

# Exponentialfunktioner

**Exponentialfunktioner** är funktioner där den oberoende variabeln, t.ex.  $x$ , är i **exponenten**.

Ex. Ett kapital på 25 000 kr ökar varje år med 2 %. Ange en formel för kapitalet  $K$  kr efter  $x$  år.

Efter    0 år: 25 000 kr  
          1 år:  $25\ 000 \cdot 1,02$  kr  
          2 år:  $25\ 000 \cdot 1,02^2$  kr  
          3 år:  $25\ 000 \cdot 1,02^3$  kr  
           $x$  år:  $25\ 000 \cdot 1,02^x$  kr

$$\text{så } K(x) = 25\ 000 \cdot 1,02^x$$

**Svar:**  $K(x) = 25\ 000 \cdot 1,02^x$

Allmänt: Om man ska ställa upp en formel för en exponentiell förändring (något som ökar/minskar med en viss procent med tiden) gäller:

$$y = Ca^x$$

där

$y$  = värdet efter en viss tid

$C$  = ursprungliga värdet

$a$  = förändringsfaktorn

$x$  = tid

Exponentialfunktioner forts.

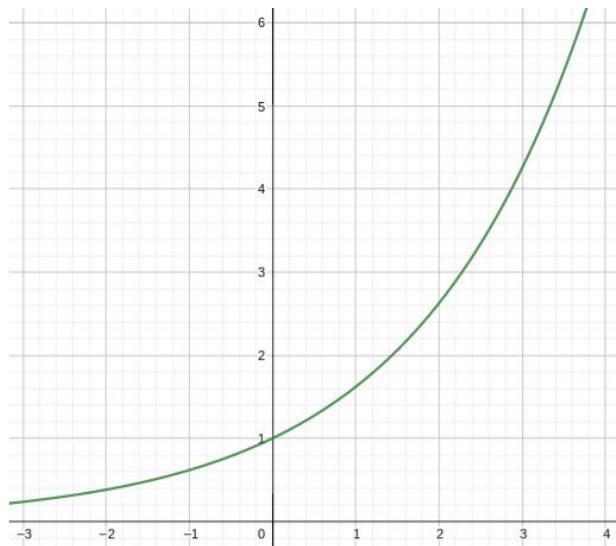
Ex. En bils värde  $V$  efter  $t$  år ges av funktionen  $V(t) = 180000 \cdot 0,85^t$ . Vad står 180 000 respektive 0,85 för?

Jämför med formeln  $y = Ca^x$  på föregående sida.

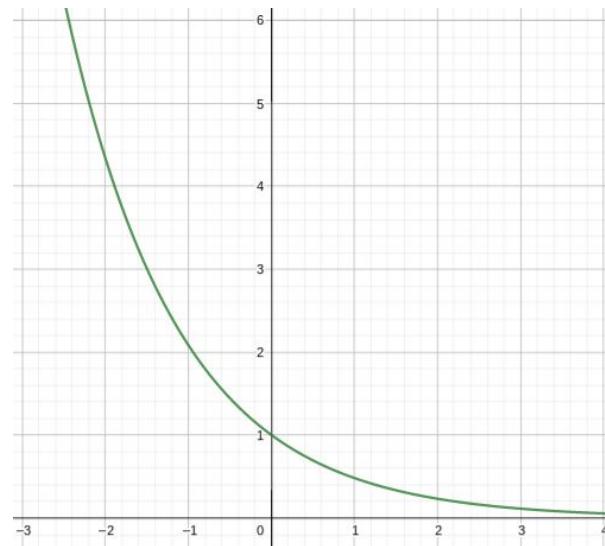
**Svar:** Bilens nyvärde (ursprungliga värde) är 180 000 kr och värdet minskar varje år med 15 % (förändringsfaktorn är 0,85).

Exponentialfunktioner forts.

Exponentialfunktioners utseende:



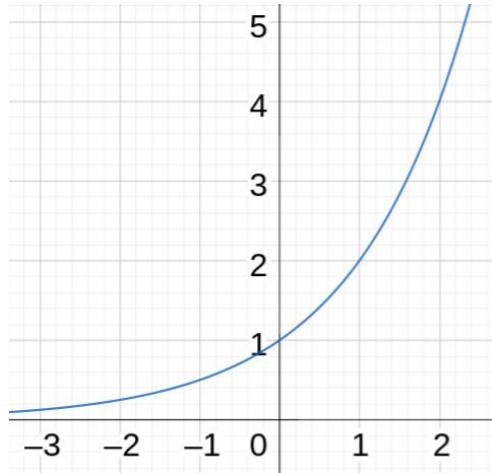
**Exponentiell ökning.**  
 $y = Ca^x$  där  $a > 1$ .  
Kan t.ex. beskriva  
befolkningsväxt.



**Exponentiell minskning.**  
 $y = Ca^x$  där  $0 < a < 1$ .  
Kan t.ex. beskriva  
radioaktivt sönderfall.

## Exponentialfunktioner forts.

Ex. Vilken funktion är uppritad:  $f(x) = 3^x$  eller  $g(x) = 2^x$ ?



Testar att beräkna några punkter på  $f(x) = 3^x$   
 $f(0) = 3^0 = 1$ , så  $(0,1)$  ska vara på kurvan (stämmer)  
 $f(1) = 3^1 = 3$ , så  $(1,3)$  ska vara på kurvan (stämmer ej!)  
Slutsats:  $f(x) = 3^x$  är INTE uppritad

Testar att beräkna några punkter på  $g(x) = 2^x$   
 $g(0) = 2^0 = 1$ , så  $(0,1)$  ska vara på kurvan (stämmer)  
 $g(1) = 2^1 = 2$ , så  $(1,2)$  ska vara på kurvan (stämmer)  
Slutsats:  $g(x) = 2^x$  är uppritad!

**Svar:**  $g(x) = 2^x$