



Politechnika Łódzka
Instytut Fizyki

Laboratorium fizyki doświadczalnej

Ćwiczenie T-08

Wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego gipsu

21 czerwca 2019

Spis treści

1. Cel ćwiczenia	- 3 -
2. Zagrożenia	- 3 -
3. Wstępne zalecenia.....	- 3 -
4. Metoda pomiaru.....	- 3 -
5. Przebieg pomiaru	- 5 -
6. Kolejność czynności.....	- 5 -
7. Wskazówki do raportu	- 7 -
Przykładowe pytania	- 9 -
Literatura.....	- 10 -

Opracowanie instrukcji (autorzy): Elżbieta Staryga, Łukasz Piskorski

Modernizacja i konserwacja stanowiska: Tomasz Wojtatowicz, Artur Kesler

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest:

1. Zapoznanie się ze zjawiskiem przewodnictwa cieplnego ciał.
2. Poznanie jednej z metod pomiaru współczynnika przewodnictwa cieplnego.
3. Wyznaczenie wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego dla gipsu.
4. Poznanie metod analizy danych eksperymentalnych i sposobów wyznaczania niepewności pomiarowych.

2. Zagrożenia

Tabela 0. Rodzaje zagrożeń i możliwość ich występowania podczas wykonywania ćwiczenia.

rodzaj zagrożenia	brak	małe	średnie	duże
elektryczne		+		
optyczne	+			
mechaniczne (w tym akustyczne, hałas)	+			
polem elektromagnetycznym (poza widmem optycznym)	+			
biologiczne	+			
radioaktywne (jonizujące)	+			
chemiczne	+			
termiczne (w tym wybuch i pożar)		+		

3. Wstępne zalecenia

Przed przystąpieniem do wykonywania eksperymentu należy zapoznać się z niniejszą instrukcją i opanować następujący materiał teoretyczny:

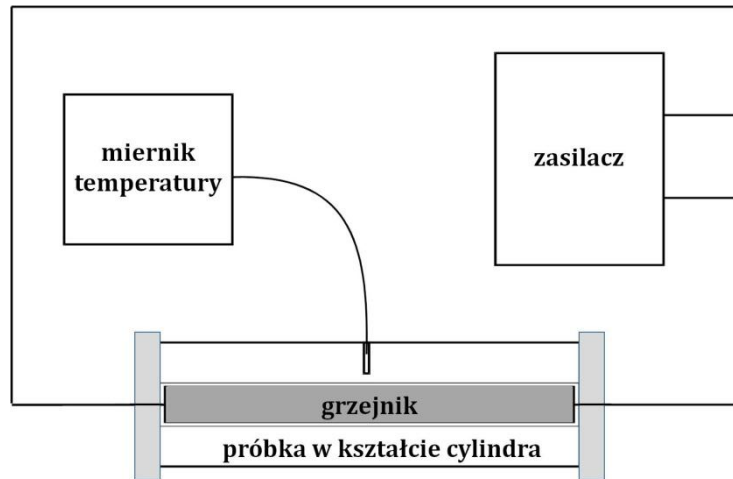
1. Pojęcie temperatury, ciepła, energii wewnętrznej [1, 2].
2. Przewodnictwo cieplne i prawa nim rządzące [1–3].
3. Metody wyznaczania współczynnika przewodnictwa cieplnego [4].
4. Statystyczna ocena niepewności pomiaru (metoda typu A) [5–7].
5. Ocena niepewności metodą typu B [5–7].
6. Pomiar pośredni, prawo propagacji niepewności [5–7].
7. Niepewność rozszerzona [5–7].

4. Metoda pomiaru

Zastosowana metoda pomiaru współczynnika przewodnictwa cieplnego λ wymaga nadania odpowiedniego kształtu próbce badanej substancji. W ćwiczeniu próbka gipsu ma kształt cylindra o długości L i średnicy zewnętrznej D . Walec jest wydrążony. W wydrążeniu zamontowano grzejnik elektryczny (rys. 1). Grzejnik jest zasilany z zasilacza stabilizowanego. Miernik wbudowany w zasilacz pozwala określić natężenie prądu I płynącego przez grzejnik oraz napięcie U pod jakim płynie prąd. Moc P wydzielaną w grzejniku powodującym ogrzewanie walca z gipsu można obliczyć ze wzoru

$$P = U \cdot I. \quad (1)$$

Moc P jest równa ilości ciepła przechodzącej przez powierzchnię boczną cylindra w ciągu jednostki czasu. Zostaje ona odprowadzana do otoczenia, ponieważ cylinder nie jest izolowany cieplnie i stygnie. Ściany podstawy cylindra są osłonięte i zakłada się, że ciepło nie wydostaje się przez nie na zewnątrz.



Rys. 1. Schemat zestawu pomiarowego. Rysunek ilustruje przekrój przez próbkę i przykładowe położenie sondy termometru w bocznej ścianie gipsowego cylindra.

Po dostatecznie długim czasie ogrzewania, w cylindrycznej próbce wytwarza się stan dynamicznej równowagi. W tym stanie rozkład temperatury w walcu jest ustalony. Najwyższa temperatura panuje na wewnętrznej powierzchni cylindra, a najniższa na zewnętrznej powierzchni cylindra. Znajomość wartości temperatury w gipsowym cylindrze w dwóch różnych odległościach od jego osi pozwala wyznaczyć współczynnik przewodnictwa cieplnego λ ze wzoru [8]

$$\lambda = \frac{P \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})}, \quad (2)$$

gdzie: T_{r_1} i T_{r_2} – wartości temperatury odpowiednio w odległości r_1 i r_2 ($r_1 < r_2$) od osi cylindra w warunkach stabilizacji temperatury.

Pomiaru temperatury należy dokonać przy użyciu termometru elektronicznego na najczulszym zakresie. Sondy termometrów umieszcza się w niewielkich otworkach o różnej głębokości h wywierconych w bocznej powierzchni cylindra. Odległość r czujnika sondy od środka walca można wyznaczyć dla poszczególnych otworów z zależności:

$$r_i = \frac{D}{2} - h_i, \quad (3)$$

gdzie i przyjmuje wartości od 1 do 2.

Podstawiając wzory (1) i (3) do zależności (2) można otrzymać wyrażenie

$$\lambda = \frac{U \cdot I \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L (T_{r_1} - T_{r_2})}. \quad (4)$$

5. Przebieg pomiaru

W pierwszym etapie eksperymentu należy osiągnąć stan ustalonego rozkładu temperatury w próbce, czyli w cylindrze gipsowym. W tym celu należy rozgrzewać próbkę przez odpowiednio długi czas używając grzejnika o stałej mocy. Aby mieć kontrolę nad procesem ogrzewania należy w wybranych punktach cylindra dokonywać pomiaru temperatury w zależności od czasu. Sondy termometru umieszczone są w dwóch otworach (prowadzący zajęcia dokona wyboru otworów). Należy włączyć zasilacz, ustalić napięcie na około 35 V, odczytać wartość natężenia prądu, po czym włączyć mierniki temperatury i sekundomierz. Co 2 minuty odczytywać wartości temperatury T wskazywane przez mierniki i czas τ jaki upłynął od włączenia ogrzewania. Warto w trakcie trwania eksperymentu sporządzać orientacyjny wykres funkcji $T(\tau)$. Stan ustalony zostanie osiągnięty, gdy temperatura przestanie zauważalnie zmieniać się w czasie. Uwaga: Należy zwrócić uwagę, aby nie wytwarzać przeciągu, powiewu i podmuchu powietrza itp., co może zakłócać przebieg pomiaru.

W stanie równowagi cieplnej cylindra gipsowego (grzejnik pozostaje włączony i podtrzymuje stan równowagi cieplnej) należy wykonać kilkanaście pomiarów temperatury w zależności od czasu (pomiaru czasu i temperatury dokonujemy od chwili włączenia grzałki, nie przerywając eksperymentu). Wykreślenie wykresu $T(\tau)$ i jego analiza w zakresie stanu równowagi cieplnej pozwoli na obliczenie wartości ustabilizowanej temperatury T_{r_1} dla otworu w odległości r_1 i wartości ustabilizowanej temperatury T_{r_2} dla otworu w odległości r_2 od osi cylindra.

6. Kolejność czynności

1. W bocznej ścianie cylindra z gipsu wydrążone zostały trzy otwory o różnej głębokości. W każdym otworze została zamontowana na stałe sonda umożliwiająca pomiar temperatury na termometrze elektronicznym. Zanotować w tabeli 1 głębokości poszczególnych otworów oraz średnicę i długość walca z gipsu. Zanotować oznaczenia otworów, dla których będzie dokonany pomiar $T(\tau)$.

Tabela 1. Wartości parametrów cylindra i wydrążonych w nim otworów.

Parametry	otwór A	otwór B	otwór C	Uwagi
h [mm]	12,0	8,0	4,0	
D [cm]	4,05			
L [cm]	19,5			
$\Delta_t h$ [mm]				
$\Delta_t D$ [cm]				
$\Delta_t L$ [mm]				

Objaśnienia: h – głębokość otworu, D – średnica walca z gipsu, L – długość walca, $\Delta_t h$, $\Delta_t D$, $\Delta_t L$ – niepewności tablicowe podanych wartości.

2. Podłączyć mierniki temperatury do sond. Włączyć mierniki temperatury. Wybrać najczulszy zakres pomiaru.
3. Podłączyć zasilacz do badanej próbki gipsu. Włączyć zasilacz.
4. Ustawić wartość napięcia U na około 35 V, odczytać i zapisać wartość natężenia prądu I . Określić niepewności tych wielkości. Zanotować klasy miernika natężenia prądu k_A i miernika napięcia k_V oraz zakresy pomiarowe I_{\max} i U_{\max} przyrządów, na których odczytano wartości natężenia prądu i napięcia. Zapisać nazwę mierników i ich producenta. Wartości zapisać w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości wielkości zmierzonych w eksperymencie.

Wielkość	Wartość	Wielkość	Wartość	Uwagi
U [V]		I [A]		
k_V		k_A		
U_{\max}		I_{\max}		
$\Delta_p U$ [V]		$\Delta_p I$ [A]		
$\Delta_e U$ [V]		$\Delta_e I$ [A]		

Objaśnienia: $\Delta_p U$, $\Delta_p I$ – niepewności wzorcowania [6], $\Delta_e U$, $\Delta_e I$ – niepewności eksperymentatora.

5. Rozpocząć pomiar czasu przy użyciu sekundomierza i pomiar temperatury.
6. Co 2 minuty notować temperaturę t wskazywaną przez miernik i czas τ jaki upłynął od chwili włączenia zasilacza, czyli rozpoczęcia ogrzewania gipsowego walca. Odczytane wartości temperatury zapisać również w kelwinach. Wyniki zapisać w tabeli (patrz tabela 3). Ustabilizowane wartości temperatury dla wybranej pary otworów należy w dalszych obliczeniach utożsamiać z temperaturami T_{r_1} i T_{r_2} występującymi np. we wzorze (4). Przy ustalaniu powiązań pomiędzy temperaturami, należy pamiętać, że odległości r_1 i r_2 , odpowiadające temperaturom T_{r_1} i T_{r_2} muszą spełniać zależność $r_1 < r_2$.

Tabela 3. Wyniki pomiaru temperatury gipsu od czasu dla różnych położeń sondy pomiarowej.

	głębokość otworu A h_A [mm]		głębokość otworu B h_B [mm]		głębokość otworu C h_C [mm]		Uwagi
τ [s]	t_A [°C]	T_A [K]	t_B [°C]	T_B [K]	t_C [°C]	T_C [K]	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

7. Wskazane jest w trakcie trwania pomiarów nanoszenie punktów pomiarowych na wykresie $T(\tau)$.
8. Pomiary należy kontynuować do czasu, aż temperatura gipsowego cylindra ustali się (tj. w kilku lub kilkunastu ostatnich punktach pomiarowych temperatura niemal nie będzie zmieniała się w czasie pomiaru).
9. Oszacować niepewność wzorcowania i niepewność eksperymentatora dla pomiaru temperatury i pomiaru czasu. Wyniki zapisać w tabeli 4.

Tabela 4. Wartości wielkości stosowanych do określenia niepewności pomiarów.

Wielkość	Wartość	Wielkość	Wartość	Uwagi
$\Delta_p T$ [K]		$\Delta_p \tau$ [s]		
$\Delta_e T$ [K]		$\Delta_e \tau$ [s]		

Objaśnienia: $\Delta_p T$, $\Delta_p \tau$ – niepewności wzorcowania; $\Delta_e T$, $\Delta_e \tau$ – niepewności eksperymentatora.

10. Wyłączyć zasilacz. Wyłączyć termometry elektroniczne.
11. Uporządkować stanowisko pomiarowe.

7. Wskazówki do raportu

Sprawozdanie powinno zawierać:

1. Sformułowanie celu eksperymentu.
2. Krótki opis metody pomiaru współczynnika przewodnictwa cieplnego (bez wymieniania wykonywanych czynności).
3. Tabele z wartościami zmierzonych wielkości.
4. Tabele z informacjami umożliwiającymi wyznaczenie niepewności pomiarowych mierzo-nych wielkości.
5. Wzory zastosowane w obliczeniach.
6. Wykres zależności temperatury gipsowego cylindra od czasu ogrzewania. Zależności $T(\tau)$, dla dwóch różnych odległości czujnika sondy od osi cylindra, umieścić na jednym wykresie. Zaznaczyć na wykresie niepewności pomiarowe dla czasu i temperatury [6]:

$$u(\tau) = u_B(\tau) = \sqrt{\frac{(\Delta_p \tau)^2}{3} + \frac{(\Delta_e \tau)^2}{3}}, \quad (5)$$

$$u(T) = u_B(T) = \sqrt{\frac{(\Delta_p T)^2}{3} + \frac{(\Delta_e T)^2}{3}}. \quad (6)$$

7. Analizę wykresów, w szczególności przedziału czasu, w którym nastąpiła stabilizacja temperatury. Dla poszczególnych otworów wyróżnić na wykresie punkty eksperymentalne, dla których w przybliżeniu $T(\tau) = \text{const}$.
8. Obliczenia wartości średnich dla temperatury T_{r_1} i temperatury T_{r_2} z zakresu stabilizacji. Obliczenie niepewności standardowych metodą typu A dla tych wielkości [6]

$$u_A(T_{r_1}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} (T_{r_{1,i}} - \bar{T}_{r_1})^2}{n_1(n_1 - 1)}}, \quad (7)$$

$$u_A(T_{r_2}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_2} (T_{r_{2,i}} - \bar{T}_{r_2})^2}{n_2(n_2 - 1)}}, \quad (8)$$

gdzie: n_1 – liczba punktów eksperymentalnych o ustabilizowanej temperaturze T_{r_1} ,
 n_2 – liczba punktów eksperymentalnych o ustabilizowanej temperaturze T_{r_2} .

9. Obliczenia wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego dla gipsu ze wzoru (4).
10. Rachunek niepewności pomiarowych. Wyznaczyć złożoną niepewność standardową wyznaczonej wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego $u_c(\lambda)$ korzystając ze wzoru [6]:

$$u_c^2(\lambda) = c_U^2 u^2(U) + c_I^2 u^2(I) + c_D^2 u^2(D) + c_{h_2}^2 u^2(h_2) + c_{h_1}^2 u^2(h_1) + \\ + c_L^2 u^2(L) + c_{T_1}^2 u^2(T_{r_1}) + c_{T_2}^2 u^2(T_{r_2}), \quad (9)$$

gdzie:

$$c_U = \frac{I \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})} = \frac{\lambda}{U}, \quad (10)$$

$$c_I = \frac{U \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})} = \frac{\lambda}{I}, \quad (11)$$

$$c_D = \frac{U \cdot I}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})} \cdot \frac{2(h_1 - h_2)}{(2h_1 - D)(D - 2h_2)}, \quad (12)$$

$$c_{h_2} = \frac{U \cdot I}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})} \cdot \frac{2}{2h_2 - D}, \quad (13)$$

$$c_{h_1} = \frac{U \cdot I}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})} \cdot \frac{2}{D - 2h_1}, \quad (14)$$

$$c_L = - \frac{U \cdot I \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L^2(T_{r_1} - T_{r_2})} = - \frac{\lambda}{L}, \quad (15)$$

$$c_{T_1} = - \frac{U \cdot I \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})^2} = - \frac{\lambda}{T_{r_1} - T_{r_2}}, \quad (16)$$

$$c_{T_2} = \frac{U \cdot I \cdot \ln\left(\frac{\frac{D}{2} - h_2}{\frac{D}{2} - h_1}\right)}{2\pi \cdot L(T_{r_1} - T_{r_2})^2} = \frac{\lambda}{T_{r_1} - T_{r_2}}, \quad (17)$$

$$u(U) = u_B(U) = \sqrt{\frac{(\Delta_p U)^2}{3} + \frac{(\Delta_e U)^2}{3}}, \quad (18)$$

$$u(I) = u_B(I) = \sqrt{\frac{(\Delta_p I)^2}{3} + \frac{(\Delta_e I)^2}{3}}, \quad (19)$$

$$u(D) = u_B(D) = \sqrt{\frac{(\Delta_t D)^2}{3}}, \quad (20)$$

$$u(h) = u_B(h) = \sqrt{\frac{(\Delta_t h)^2}{3}}, \quad (21)$$

$$u(L) = u_B(L) = \sqrt{\frac{(\Delta_t L)^2}{3}}, \quad (22)$$

$$u(T_{r1}) = \sqrt{u_A^2(T_{r1}) + u_B^2(T_{r1})} = \sqrt{u_A^2(T_{r1}) + \frac{(\Delta_p T_{r1})^2}{3} + \frac{(\Delta_e T_{r1})^2}{3}}, \quad (23)$$

$$u(T_{r2}) = \sqrt{u_A^2(T_{r2}) + u_B^2(T_{r2})} = \sqrt{u_A^2(T_{r2}) + \frac{(\Delta_p T_{r2})^2}{3} + \frac{(\Delta_e T_{r2})^2}{3}}. \quad (24)$$

11. Wyznaczenie i zapisanie wartości współczynników wrażliwości c_{x_j} , a także udziałów niepewności $|c_{x_j}| u(x_j)$. Wyniki zapisać w tabeli 5. **Uwaga:** W tabeli 5 każdą wartość należy zapisać z odpowiednią dla niej jednostką.

Tabela 5. Zbiorcze wyniki dotyczące wartości niepewności pomiaru.

x_j	c_{x_j}	$u(x_j)$	$ c_{x_j} u(x_j)$	Uwagi

Na podstawie analizy wartości zamieszczonych w tabeli 5, określić, które wielkości i w jakim stopniu wpływają na wartość niepewności pomiaru wyznaczonej wielkości.

12. Obliczenie wartości niepewności rozszerzonej $U(\lambda)$. Przyjąć wartość współczynnika rozszerzenia $k = 2$.
13. Końcowe zapisy wyników pomiaru współczynnika przewodnictwa cieplnego dla gipsu w postaci: $\lambda = \dots(\dots) \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$, $\lambda = (\dots \pm \dots) \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.
14. Dyskusję dotyczącą przebiegu eksperymentu. Opisać zjawiska, które mogły być źródłem błędów podczas wykonywania eksperymentu. Należy porównać wyznaczoną wartość współczynnika przewodnictwa cieplnego gipsu z wartościami tablicowymi (wartości te należy zapisać w sprawozdaniu wraz z podaniem źródła literaturowego).
15. Zapisać czy cel ćwiczenia został osiągnięty. Jeśli cel nie został osiągnięty, napisać dlaczego.

Przykładowe pytania

1. Podać definicję temperatury i jej jednostki.

2. Czym różnią się pojęcia: energia wewnętrzna ciała i ciepło?
3. Wymień i opisz sposoby wymiany ciepła.
4. Omów przewodnictwo cieplne i podaj prawa nim rządzące.
5. Wyprowadzić wzór wykorzystywany w ćwiczeniu do wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego.
6. Podać definicję współczynnika przewodnictwa cieplnego, jego jednostki i typowe wartości dla różnych klas substancji.
7. Wymień metody pomiaru współczynnika przewodnictwa cieplnego.
8. Omówić ocenę niepewności metodą typu A i B.
9. Omówić pomiar pośredni i prawo propagacji niepewności.

Literatura

- [1] M. Skorko, *Fizyka*, PWN, Warszawa, 1973.
- [2] S. J. Ling, J. Sanny, W. Moebs, *Fizyka dla szkół wyższych*, tom 2, Katalyst Education, 2018.
<https://openstax.org/details/books/fizyka-dla-szkol-wyzszych-tom-2>
- [3] J. Karniewicz, T. Sokołowski, *Podstawy fizyki laboratoryjnej*, skrypt PŁ, Łódź, 1996.
- [4] H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, PWN, Warszawa, 2003.
- [5] J. R. Taylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, PWN, Warszawa, 2012.
- [6] Ł. Piskorski, *Wyznaczanie niepewności pomiarów*, skrypt Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2019.
- [7] A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, PWN, Warszawa, 2014.
- [8] Materiały pomocnicze załączone do instrukcji.