

Bestämma sträckor och vinklar i koordinatsystem

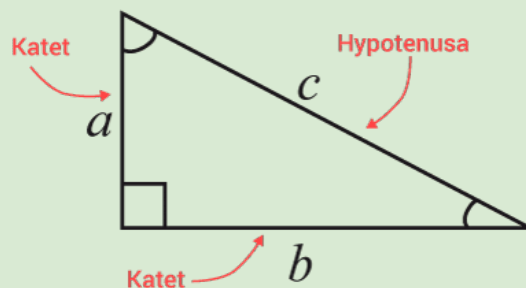
Kom ihåg: Om två sidor är kända i en rätvinklig triangel kan vi bestämma den tredje med **Pythagoras sats**.

Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$

eller

$$\text{katet}^2 + \text{katet}^2 = \text{hypotenusa}^2$$

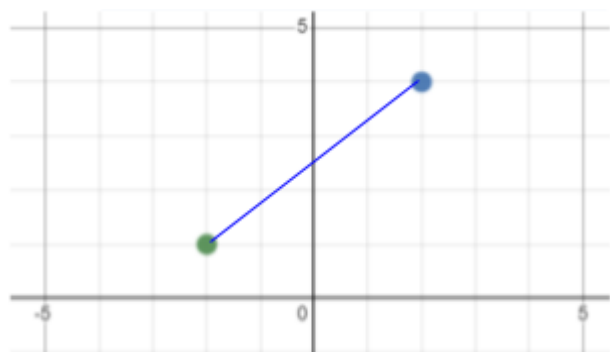


Om vi ska bestämma en sträcka eller vinkel mellan två punkter i ett koordinatsystem, så bildar vi en rätvinklig triangel med hörn i två av punkterna. Sträckan motsvarar hypotenusan som kan beräknas med Pythagoras sats. Vinkeln beräknas med trigonometri.

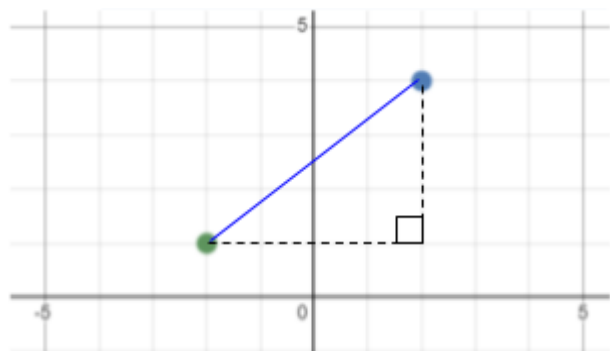
Ex. En sträcka dras mellan punkterna $(-2, 1)$ och $(2, 4)$. Bestäm

- a) sträckans längd b) vinkeln mellan sträckan och x-axeln.

a) Vi börjar med att rita upp punkterna i ett koordinatsystem och drar sträckan mellan dem.



Vi bildar nu en rätvinklig triangel enligt figuren nedan.



Vi tittar på skalan och ser att varje ruta motsvarar 1 l.e. (längdenhet). Vi räknar rutor och ser att den ena kateten (basen) är 4 l.e. och den andra kateten (höjden) är 3 l.e. Vi bestämmer nu sträckan c med Pythagoras sats, $c^2 = a^2 + b^2$.

Insättning av $a = 4$ och $b = 3$ ger

$$c^2 = 4^2 + 3^2$$

$$c^2 = 16 + 9$$

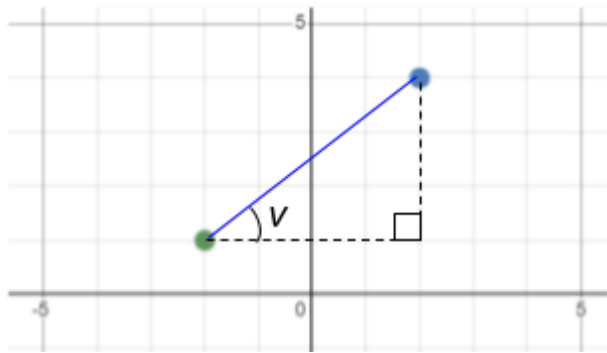
$$c^2 = 25$$

$$c = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Eftersom en sträcka inte kan vara negativ bortser vi från den negativa lösningen.

Svar: 5 l.e.

b) Vi studerar återigen den rätvinkliga triangeln och markerar vinkeln v mellan sträckan och x-axeln (eller en valfri vågrät linje, enklast att välja triangelns bas).



Vi har den motstående kateten (3 l.e.) och den närliggande kateten (4 l.e.) till vinkeln v . Vi kan då beräkna vinkeln med tangens eftersom $\tan v = \frac{\text{motstående katet}}{\text{närliggande katet}}$.

Insättning av motstående katet = 3 och närliggande katet = 4 ger

$$\tan v = \frac{3}{4}$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36,869\dots^\circ \approx 37^\circ$$

Svar: 37°