Faktorisera uttryck

Att skriva om ett uttryck som en multiplikation är att **faktorisera uttryck**. Vi har gått igenom faktorisering tidigare i Matematik 1c. Då faktoriserade vi genom att "bryta ut" en gemensam faktor. I den här kursen ska vi även faktorisera genom att använda oss av kvadreringsreglerna och konjugatregeln baklänges.

Faktorisering med konjugat- och kvadreringsreglerna
Ett uttryck kan faktoriseras med

- **konjugatregeln** om uttrycket har två kvadrattermer minus varandra. Kom ihåg-ramsa: "Kvadrat minus kvadrat är konjugat!"
- **första kvadreringsregeln** om uttrycket har tre termer där första och sista termen är kvadrater. Tecknet framför mittentermen är plus. OBS! Kontrollera att mittentermen stämmer överens med den dubbla produkten.
- **andra kvadreringsregeln** om uttrycket har tre termer där första och sista termen är kvadrater. Tecknet framför mittentermen är minus. OBS! Kontrollera att mittentermen stämmer överens med den dubbla produkten

Faktorisera uttryck
Om möjligt,
1. bryt ut "som vanligt"
2. använd kvadreringsregel eller konjugatregel baklänges

Förenkla rationella uttryck ("bråkuttryck med *x*")
1. Faktorisera täljare och nämnare så långt som möjligt.
2. Förkorta ("stryk") likadana faktorer från täljare och nämnare.

Ex. Faktorisera
a) $18x^2 + 45x^3 - 81x^4$ b) $x^2 - 6x + 9$ c) $50x^2 - 98$

a) Först undersöker vi om det går att bryta ut "som vanligt". Vi tittar först på alla koefficienter, alltså talen framför variabeltermerna. 18, 45 och 81 har 9 som största möjliga delare. Då kan vi bryta ut 9. Alla termer innehåller x, så vi kan även bryta ut en variabel. Den lägsta exponent vi har på x är 2, så vi kan bryta ut x^2.

Den största faktorn som vi kan bryta ut är alltså $9x^2$. Sedan ska vi fylla parentesen så att vi får det ursprungliga uttrycket när vi multiplicerar in $9x^2$ i parentesen. Vi får då
$9x^2(2 + 5x - 9x^2)$

Nu tittar vi på uttrycket i parentesen igen. Kan vi faktorisera det ytterligare? Nej, det kan inte faktoriseras ytterligare, t.ex. med en kvadreringsregel eftersom den första termen (2) inte är en kvadrat (kan skrivas skrivas som ett heltal upphöjt till 2).

Svar: $9x^2(2 + 5x - 9x^2)$

b) Vi ska faktorisera $x^2 - 6x + 9$

Vi kan inte bryta ut något “som vanligt”. Kan det vara en kvadreringsregel eller konjugatregel baklänges? Ja! Eftersom uttrycket innehåller tre termer där den första och sista termen är kvadrater kan det vara en kvadreringsregel!
Vi skriver upp en mall för kvadreringsregeln. Eftersom mittentermen är negativ måste det vara ett minustecken i parentesen.
$x^2 - 6x + 9 = (\quad - \quad)^2$

Sedan tittar vi på första termen x^2 och tänker “Vad upphöjt till 2 blir x^2? Jo, x!
Sedan tittar vi på andra termen 9 och tänker “Vad upphöjt till 2 blir 9? Jo, 3!

Då fyller vi på med x och 3 i parentesen och får
$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

Vi kontrollerar att mittentermen/den dubbla produkten blir $6x$, vilket stämmer.

Svar: $(x - 3)^2$

c) Vi ska faktorisera $50x^2 - 98$

Vi börjar med att bryta ut 2 från uttrycket.
$2(25x^2 - 49)$

Nu tittar vi på uttrycket i parentesen igen. Kan vi faktorisera det ytterligare? Ja! Eftersom uttrycket i parentesen är “kvadrat minus kvadrat” är det ett konjugat!

Vi skriver en mall för konjugatregeln, så
$2(25x^2 - 49) = 2(\quad + \quad)(\quad - \quad)$

Sedan tittar vi på första termen $25x^2$ och tänker “Vad upphöjt till 2 blir $25x^2$? Jo, $5x$!
Sedan tittar vi på andra termen 49 och tänker “Vad upphöjt till 2 blir 49? Jo, 7!

Då fyller vi på med $5x$ och 7 i parenteserna och får
$2(25x^2 - 49) = 2(5x + 7)(5x - 7)$

Svar: $2(5x + 7)(5x - 7)$

Ex. Förkorta $\frac{x^2 - 9}{5x + 15}$ så långt som möjligt.

Vi faktoriserar täljaren och nämnaren så långt vi kan. Täljaren är “kvadrat minus kvadrat” och kan därför faktoriseras med konjugatregeln. Nämnaren kan faktoriseras genom att bryta ut 5.

$$\frac{x^2 - 9}{5x + 15} = \frac{(x+3)(x-3)}{5(x+3)}$$

Därefter förkortar vi uttrycket med (x + 3) eftersom den faktorn finns i både täljare och nämnare.

$$\frac{(x+3)(x-3)}{5(x+3)} = \frac{x-3}{5}$$

Svar: $\frac{x-3}{5}$