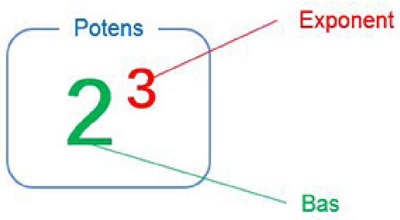
Potenser med positiva heltalsexponenter

På samma sätt som att $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ kan skrivas $3 \cdot 5$, så kan $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ skrivas 3^5 (utläses “3 upphöjt till 5”).

Man säger att 3^5 är en **potens**. Delarna i en potens kallas för **bas** (det man upphöjer) och **exponent** (det man upphöjer till). Så i exemplet 3^5 är basen 3 och exponenten 5.



Potensform och faktorform
När ett tal skrivs
- som en potens (med bas och exponent) är det skrivet i **potensform**
- med sina faktorer (som en multiplikation) är det skrivet i **faktorform** eller **som en produkt**.

Exempel: 3^5 är skrivet i potensform. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ är skrivet i faktorform**.**

Utläsningar
En
- tvåa i exponenten kan även utläsas “i kvadrat”, så 7^2 kan utläsas “7 i kvadrat”
- trea i exponenten kan även utläsas “i kubik”, så 7^3 kan utläsas “7 i kubik”.

För att räkna med potenser ska vi använda **potenslagarna**.

Potenslagar (generellt)	**Potenslagar (exempel)**
$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$	$7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$
$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2$
$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$	$(7^2)^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$
$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2}$
$(ab)^x = a^x \cdot b^x$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$

Ex. Beräkna

a) $(-9)^2$ b) -9^2

a) $(-9)^2 = (-9) \cdot (-9) = 81$ (när två negativa tal multipliceras bli produkten positiv)

Svar: 81

b) $-9^2 = -9 \cdot 9 = -81$ (observera skillnaden jämfört med föregående uppgift!)

Svar: −81

Ex. Skriv 64 som en potens med basen 4.

Tänk "4 upphöjt till något ska bli 64" alternativt "hur många fyror ska multipliceras för att produkten ska bli 64?".

Testar:

$4 \cdot 4 = 16$ (för litet)

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$ (stämmer!)

Svar: 4^3

Ex. Utveckla $(7x)^2$

Alla faktorer inne i parentesen ska upphöjas till 2.

$(7x)^2 = 7^2 \cdot x^2 = 49x^2$

Svar: $49x^2$

Ex. Förenkla $\frac{42x^5}{x^2}$

$\frac{42x^5}{x^2} = 42x^{5-2} = 42x^3$

Svar: $42x^3$

Ex. Lös ekvationen $8^m \cdot 8^5 = 8^7$

Skriv om båda led som en enda potens av 8. Sedan kan man sätta exponenterna lika och lösa ekvationen därifrån.
$8^m \cdot 8^5 = 8^7$
$8^{m+5} = 8^7$

Nu är båda led skrivna som en enda potens av 8. Då måste exponenterna vara lika, så
$m + 5 = 7$
$m = 2$

Svar: $m = 2$

Ex. Förenkla $\dfrac{27^{5x}}{3^x + 3^x + 3^x}$

När vi ska förenkla bråkuttryck med potenser ska vi först sikta på att skriva om både täljare och nämnare som en potens. Därefter skriver vi om potenserna, så att de får samma bas. Därefter brukar det bli enkelt. Vi börjar med att skriva om nämnaren som en multiplikation.

$$\frac{27^{5x}}{3^x + 3^x + 3^x} = \frac{27^{5x}}{3 \cdot 3^x}$$

Sedan skriver vi om nämnaren som en potens.

$$\frac{27^{5x}}{3 \cdot 3^x} = \frac{27^{5x}}{3^1 \cdot 3^x} = \frac{27^{5x}}{3^{1+x}}$$

Nu har vi en enda potens i både täljare och nämnare. Nu skriver vi om dem med samma bas. Eftersom $27 = 3^3$ gäller

$$\frac{27^{5x}}{3^{1+x}} = \frac{(3^3)^{5x}}{3^{1+x}} = \frac{3^{15x}}{3^{1+x}} = 3^{15x-(1+x)} = 3^{15x-1-x} = 3^{14x-1}$$

Svar: 3^{14x-1}