

## Proportionalitet

Ett samband där förhållandet mellan variablerna är konstant kallas **proportionalitet**. En proportionalitet är ett specialfall av linjärt samband som kan beskrivas av formeln  $y = kx$  och där grafen alltid är en rät linje som går genom origo. Förhållandet  $k$  mellan  $y$  och  $x$  kallas **proportionalitetskonstant**.

Proportionaliteter uppstår t.ex. i linjära modeller där startvärdet är 0. Exempel: När du köper lösviktsgodis betalar du ett visst kilopris. Priset beror på vikten. Köper du 0 kg godis betalar du 0 kr (startvärdet är 0). Vi säger att "priset är proportionellt mot vikten".

Proportionalitetskonstanten  $k$  motsvarar kilopriset.

### Proportionalitet som formel

Alla proportionaliteter kan skrivas

$$y = kx$$

där  $k$  kallas proportionalitetskonstant.

### Proportionalitet som graf

Grafen till en proportionalitet går alltid genom origo.

Ur formeln följer att proportionalitetskonstanten kan beräknas

$$k = \frac{y}{x}$$

Ex. Fabian tankar sin moped med bensin för 20,00 kr/liter. Visa sambandet mellan kostnaden  $y$  kr och mängden bensin  $x$  liter han tankar med en

a) formel och ange proportionalitetskonstanten

b) värdetabell

c) graf.

a) Eftersom literpriset 20,00 kr ska multipliceras med varje liter  $x$  han tankar för att få kostnaden måste termen  $20,00x$  finnas med. Vi har inget startvärde/ingen startavgift eller liknande, så ingen konstantterm ska finnas med i formeln för kostnaden.

**Svar:**  $y = 20,00x$  och proportionalitetskonstanten är 20,00.

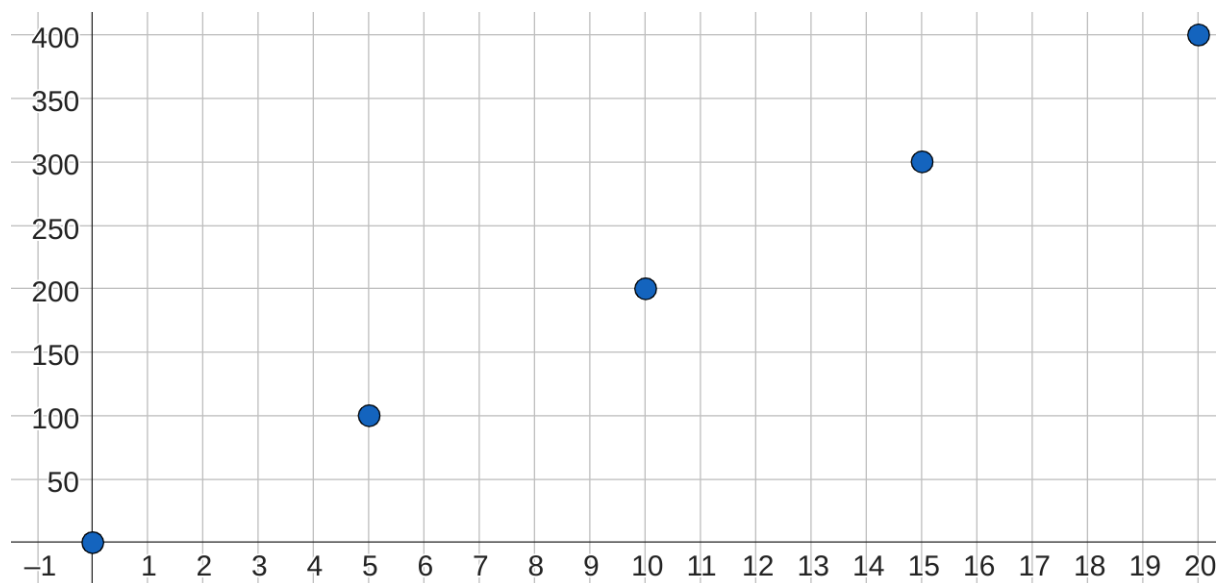
b) Utifrån formeln ovan kan vi göra en värdetabell. Vi gör en kolumn för antalet liter bensin  $x$  och en för motsvarande kostnad  $y$  och fyller i några värden.

| x (liter) | y (kr)                 |
|-----------|------------------------|
| 0         | $20,00 \cdot 0 = 0$    |
| 5         | $20,00 \cdot 5 = 100$  |
| 10        | $20,00 \cdot 10 = 200$ |
| 15        | $20,00 \cdot 15 = 300$ |
| 20        | $20,00 \cdot 20 = 400$ |

**Svar:**

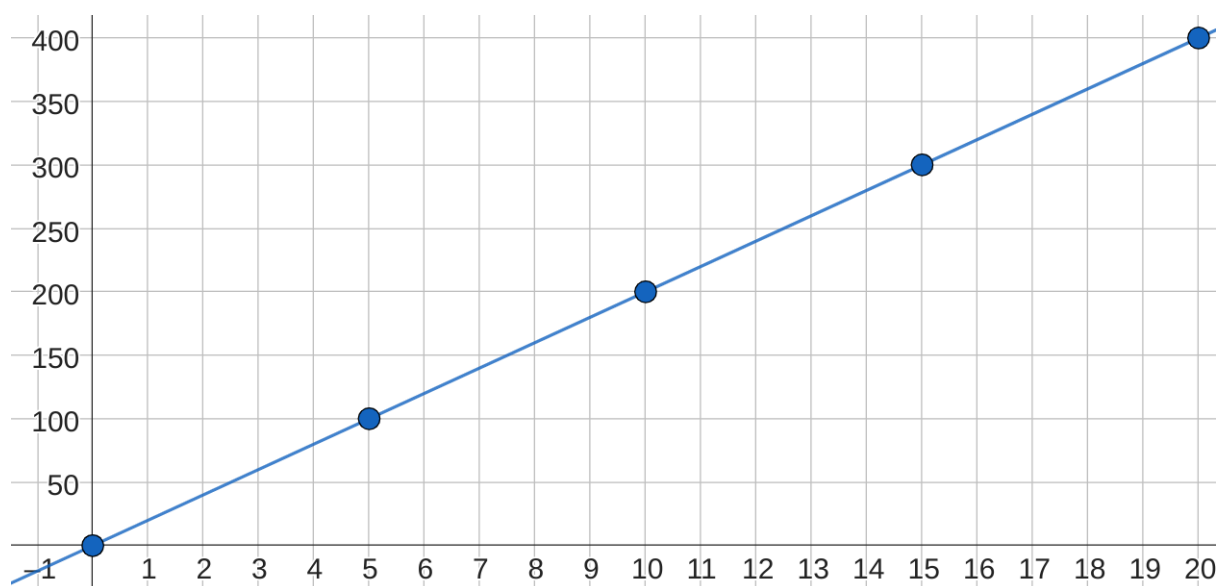
| x (liter) | y (kr) |
|-----------|--------|
| 0         | 0      |
| 5         | 100    |
| 10        | 200    |
| 15        | 300    |
| 20        | 400    |

c) Utifrån värdetabellen ovan kan vi rita upp en graf. Vi ritar upp ett koordinatsystem och prickar in motsvarande punkter (0, 0), (5, 100), (10, 200), (15, 300) och (20, 400). Vi behöver en x-axel som sträcker sig till 20 och en y-axel som sträcker sig till 400.



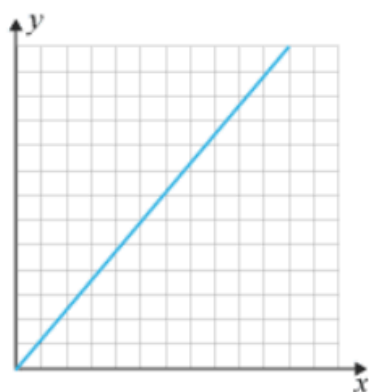
Därefter förbinder vi punkterna med en rät linje, vilket ger vår graf.

**Svar:**

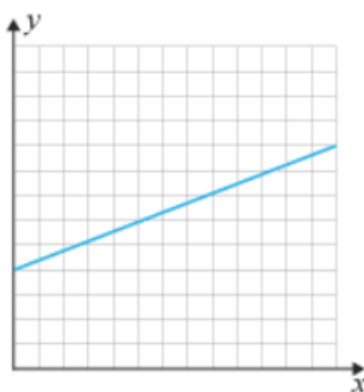


Ex. Vilken eller vilka av graferna nedan visar en proportionalitet?

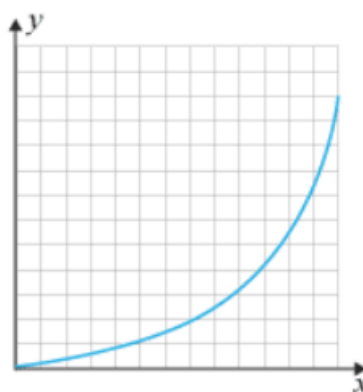
A



B



C



För att grafen ska motsvara en proportionalitet ska den vara en rät linje OCH gå genom origo. Graf B är en rät linje, men går inte genom origo och är därför inte en proportionalitet. Graf C går visserligen genom origo, men är inte en rät linje och därför inte en proportionalitet. Endast graf A uppfyller kriterierna för en proportionalitet.

**Svar: A**