

Exponentialfunktioner

Exponentialfunktioner är funktioner där den oberoende variabeln, t.ex. x , är i **exponenten**.

Ex. Ett kapital på 25 000 kr ökar varje år med 2 %. Ange en formel för kapitalet K kr efter x år.

Efter 0 år: 25 000 kr
 1 år: $25\,000 \cdot 1,02$ kr
 2 år: $25\,000 \cdot 1,02^2$ kr
 3 år: $25\,000 \cdot 1,02^3$ kr
 x år: $25\,000 \cdot 1,02^x$ kr

så $K(x) = 25\,000 \cdot 1,02^x$

Svar: $K(x) = 25\,000 \cdot 1,02^x$

Allmänt: Om man ska ställa upp en formel för en exponentiell förändring (något som ökar/minskar med en viss procent med tiden) gäller:

$$y = Ca^x$$

där

y = värdet efter en viss tid

C = ursprungliga värdet

a = förändringsfaktorn

x = tid

Exponentialfunktioner forts.

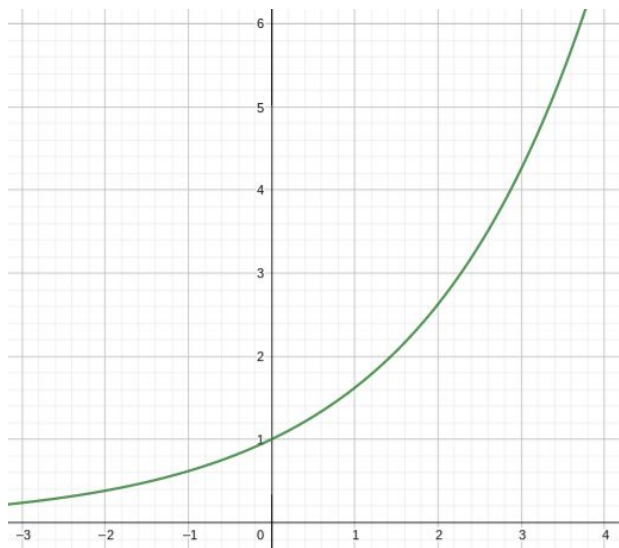
Ex. En bils värde V efter t år ges av funktionen $V(t) = 180000 \cdot 0,85^t$.
Vad står 180 000 respektive 0,85 för?

Jämför med formeln $y = Ca^x$ på föregående sida.

Svar: Bilens nyvärde (ursprungliga värde) är 180 000 kr och värdet minskar varje år med 15 % (förändringsfaktorn är 0,85).

Exponentialfunktioner forts.

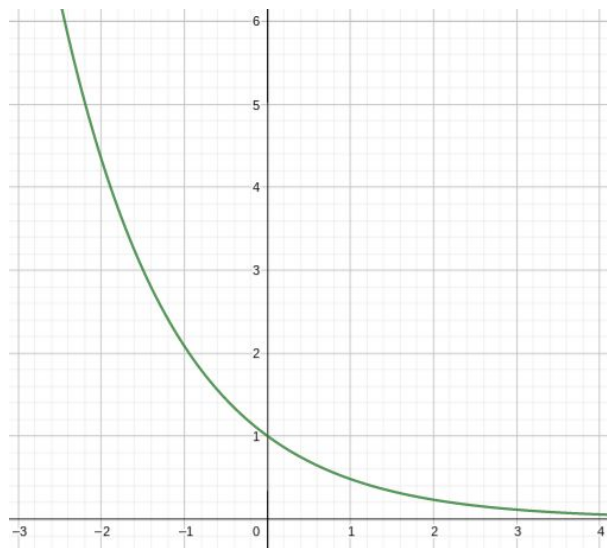
Exponentialfunktioners utseende:



Exponentiell **ökning**.

$y = Ca^x$ där $a > 1$.

Kan t.ex. beskriva
befolkningstillväxt.



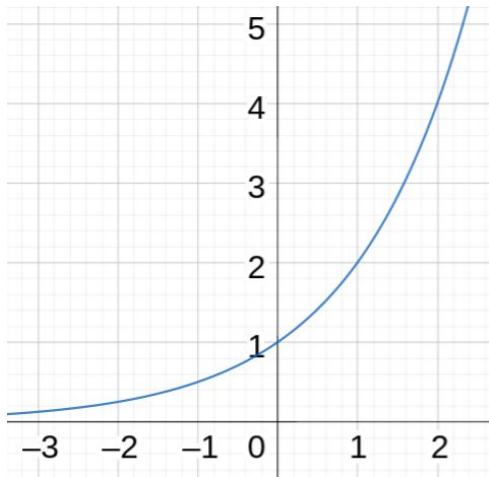
Exponentiell **minskning**.

$y = Ca^x$ där $0 < a < 1$.

Kan t.ex. beskriva
radioaktivt sönderfall.

Exponentialfunktioner forts.

Ex. Vilken funktion är uppritad: $f(x) = 3^x$ eller $g(x) = 2^x$?



Testar att beräkna några punkter på $f(x) = 3^x$
 $f(0) = 3^0 = 1$, så $(0,1)$ ska vara på kurvan (stämmer)
 $f(1) = 3^1 = 3$, så $(1,3)$ ska vara på kurvan (stämmer ej!)
Slutsats: $f(x) = 3^x$ är INTE uppritad

Testar att beräkna några punkter på $g(x) = 2^x$
 $g(0) = 2^0 = 1$, så $(0,1)$ ska vara på kurvan (stämmer)
 $g(1) = 2^1 = 2$, så $(1,1)$ ska vara på kurvan (stämmer)
Slutsats: $g(x) = 2^x$ är uppritad!

Svar: $g(x) = 2^x$