Satser och bevis

Ett matematiskt bevis är ett logiskt resonemang som inte lämnar några luckor. Några viktiga begrepp:

En grundsats som man kommit överens om att gälla som grund, utan att den kräver ett bevis kallas **axiom**. Exempel: *"Varje heltal n följs av heltalet (n + 1)"* eller *"Från en given punkt är det möjligt att dra en rät linje till en annan given punkt".*

En överenskommelse om vad som menas med ett begrepp kallas **definition**. Exempel: *"En månghörning med tre hörn kallas triangel."*

Ett påstående som är bevisat kallar man för **sats**. I ett bevis måste varje steg motiveras utifrån axiom, definitioner och/eller tidigare kända satser.

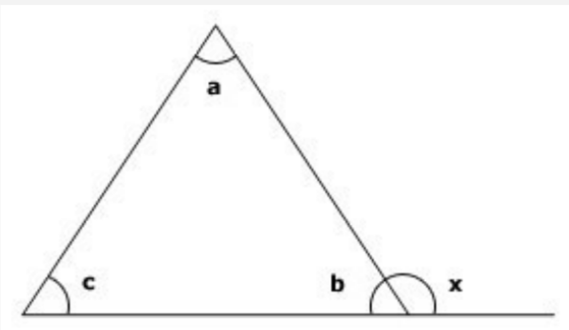
Ett utfört bevis avslutas vsb (vilket skulle bevisas) eller vsv (vilket skulle visas).

Udda och jämna tal vid bevis
Ett jämnt tal kan alltid skrivas: $2k$
Ett udda tal kan alltid skrivas: $2k + 1$

där k är ett heltal.

På varandra följande tal vid bevis
Tal som "som följer på varandra" är t.ex. 1, 2 och 3 eller 85, 86 och 87. Tal som följer på varandra kan skrivas
$n, n + 1, n + 2, \ldots$

Ex. Betrakta nedanstående figur.



Yttervinkelsatsen lyder:
Yttervinkeln x är lika med summan av de två motstående vinklarna a och c, dvs. x = a + c

Bevisa att yttervinkelsatsen gäller.

Vi skriver upp de geometriska samband som vi ser och går sedan vidare.
$a + b + c = 180°$ (vinkelsumma△)

$b + x = 180°$ (sidovinklar)

Eftersom båda VL (vänstra led) är lika med 180° gäller
$a + b + c = b + x$

Subtraherar b från båda led.
$a + c = x$

det vill säga
$x = a + c$

vsb

Ex. Visa att kvadraten av ett jämnt tal alltid är delbar med 4.

Vi kallar talet x. Eftersom talet är jämnt kan det skrivas $x = 2k$ där k är ett heltal. Vi tecknar och undersöker kvadraten av detta tal.
$x^2 = (2k)^2 = 4k^2$

Ordbok
ty = därför att

$4k^2$ är alltid delbart med 4 ty
$\frac{4k^2}{4} = k^2$ där k^2 alltid är ett heltal
vsv

Ex. Visa att om a, b och c är tre på varandra följande heltal så gäller att deras summa är delbar med 3.

Eftersom det är på varandra följande heltal kan vi kalla talen a, b och c för n, $(n + 1)$ och $(n + 2)$. Detta ger
$a + b + c = n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$

Denna summa är alltid delbar med 3 eftersom
$\frac{3(n+1)}{3} = n + 1$ är ett heltal
vsv