Grafisk lösning av linjära ekvationssystem

När vi har flera ekvationer som ska ha gemensamma (likadana) lösningar, så bildar vi ett **ekvationssystem**. När vi löser ekvationssystem med hjälp av dess grafer genomför vi en **grafisk lösning**.

Betrakta ekvationen
$y = 2x - 4$

Den består av två olika variabler, *x* och *y*. Den har flera (oändligt många) par av lösningar, t.ex.

$\begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

och så vidare. För varje värde vi sätter in på *x*, så får vi ett bestämt värde på *y*.

Detsamma gäller för ekvationen
$y = -x + 5$

Den har på motsvarande sätt också oändligt antal lösningar.

Om vi vill hitta en gemensam lösning till båda ekvationer bildar vi ett ekvationssystem, vilket markeras med en krullparentes enligt

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

När vi ska lösa ett ekvationssystem **grafiskt** gör vi enligt följande:
1. Rita upp ekvationernas grafer genom att skriva in dem i Geogebra.
2. Ta fram eventuella skärningspunkters koordinater.
3. *x*-koordinaten är lösningen till *x* och *y*-koordinaten är lösningen till *y*.

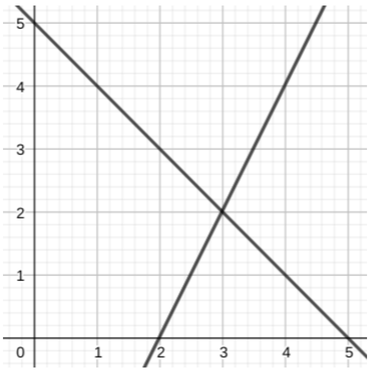
Ex. Lös nedanstående ekvationssystem grafiskt.

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

VAD: Ritar upp $y = 2x - 4$ och $y = -x + 5$ i Geogebra och tar fram skärningspunktens koordinater.

$f : y = 2x - 4$

$g : y = -x + 5$



$A = \text{Skärning}(g, f)$

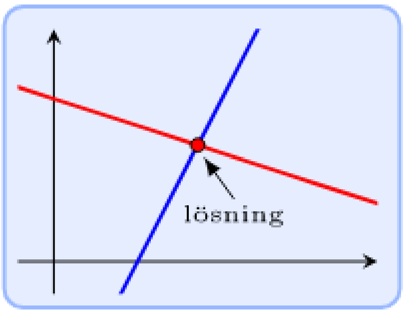
$\rightarrow (3,\ 2)$

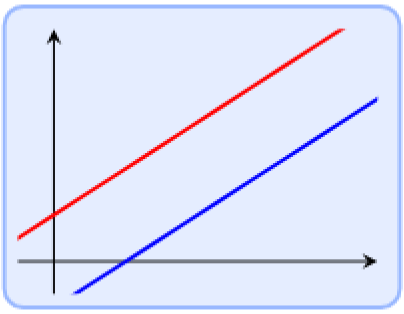
HUR: Skärningspunktens koordinater ger lösningen.

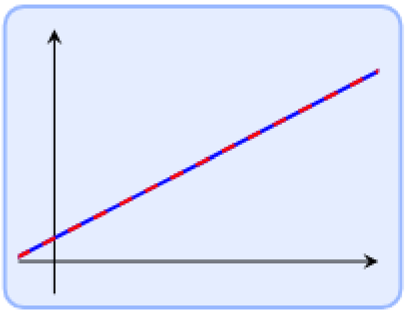
Svar: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Antalet lösningar till ett linjärt ekvationssystem beror på linjernas *k*- och *m*-värden, enligt nedanstående:

Olika *k*-värden, *m*-värdet spelar ingen roll	Samma *k*-värde, olika *m*-värden	Samma *k*-värde, samma *m*-värde







1 lösning	Saknar lösningar	Oändligt många lösningar

Ex. Bestäm *k* och *m* så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} y = kx + m \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

saknar lösningar.

För att ekvationen ska sakna lösning krävs att de har samma *k*-värde, men olika *m*-värden.
För den undre ekvationen gäller *k* = 2 och *m* = 5.

Den övre ekvationen måste alltså ha samma *k*-värde, så *k* = 2.

m-värdena ska vara olika så *m* kan vara vad som helst utom 5, dvs. $m \neq 5$.

Svar: $k = 2$ och $m \neq 5$