y \\ \sum_{i=1}^{n} I_x I_y & \sum_{i=1}^{n} I_y I_y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{n} I_t I_x \\ -\sum_{i=1}^{n} I_t I_y \end{bmatrix}.$$
(20)

Podsumowanie - co należy zapamiętać:

- Podstawą analizy wideo jest wykrywanie ruchu
- Ruch obserwowany w sekwencji wideo może być istotny i nieistotny
- Skuteczne metody wykrywania ruchu wykrywają ruch istotny i ignorują nieistotny
- Podstawowe metody wykrywania ruchu to: metoda odejmowania tła, metoda odejmowania mediany i aproksymowanej mediany
- Przepływ optyczny opisuje kierunki ruchu obiektów w obrazie
- Nawet proste metody analizy geometrycznej ruchu w obrazie pozwalają wyznaczyć użyteczne atrybuty ruchu obiektów lub kamery
- Przepływ optyczny może być wyznaczony wieloma opisanymi w literaturze metodami, metoda Lucasa-Kanade jest jedną z częściej stosowanych

Literatura uzupełniająca:

- Barnich O., M. Van Droogenbeck M.. ViBe: A universal background subtraction algorithm for video sequences. IEEE Transactions on Image Processing, 2011
- 2. Sonka M., Hlavac V., Boyle R.: *Image Processing, Analysis, and Machine Vision, Fourth Edition*, Cengage Learning, 2015 (rozdz. 16.1, 16.2)
- 3. Szeliski R.: Computer Vision: Algorithms and Applications 2nd Edition, 2021, rodz. 9
- Santoyo-Morales J., Hasimoto-Beltran R.: Video Background Subtraction in Complex Environments, Journ. of Appl. Research and Technology, 2014
- Kulchandani J.S., Dangarwala J.: Moving object detection: Review of recent research trends., Proc. of. Int. Conf. on Pervasive Computing, 2015