

Koordinatgeometri

Att studera geometriska figurer genom att använda ett koordinatsystem kallas **koordinatgeometri**.

Avståndet mellan två punkter i ett koordinatsystem kan bestämmas med **avståndsformeln**.

Avståndsformeln

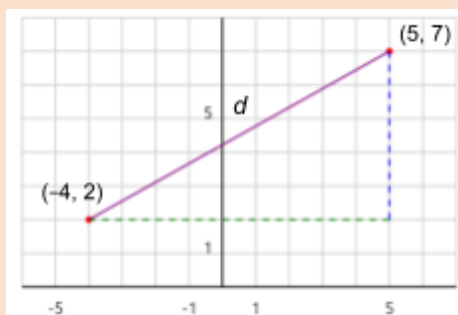
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

där d är avståndet mellan punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2)

Härledning – Avståndsformeln

Vi bestämmer avståndet d mellan två punkter med exempel och generellt genom att bilda rätvinkliga trianglar och använda Pythagoras sats enligt figurerna nedan.

Exempel



Triangelns vågräta katet är sträckan mellan $x = -4$ och $x = 5$. Den kan beräknas som $5 - (-4) = 9$ i.e.

På motsvarande sätt är triangelns lodräta katet sträckan mellan $y = 2$ och $y = 7$ som beräknas $(7 - 2) = 5$ i.e.

Pythagoras sats ger

$$d^2 = (5 - (-4))^2 + (7 - 2)^2$$

$$d = \sqrt{(5 - (-4))^2 + (7 - 2)^2}$$

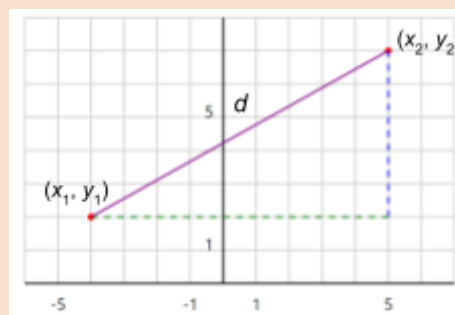
$$d = \sqrt{(9^2 + 5^2)}$$

$$d = \sqrt{81 + 25}$$

$$d = \sqrt{106} \text{ i.e. } \approx 10,3 \text{ i.e.}$$

(den negativa lösningen bortses)

Generellt



Triangelns vågräta katet är sträckan mellan x_1 och x_2 . Den kan beräknas som $(x_2 - x_1)$.

På motsvarande sätt är triangelns lodräta katet sträckan mellan y_1 och y_2 som beräknas $(y_2 - y_1)$.

Pythagoras sats ger

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

vsv.

Punkten mitt emellan två andra punkter kallas **mittpunkt** kan bestämmas med **mittpunktsformeln**. Mittpunkten ligger mitt emellan punkternas x- respektive y-koordinater och kan bestäms genom deras medelvärden.

Mittpunktsformeln

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

där (x_m, y_m) är mittpunkten mellan punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2) .

Exempel 1. Vi har punkterna $(-3, -5)$ och $(7, -1)$. Bestäm

a) avståndet mellan punkterna b) mittpunkten

a) Vi använder avståndsformeln och sätter in värdena $x_1 = -3$, $y_1 = -5$, $x_2 = 7$ och $y_2 = -1$. Detta ger

$$d = \sqrt{(7 - (-3))^2 + ((-1) - (-5))^2} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116} \text{ l.e.} \approx 10,8 \text{ l.e.}$$

Svar: $\sqrt{116} \text{ l.e.} \approx 10,8 \text{ l.e.}$

b) Vi använder mittpunktsformeln och sätter in värdena $x_1 = -3$, $y_1 = -5$, $x_2 = 7$ och $y_2 = -1$. Detta ger

$$(x_m, y_m) = \left(\frac{-3 + 7}{2}, \frac{-5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{-6}{2} \right) = (2, -3)$$

Svar: $(2, -3)$