Substitutionsmetoden

Förutom att lösa ekvationssystem grafiskt, så kan vi lösa dem algebraiskt (med algebraiska metoder). En metod för att lösa ekvationssystem algebraiskt är **substitutionsmetoden**. (Att utföra en substitution innebär att man byter ut något och det är precis det vi gör.)

Lösa ekvationssystem med substitutionsmetoden
1. Lös ut en valfri variabel från en valfri ekvation i ekvationssystemet.
2. Byt ut variabeln mot uttrycket du fick i den ekvation som du inte använt.
3. Lös ekvationen och bestäm värdet för den ena variabeln.
4. Sätt in värdet på den ena variabeln i någon av de tidigare ekvationerna för att få värdet på den andra variabeln.

Ex. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

Vi börjar med att ge ekvationerna etiketter för att underlätta hänvisning till dem. Vi kallar den övre ekvationen för (1) och den undre ekvationen för (2).

$$\begin{cases} y = 2x - 4 & \text{(1)} \\ y = -x + 5 & \text{(2)} \end{cases}$$

Enligt ekvation (1) är $y = 2x - 4$. Vi byter ut (substituerar) y mot $2x - 4$ i ekvation (2). Det ger
$2x - 4 = -x + 5$

Vi samlar alla x på ena sidan och löser sedan ut x.
$2x - 4 \mathbf{+ x} = -x + 5 \mathbf{+ x}$
$3x - 4 = 5$
$3x - 4 \mathbf{+ 4} = 5 \mathbf{+ 4}$
$3x = 9$
$\frac{3x}{\mathbf{3}} = \frac{9}{\mathbf{3}}$
$x = 3$

Vi har nu bestämt x. Vi sätter nu in $x = 3$ i någon av de ursprungliga ekvationerna (vilken spelar ingen roll) för att få ut y. Insättning av $x = 3$ i ekvation (1) ger
$y = 2 \cdot 3 - 4 = 6 - 4 = 2$

Så $y = 2$

Lösningen till ett ekvationssystem brukar anges med klammer.

Svar: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Ex. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Vi skriver av ekvationssystemet och sätter etiketter

$$\begin{cases} 2x - y = 7 & (1) \\ x - 3y = 1 & (2) \end{cases}$$

Här står inte x eller y ensamt i det ena ledet, så vi börjar med att lösa ut x eller y från någon av ekvationerna. Vi löser ut x från ekvation (2) eftersom det är enklast (då den saknar koefficienter och minustecken framför).

$x - 3y = 1$

$x - 3y + 3y = 1 + 3y$

$x = 1 + 3y$ (3)

Då sätter vi $x = 1 + 3y$ i ekvation (1) (den ekvation som vi inte använt oss av) och löser sedan ut y.

$2(1 + 3y) - y = 7$

$2 + 6y - y = 7$

$2 + 5y = 7$

$2 + 5y \mathbf{- 2} = 7 \mathbf{- 2}$

$5y = 5$

$\frac{5y}{\mathbf{5}} = \frac{5}{\mathbf{5}}$

$y = 1$

Vi har nu bestämt y. Vi sätter nu in $y = 1$ i någon av våra ekvationer. Insättning av $y = 1$ i ekvation (3) ger

$x = 1 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$

Så $x = 4$.

Svar: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$