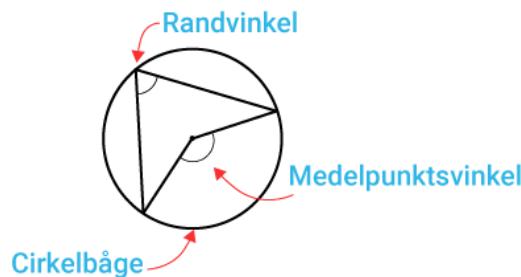


## Randvinkelsatsen

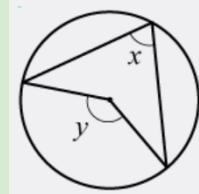
Kanten på en cirkel kallas **rand** och en vinkel med spetsen på randen kallas **randvinkel**. Mittpunkten i en cirkel kallas **medelpunkt** och en vinkel med spetsen i medelpunkten kallas **medelpunktsvinkel**. Rand- och medelpunktsvinklar har vinkelben som står på en **cirkelbåge**, se figur nedan.



### Randvinkelsatsen

Medelpunktsvinkeln är dubbelt så stor som randvinkeln på samma cirkelbåge.

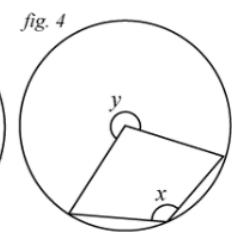
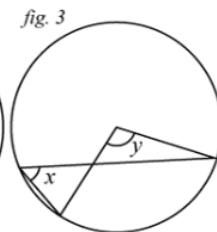
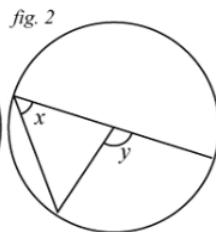
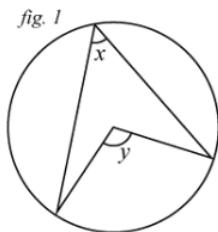
$$y = 2x$$



Ett bevis av randvinkelsatsen finns i boken.

I uppgifter där du utnyttjar randvinkelsatsen kan den motiveras (randvinkelsatsen).

Randvinklar kan ha lite olika utseende beroende var på randen de ligger. Här är fyra vanliga utseenden. I alla figurer gäller att  $y = 2x$ . Testa randvinkelsatsen interaktivt [här](#).

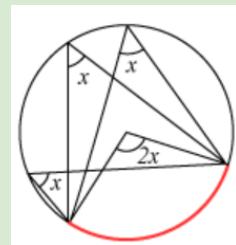


En sats som är en direkt följd av en tidigare sats kallas **följdsats**.

## Följdsatser till randvinkelsatsen

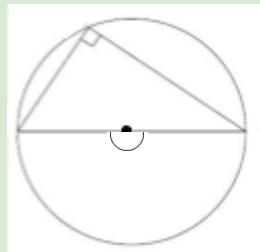
1. Randvinklar på samma cirkelbåge är lika stora.

Motiveras (randvinklar på samma båge).



2. Randvinklar på en halvcirkelbåge är  $90^\circ$ .

Motiveras (randvinkel på halvcirkelbåge).

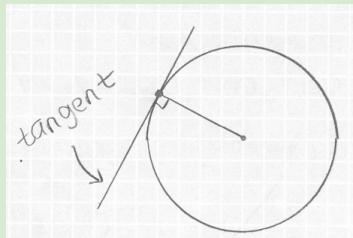


## Vinklar i cirklar – Specialfall

### Tangenter

Vinkeln som bildas mellan en tangent och radien till tangeringspunkten är alltid  $90^\circ$ .

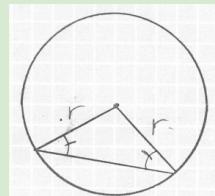
Motiveras (tangent mot radie).



### Likbenta trianglar

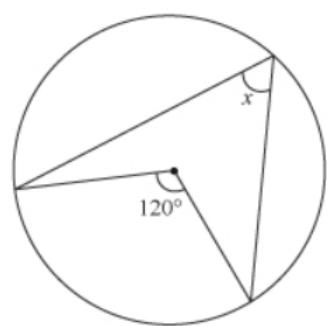
Två radier som bildar en triangel ger alltid en likbent triangel. Basvinklar i en likbent triangel är alltid lika stora.

Motiveras (likbent  $\Delta$ ).



**Exempel 1.** Beräkna vinkel  $x$  i figuren. (E)

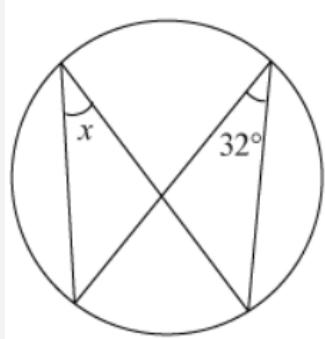
a)



$$a) x = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \quad (\text{randvinkelsatsen})$$

**Svar:**  $x = 60^\circ$

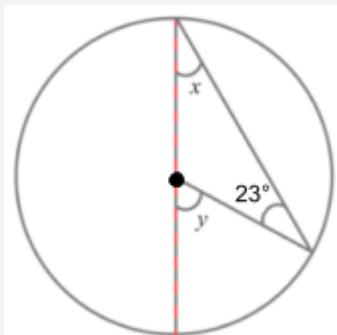
b)



$$b) x = 32^\circ \quad (\text{randvinklar på samma båge})$$

**Svar:**  $x = 32^\circ$

**Exempel 2.** Beräkna vinkel  $y$ . (C)

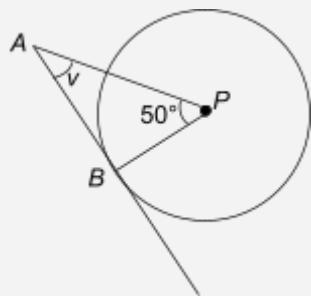


$x = 23^\circ$  (basvinklar i likbent  $\triangle$ ) (båda ben motsvarar en radie)

$y = 2x = 2 \cdot 23^\circ = 46^\circ$  (randvinkelsatsen)

**Svar:**  $46^\circ$

**Exempel 3.** Linjen  $AB$  är en tangent. Beräkna vinkel  $v$ . (E)



$\angle ABP = 90^\circ$  (tangent mot radie)

$v = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$  (vinkelsumma  $\triangle$ )

**Svar:**  $v = 40^\circ$