## Materiały dodatkowe do ćwiczenia

T-08. Wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego gipsu

Wymiana ciepła (transport ciepła) pomiędzy różnymi ciałami zachodzi na trzy różne sposoby: przewodnictwa, konwekcji (swobodnej i wymuszonej) promieniowania. Przewodnictwo cieplne jest procesem przepływu ciepła między nierównomiernie ogrzanymi częściami ciała lub układu ciał, polegający przekazywaniu energii bezładnego ruchu jednych cząsteczek drugim (czyli ich energii kinetycznej). Konwekcja jest transportem przekazywaniu spowodowanym przemieszczaniem się i mieszaniem się płynu. Gdy ruch płynu spowodowany jest różnicą temperatury w płynie, mamy do czynienia z konwekcją swobodną. W przypadku konwekcji wymuszonej przemieszczanie płynu wywołane jest przez pompę lub sprężarkę. Transport ciepła pomiędzy płynem (cieczą i gazem) a ścianką jest nazywany wnikaniem lub przejmowaniem ciepła. Wnikanie łączy transport ciepła na drodze konwekcji z transportem ciepła na drodze przewodnictwa. Promieniowanie ciepła polega na transporcie energii w postaci promieniowania elektromagnetycznego o określonej długości fal.

Obszar przestrzeni, w którym każdemu punktowi (x,y,z) jest przypisana wartość temperatury (stała lub zależna od czasu) nazywamy polem temperatury. Różnice temperatury pomiędzy różnymi punktami pola temperatury w danej chwili powodują przepływ ciepła (od punktów o temperaturze wyższej do punktów o temperaturze niższej). Jeżeli w warstwie ciała o grubości  $\Delta x$  występuje różnica temperatury  $\Delta T$ , to wyrażenie  $\frac{\Delta T}{\Delta x}$  (w zapisie różniczkowym  $\frac{dT}{dx}$  nazywa się gradientem temperatury).

Przewodnictwo cieplne związane jest z różnicą temperatury w danym ośrodku (układzie). Prawo Fouriera dla przewodnictwa cieplnego mówi, że gęstość strumienia cieplnego *q* jest wprost proporcjonalna do gradientu temperatury

$$q = -\lambda \operatorname{grad} T = -\lambda \nabla T, \qquad (1)$$

gdzie:  $\lambda$  – współczynnik przewodnictwa cieplnego (inne określenia, to współczynnik przewodzenia ciepła, współczynnik przewodności cieplnej, przewodność cieplna właściwa, przewodnictwo cieplne właściwe). Znak minus w równaniu (1) oznacza, że energia w tym procesie przenosi się w kierunku zmniejszania się temperatury. Gęstość strumienia cieplnego wyraża się wzorem

$$q = \frac{Q}{S \cdot \tau} \tag{2}$$

i określa ilość ciepła Q przechodzącego przez jednostkę powierzchni S w jednostce czasu  $\tau$ . Jednostką gęstości strumienia w Międzynarodowym Układzie Jednostek (SI) jest  $\frac{W}{m^2}$ .

Całkowita ilość energii, jaką ciało traci w jednostce czasu nazywa się strumieniem energii  $\phi$ . Jednostką strumienia energii w układzie SI jest wat (W). Zachodzi relacja

$$\phi = q \cdot S \,, \tag{3}$$

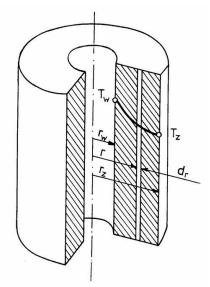
gdzie: *S* – pole przekroju powierzchni, przez którą przechodzi ciepło.

Współczynnik przewodnictwa cieplnego zależy od rodzaju materiału (ciała) a także od temperatury i określa zdolność materiału do przewodzenia ciepła. W tych samych warunkach więcej ciepła przepłynie przez substancję o większym współczynniku przewodnictwa cieplnego. Jednostką współczynnika przewodnictwa cieplnego jest  $\frac{W}{m \cdot K}$ .

W kartezjańskim układzie współrzędnych prostokątnych równanie (1) można zapisać w postaci

$$q = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \hat{\imath} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{\jmath} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \right). \tag{4}$$

Jednym ze sposobów wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego materiałów izolacyjnych jest badanie w ustalonych warunkach przepływu ciepła przez próbkę cylindryczną. Transport ciepła zachodzi promieniowo, czyli prostopadle do osi cylindra.



Rys. 1. Ilustracja pola temperatury na przekroju ścianki cylindrycznej materiału przewodzącego ciepło. Oznaczenia:  $r_{\rm w}$  — promień wewnętrzny cylindra,  $r_{\rm z}$  — promień zewnętrzny cylindra, r — promień (z przedziału  $r_{\rm w} \div r_{\rm z}$ ), dr — nieskończenie mały (infinitezymalny) przyrost promienia cylindra,  $T_{\rm w}$  — temperatura wewnętrznej powierzchni cylindra,  $T_{\rm z}$  — temperatura zewnętrznej powierzchni cylindra.

W przypadku transportu ciepła wzdłuż promienia r równanie (1) można zapisać w postaci

$$q = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}.\tag{5}$$

Korzystając z zależności (5) wyrażenie (3) można zapisać

$$\phi = -\lambda \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} S \,. \tag{6}$$

W przypadku transportu ciepła przez boczną ścianę cylindra o promieniu r, powierzchnia wynosi

$$S = 2\pi r l . (7)$$

gdzie: *l* – długość cylindra.

Elementarną ilość ciepła, która przepływa przez próbkę w jednostce czasu, ujmuje wzór

$$\phi = -\lambda \cdot \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \cdot 2\pi r l \,. \tag{8}$$

Zakładając, że wielkości  $\phi$  i  $\lambda$  nie zmieniają się, można obliczyć całkę wyrażenia (8). Po odpowiednich przekształceniach otrzyma się wyrażenie

$$\lambda = \frac{\phi \cdot \ln\left(\frac{r_z}{r_w}\right)}{2\pi \cdot L(T_w - T_z)},\tag{9}$$

które umożliwia wyznaczenie wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego.

Przykłady wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego dla różnych materiałów można znaleźć w [1, 2].

## Literatura

- [1] D. Halliday, R. Resnick, Fizyka, PWN, Warszawa, 1993
- [2] M. Skorko, Fizyka, PWN, Warszawa, 1973.