Sammanfattning – Kapitel 5-7 – Energi, tryck och värme

Konstanter och enheter (s. 3-5)

SI-enheter, härledda enheter, ytterligare enheter och prefix, bland annat

Storhet	**Beteckning**	**SI-enhet**	**SI-enhet**
Tid	t	s	sekund
Längd/Läge	s	m	meter
Massa	m	kg	kilogram
Temperatur	T	K	kelvin
Area	A	m^2	kvadratmeter
Volym	V	m^3	kubikmeter
Densitet	ρ	kg/m^3	kilogram per kubikmeter
Hastighet	v	m/s	meter per sekund
Acceleration	a	m/s^2	meter per sekundkvadrat
Kraft	F	N	newton
Tryck	p	Pa = N/m^2	pascal
Arbete	W	Nm	newtonmeter
Energi	E	J = Nm	joule
Effekt	P	W = J/s	watt
Rörelsemängd	p	kgm/s	kilogrammeter per sekund
Impuls	I	Ns = kgm/s	newtonsekund
Specifik värmekapacitet	c	J/(kg · K)	joule per kilogram-kelvin
Entalpitet	l	J/kg	joule per kilogram

Enhetsomvandlingar			**Temperatur**	x °C	(x + 273,15) K
Area	1 dm^2	10^{-2} m^2	**Volym**	1 dm^3 = 1 liter	10^{-3} m^3
Area	1 cm^2	10^{-4} m^2	**Volym**	1 cm^3 = 1 ml	10^{-6} m^3
Area	1 mm^2	10^{-6} m^2	**Volym**	1 mm^3	10^{-9} m^3

Formler

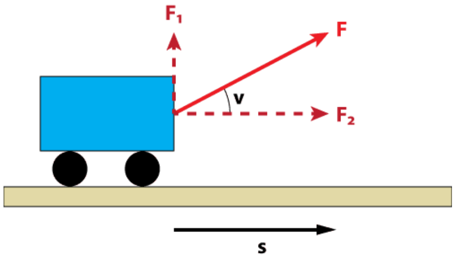
2.3 Energi och rörelsemängd (s. 8-9)

Arbete

$W = F_s \cdot s$

W = arbete (Nm eller J)
F_s = kraft i rörelsens riktning (N)
s = sträcka (m)

Ex. En vagn dras sträckan s = 50 m med kraften F = 180 N snett uppåt höger med vinkeln v = 30° mot horisontalplanet. Se figur. Vilket arbete uträttas?



$F_s = F_2 = F \cdot \cos v = 180 \cdot \cos 30° = 155{,}884\ldots$ N och s = 50 m i formeln för arbete ger
$W = 155{,}884\ldots \cdot 50 = 7\,794{,}228\ldots$ Nm **Svar: 7,8 kNm alternativt 7 800 Nm**

Potentiell energi (lägesenergi)

$E_p = m \cdot g \cdot h$

E_p = potentiell energi eller lägesenergi (J)
m = massa (kg)
h = höjd över nollnivån (m)

Ex. En väska som väger 15 kg lyfts upp 1,2 m. Vilken lägesenergi får den?

Insättning av m = 15 kg, g = 9,82 N/kg och h = 12 m i formeln för lägesenergi ger
$E_p = 15 \cdot 9{,}82 \cdot 1{,}2 = 176{,}76$ J **Svar: 180 J**

Kinetisk energi (rörelseenergi)

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

E_k = kinetisk energi eller rörelseenergi (J)
m = massa (kg)
v = hastighet (m/s)

Ex. En bil som väger 810 kg kör i 90 km/h. Bestäm bilens rörelseenergi.

Insättning av m = 810 kg och v = 90 km/h = $\frac{90}{3,6}$ m/s = 25 m/s i formeln för rörelseenergi ger

$E_k = \frac{810 \cdot 25^2}{2} = 253\,125$ J

Svar: 0,25 MJ alternativt 250 000 J

Mekanisk energi

$E_m = E_p + E_k$

E_m = mekanisk energi (J)
E_p = potentiell energi/lägesenergi (J)
E_k = kinetisk energi/rörelseenergi (J)

Ex. En boll som kastas har lägesenergin 35 J och rörelseenergin 25 J. Beräkna dess mekaniska energi.

Insättning av E_p = 35 J och E_k = 25 J i formeln för mekanisk energi ger
E_m = 35 + 25 = 60 J

Svar: 60 J

Effekt

$P = \frac{W}{t}$ eller $P = \frac{\Delta E}{t}$

P = effekt (W)
W = arbete (Nm eller J)
ΔE = energiomvandling (J)
t = tid (s)

Ex. En elev (60 kg) springer uppför en 5,0 m hög trappa på 4,0 s. Vilken effekt utvecklas?

Arbetet ger en omvandling av lägesenergi. $\Delta E = m \cdot g \cdot \Delta h = 60 \cdot 9,82 \cdot 5,0 = 2\,946$ J och t = 4,0 s i formeln för effekt ger

$P = \frac{2\,946}{4,0} = 736,5$ W

Svar: 740 W

Verkningsgrad

$\eta = \frac{P_n}{P_t}$ eller $\eta = \frac{E_n}{E_t}$

η = verkningsgrad (saknar enhet)
P_n = nyttig effekt (W)
P_t = tillförd effekt (W)
E_n = nyttig energi (J)

E_t = tillförd energi (J)

Ex. En hiss märkt 1 500 W lyfter massan 250 kg sträckan 8,0 m på 16 sekunder. Vilken är hissens verkningsgrad?

P_t = 1 500 W

$$P_n = \frac{\Delta E}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{250 \cdot 9{,}82 \cdot 8{,}0}{16} = 1\ 227{,}5 \text{ W}$$

Insättning av värdena ovan i formeln för verkningsgrad ger

$$\eta = \frac{1\ 227{,}5}{1\ 500} = 0{,}818\ldots$$ **Svar: 82 %**

Rörelsemängd

$p = m \cdot v$

p = rörelsemängd (kgm/s)
m = massa (kg)
v = hastighet (m/s)

Ex. En tennisboll väger 58 gram och flyger med hastigheten 49 m/s. Bestäm dess rörelsemängd.

Insättning av m = 58 g = 0,058 kg och v = 49 m/s i formeln för rörelsemängd ger
$p = 0{,}058 \cdot 49 = 2{,}842$ kgm/s **Svar: 2,8 kgm/s**

Rörelsemängdslagen (rörelsemängden i ett slutet system är konstant)

$m_A \cdot v_{A0} + m_B \cdot v_{B0} = m_A \cdot v_{A1} + m_B \cdot v_{B1}$

$m_{A,\,B}$ = massa föremål A respektive B (kg)
$v_{A0,\,B0}$ = hastighet före kollision föremål A respektive B (m/s)
$v_{A1,\,B1}$ = hastighet efter kollision föremål A respektive B (m/s)

Ex. Vagn A har massan 2,5 kg och krockar med hastigheten 3,0 m/s mot vagn B som har massan 1,5 kg och står still. Efter krocken rör sig vagn B med hastigheten 4,0 m/s. Vilken hastighet får vagn A efter krocken?

$m_A \cdot v_{A0} + m_B \cdot v_{B0} = m_A \cdot v_{A1} + m_B \cdot v_{B1}$

Löser ut v_{A1}.

$$v_{A1} = \frac{m_A \cdot v_{A0} + m_B \cdot v_{B0} - m_B \cdot v_{B1}}{m_A}$$

$m_A = 2{,}5$ kg, $m_B = 1{,}5$ kg, $v_{A0} = 3{,}0$ m/s, $v_{B0} = 0$ m/s, $v_{B1} = 4{,}0$ m/s

Insättning av värdena ovan ger

$$v_{A1} = \frac{2{,}5 \cdot 3{,}0 + 1{,}5 \cdot 0 - 1{,}5 \cdot 4{,}0}{2{,}5} = 0{,}60 \text{ m/s}$$

Svar: 0,60 m/s

Impuls

$I = F \cdot \Delta t$

I = impuls (Ns)
F = kraft (N)
Δt = tid (s)

Ex. Du puttar en gunga med kraften 5,0 N under 0,080 s. Vilken impuls har gungan fått?

Insättning av $F = 5{,}0$ N och $\Delta t = 0{,}080$ s i formeln för impuls ger
$I = 5{,}0 \cdot 0{,}080 = 0{,}40$ Ns

Svar: 0,40 Ns

Impulslagen

$I = \Delta p$ eller $I = m \cdot \Delta v$ eller $I = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$

I = impuls (Nm)
Δp = ändring i rörelsemängd (kgm/s)
m = massa (kg)
Δv = ändring i hastighet (m/s)
v_1 = hastighet före impuls (m/s)
v_2 = hastighet efter impuls (m/s)

Ex. Ett föremål väger 25 kg och är stillastående. Hur stor impuls krävs för att föremålet ska få farten 15 m/s?

$I = m \cdot v_2 - m \cdot v_1$

$m = 25$ kg, $v_1 = 0$, $v_2 = 15$ m/s

Insättning av värdena ovan ger
$I = 25 \cdot 15 - 25 \cdot 0 = 375$ Ns **Svar: 375 Ns**

2.3 Tryck och termodynamik (s. 10-11)

Tryck mellan fasta kroppar

$p = \frac{F}{A}$

p = tryck (Pa)
F = tryckkraft (N)
A = arean tryckkraften verkar på (m^2)

Ex. Bestäm trycket på ett bord från en bok med massan 0,50 kg och kontaktytan 7,0 dm^2.

Insättning av $F = m \cdot g = 0{,}50$ kg $\cdot$ 9,82 N/kg = 4,91 N och $A = 7{,}0$ dm^2 = 0,070 m^2 i formeln för tryck mellan fasta kroppar ger
$p = \frac{4{,}91}{0{,}070} = 70{,}142\ldots$ N ≈ 70 N **Svar: 70 N**

Vätsketryck

$p = \rho \cdot g \cdot h$

p = vätsketryck (Pa)
ρ = vätskans densitet (kg/m^3)
g = tyngdfaktor (N/kg)
h = vätskedjup (m)

Ex. Bestäm vätsketrycket 3,0 meter ner i en sjö.

Insättning av $\rho = 998$ kg/m^3, $g = 9{,}82$ N/kg och $h = 3{,}0$ m i formeln för vätsketryck ger
$p = 998 \cdot 9{,}82 \cdot 3{,}0 = 29\,401{,}08$ Pa ≈ 29 000 Pa = 29 kPa **Svar: 29 kPa**

Arkimedes princip/lyftkraft

$F_L = \rho \cdot g \cdot V$

F_L = lyftkraft (N)
ρ = vätskans densitet (kg/m^3)
g = tyngdfaktor (N/kg)
V = undanträngda vätskans volym (m^3)

Ex. Hur stor är lyftkraften på en tennkula med volymen 4,0 cm^3 som ligger i vatten.

Insättning av ρ = 998 kg/m^3 (densiteten för undanträngda vätskan), g = 9,82 N/kg och V = 4,0 cm^3 = 4,0 $\cdot$ 10^{-6} m^3 i formeln för lyftkraft ger

$F_L = 998 \cdot 9{,}82 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-6} = 0{,}0392\ldots \text{ N} \approx 0{,}039 \text{ N} = 39 \text{ mN}$

Svar: 39 mN

Ideala gaslagen vid konstant mängd gas

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$p_{1,2}$ = gastryck i läge 1 respektive läge 2
$V_{1,2}$ = gasens volym i läge 1 respektive läge 2
$T_{1,2}$ = gasens temperatur i läge 1 respektive läge 2 (K)

Ex. Temperaturen i en gasbehållare med temperaturen 20 °C och trycket 15 MPa ökar till 170 °C. Vilket blir det nya trycket i gasbehållaren?

Volymen är i detta fall konstant och kan förkortas bort från allmänna gaslagen ovan, så

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1}$$

Insättning av p_1 = 15 MPa = 15 $\cdot$ 10^6 Pa, T_2 = 170 °C = (170 + 273) K = 443 K och T_1 = 20 °C = (20 + 273) K = 293 K i formeln ovan ger

$$p_2 = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 443}{293} = 2{,}267\ldots \cdot 10^7 \text{ Pa} \approx 2{,}3 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 23 \text{ MPa}$$

Svar: 23 MPa

Uppvärmning och avsvalning

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$

Q = avgiven/upptagen energi (J)
c = specifik värmekapacitet (J/kg $\cdot$ K)
m = massa (kg)
ΔT = temperaturändring (K)

Ex. Hur mycket energi krävs för att värma 2,0 liter vatten från 10 °C till 90 °C?

Insättning av c = 4,18 kJ/(kg · K) (slås upp i tabell), m = 2,0 kg (1 liter vatten väger ca 1 kg) och ΔT = (90 − 10) K = 80 K i formeln för uppvärmning och avsvalning ger
E = 4,18 kJ/(kg · K) · 2,0 kg · 80 K = 668,8 kJ ≈ 670 kJ **Svar:** 0,67 MJ eller 670 kJ

Smältning och stelning

$Q = l_s \cdot m$

Q = avgiven/upptagen energi (J)
l_s = specifik smältentalpi/smältentalpitet (J/kg)
m = massa (kg)

Ex. Hur mycket energi går åt för att smälta 2,0 kg nollgradig is?

Insättning av l_s = 334 kJ/kg (slås upp i tabell) och m = 2,0 kg i formeln för smältning ger
E = 334 kJ/kg · 2,0 kg = 668 kJ ≈ 670 kJ **Svar:** 670 kJ eller 0,67 MJ

Förångning och kondensering

$Q = l_å \cdot m$

Q = avgiven/upptagen energi (J)
$l_å$ = specifik ångbildningsentalpi/ångbildningsentalpitet (J/kg)
m = massa (kg)

Ex. Hur mycket energi går åt för att förånga 2,0 kg 100-gradigt vatten?

Insättning av $l_å$ = 2,26 MJ/kg (slås upp i tabell) och m = 2,0 kg i formeln för förångning ger
E = 2,26 MJ/kg · 2,0 kg = 4,52 MJ ≈ 4,5 MJ **Svar:** 4,5 MJ

Formler och samband att kunna utantill

Energiprincipen i ord

Energi kan vare sig skapas eller förstöras, bara omvandlas från en form till en annan.

Energiprincipen för mekanisk energi då friktion/luftmotstånd bortses

$E_{pföre} + E_{kföre} = E_{pefter} + E_{kefter}$

$E_{pföre}$ = lägesenergi i läge 1
$E_{kföre}$ = rörelseenergi i läge 1
E_{pefter} = lägesenergi i läge 2
E_{kefter} = rörelseenergi i läge 2

Ex. En sten kastas från 5,0 meters höjd med utgångshastigheten 3,0 m/s. Med vilken fart slår den i marken? Bortse från luftmotståndet.

$E_{pföre} = m \cdot g \cdot h$, $E_{kföre} = \frac{m \cdot v_0^2}{2}$, $E_{pefter} = 0$ (nollnivån) och $E_{kefter} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$ i formeln ovan ger

$$m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

Dividerar båda led med m, multiplicerar därefter båda led med 2 och löser sedan ut v_1.

$$g \cdot h + \frac{v_0^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot g \cdot h + v_0^2 = v_1^2 \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_0^2}$$

Insättning av g = 9,82 N/kg, h = 5,0 m och v_0 = 3,0 m/s ovan ger

$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 5{,}0 + 3{,}0^2}$ = 10,353… m/s ≈ 10 m/s **Svar: 10 m/s**

Arbete

$W = \Delta E$

W = arbete (Nm)
ΔE = ändring av energi (J)

Friktionsvärme

$E_v = F_f \cdot s$

E_v = friktionsvärme (J eller Nm)
F_f = friktionskraft (N)
s = sträcka (m)

Totalt tryck

$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$

p = totalt tryck (Pa)
p_0 = lufttryck (Pa) (normalt lufttryck = 101,3 kPa ≈ 100 kPa)
ρ = vätskans densitet (kg/m^3)
g = tyngdfaktor (N/kg) (9,82 N/kg i Sverige)
h = vätskedjup(m)

Ex. Bestäm det totala trycket 3,0 meter ner i en sjö.

Insättning av $\rho = 998\ kg/m^3$, $g = 9{,}82$ N/kg och $h = 3{,}0$ m i formeln för vätsketryck ger
$\rho \cdot g \cdot h = 998 \cdot 9{,}82 \cdot 3{,}0 = 29\,401{,}08$ Pa = 29,401... kPa (vätsketryck)
$p_0 = 101{,}3$ kPa (normalt lufttryck)

Insättning av $\rho \cdot g \cdot h = 29{,}401\ldots$ kPa och $p_0 = 101{,}3$ kPa i formeln för totalt tryck ger
p = 101,3 + 29,401… = 130,701… kPa ≈ 130 kPa **Svar: 130 kPa**

Två system i kontakt med varandra utan energiförluster

$E_{avg} = E_{upp}$

E_{avg} = avgiven energi (J)
E_{upp} = upptagen energi (J)

Ex. 0,20 kg nollgradig is läggs i 1,5 liter saft med temperaturen 25 °C. Vilken blir blandningens sluttemperatur om ingen energiväxling sker med omgivningen?

Saften avger energi (är varmast) och svalnar av, så
$E_{avg} = c_s \cdot m_s \cdot \Delta T_s = c_s \cdot m_s \cdot (T_s - x)$ (där x är sluttemperaturen i °C.)

Isen upptar energi (är kallas) och smälter samt värms upp, så
$E_{upp} = l_{sis} \cdot m_{is} + c_{is} \cdot m_{is} \cdot \Delta T_{is} = l_{sis} \cdot m_{is} + c_{is} \cdot m_{is} \cdot (x - T_{is})$

Insättning av $E_{avg} = c_s \cdot m_s \cdot (T_s - x)$ och $E_{upp} = l_s \cdot m_{is} + c_{is} \cdot m_{is} \cdot (x - T_{is})$ i forneln för två system i kontakt med varandra utan energiförluster ger
$c_s \cdot m_s \cdot (T_s - x) = l_{sis} \cdot m_{is} + c_v \cdot m_{is} \cdot (x - T_{is})$

Insättning av $c_s = 4{,}18$ kJ/(kg · K), $m_s = 1{,}5$ kg, $T_s = 25$ °C, $l_{sis} = 334$ kJ/kg, $m_{is} = 0{,}20$ kg, $c_v = 4{,}18$ kJ/(kg · K) och $T_{is} = 0$ °C ger
$4{,}18 \cdot 1{,}5 \cdot (25 - x) = 334 \cdot 0{,}20 + 4{,}18 \cdot 0{,}20 \cdot (x - 0)$

Ekvationen ovan löses algebraiskt, grafiskt eller med symbolhanterande digitalt hjälpmedel.
$x = 12{,}658\ldots$ °C ≈ 13 °C **Svar:** 13 °C

Tabeller

3.1 Mekanik och termodynamik (s. 28-29)

Densiteter, specifika värmekapaciteter, smältpunkter, smälentalpiteter, kokpunkter och ångbildningsentalpiteter.