

## Problemlösning med andragradsekvationer

Vid problemlösning är det ofta bra att följa nedanstående procedur.

### Problemlösning

1. **Tolka problemet.** Definiera införda variabler och rita vid behov figur.
2. **Ställ upp en eller flera ekvationer.**
3. **Lös ekvationen eller ekvationssystemet.** Använd lämplig metod.
4. **Tolka svaret.** Vad stod variablerna för? Är svaret rimligt? Kan någon lösning bortses?

Ex. Två positiva tal har differensen 21 och produkten 1 080. Vilka är talen?

#### 1. Vi inför och definierar variabler.

$x$  = det mindre talet

$y$  = det större talet

#### 2. Vi ställer upp ett ekvationssystem. Eftersom vi har två obekanta, måste vi ställa upp två ekvationer.

$$\begin{cases} y - x = 21 & (1) \\ x \cdot y = 1080 & (2) \end{cases}$$

#### 3. Vi löser ekvationssystemet.

Vi löser ut  $y$  från ekvation (1) och får

$$y - x + x = 21 + x$$

$$y = 21 + x \quad (3)$$

Vi använder substitutionsmetoden och sätter in  $y = 21 + x$  i (2) och får

$$x(21 + x) = 1\,080$$

Vi utvecklar VL och löser sedan ekvationen med  $pq$ -formeln.

$$21x + x^2 = 1\,080$$

$$x^2 + 21x - 1\,080 = 1\,080 - 1\,080$$

$$x^2 + 21x - 1\,080 = 0$$

$$x = -\frac{21}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{21}{2}\right)^2 + 1\,080}$$

$$x = -10,5 \pm \sqrt{1\,190,25}$$

$$x = -10,5 \pm 34,5$$

$$x_1 = -10,5 - 34,5 = -45$$

$$x_2 = -10,5 + 34,5 = 24$$

Eftersom  $x$  skulle vara ett positivt tal kan lösningen  $x_1 = -45$  bortses. Alltså gäller  $\mathbf{x = 24}$ .

Insättning av  $x = 24$  i (3) ger

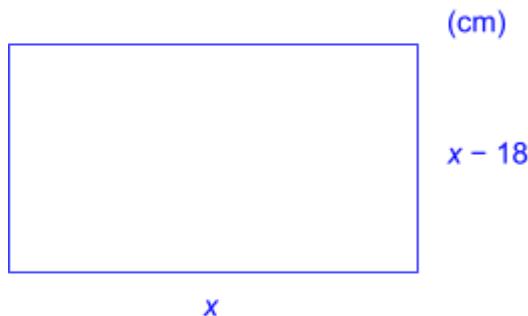
$$y = 21 + x = 21 + 24 = 45$$

Alltså gäller  $y = 45$ .

**Svar:** Talen är 21 och 45

Ex. En rektangel har arean  $1\ 215 \text{ cm}^2$ . Den ena sidan är 18 cm kortare än den andra. Vilken är rektangelns omkrets?

1. Vi ritar figur och inför variabler. Sidorna blir  $x \text{ cm}$  respektive  $(x - 18) \text{ cm}$ .



2. Omkretsen  $O$  är då

$$O = x + x + (x - 18) + (x - 18)$$

$$O = 4x - 36$$

Vi behöver hitta  $x$ . Vi utnyttjar arean!

$$x(x - 18) = 1\ 215$$

$$x^2 - 18x = 1\ 215$$

$$x^2 - 18x - 1\ 215 = 0$$

$$x = 9 \pm \sqrt{9^2 + 1\ 215}$$

$$x = 9 \pm \sqrt{1\ 296}$$

$$x = 9 \pm 36$$

$$x_1 = 9 - 36 = -27$$

$$x_2 = 9 + 36 = 45$$

En sträcka kan inte vara negativ så lösningen  $x = -27$  kan bortses. Alltså gäller  $x = 45 \text{ cm}$ .

Insättning av  $x = 45 \text{ cm}$  i formeln för omkretsen  $O = 4x - 36$  ger

$$O = 4 \cdot 45 - 36 = 180 - 36 = 144 \text{ cm}$$

**Svar:** 144 cm