Olikheter

När två led är lika har vi en ekvation (likhet) som skrivs med likhetstecken, =. När två led är olika har vi en **olikhet** som skrivs med olikhetstecken. Det finns flera olikhetstecken.

Olikhetstecken	
$<$	mindre än
$>$	större än
$\leq$	mindre än eller lika med
$\geq$	större än eller lika med

$3x - 4 = 2$ är en ekvation
$3x - 4 < 2$ är en olikhet

Tolkningen av olikhetstecknen gäller om vi läser från vänster till höger. Vi utläser alltså $3 < 5$ som "3 är mindre än 5".

En kom ihåg-regel är att olikhetstecknet "gapar åt" det större värdet. En annan är att man ser det som en pil som pekar på det mindre värdet. En tredje är att man ser det som en pil som säger om det vänstra värdet ligger till vänster om eller till höger om det högra värdet på tallinjen.

Lösa olikheter
Olikheter löses på samma sätt som ekvationer, men olikhetstecknet vänds vid division eller multiplikation med negativa tal. Olikheter av andra graden löser vi genom att undersöka gränsfallet (se exemplet nedan).

Undersökning – Olikhetstecknets vändning
Vi vet att $5 > 3$.

Om vi multiplicerar eller dividerar med ett negativt tal, t.ex. (-1), får vi
$5 \cdot (-1) > 3 \cdot (-1)$
$-5 > -3$

Men detta är ju falskt eftersom -5 är mindre än -3. Alltså måste olikhetstecknet vändas, dvs. $-5 < -3$, vid multiplikation och division med negativa tal.

Ex. Lös

a) $3x - 5 < 22$ b) $7(6 - x) \leq 105$ c) $\frac{6a}{5} > 3a - 18$ d) $x^2 < 9$ e) $x^2 > 9$

a) $3x - 5 < 22$

Vi adderar 5 till båda led.
$3x - 5 \mathbf{+ 5} < 22 \mathbf{+ 5}$

$3x < 27$

Vi dividerar båda led med 3.

$\frac{3x}{\mathbf{3}} < \frac{27}{\mathbf{3}}$

$x < 9$

Svar: $x < 9$

b) $7(6 - x) \leq 105$

$42 - 7x \leq 105$

Vi subtraherar 42 från båda led.

$42 - 7x \mathbf{- 42} \leq 105 \mathbf{- 42}$

$-7x \leq 63$

Vi dividerar med (-7) i båda led. Eftersom vi dividerar med ett negativt tal ska olikhetstecknet vändas.

$\frac{-7x}{\mathbf{-7}} \geq \frac{63}{\mathbf{-7}}$

$x \geq -9$

Svar: $x \geq -9$

c) $\frac{6a}{5} > 3a - 18$

Vi multiplicerar båda led med 5 (vilket motsvarar täljaren = kvoten $\cdot$ nämnaren).

$6a > 5(3a - 18)$

$6a > 15a - 90$

Vi har variabeltermer på båda sidor. Vi tar bort *a*-termen från VL och löser sedan som vanligt.

$6a - 6a > 15a - 90 - 6a$

$0 > 9a - 90$

$0 \mathbf{+ 90} > 9a - 90 \mathbf{+ 90}$

$90 > 9a$

$\frac{90}{\mathbf{9}} > \frac{9a}{\mathbf{9}}$

$10 > a$

När vi svarar med en olikhet vill vi som regel ha variabeln till vänster om olikhetstecknet. När vi nu vänder på "10" och "*a*" måste också olikhetstecknet vändas, dvs. $a < 10$.

Svar: $a < 10$

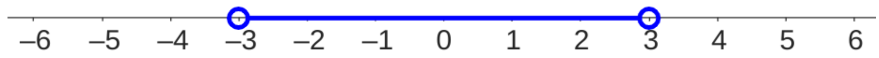
Ex. Lös

a) $x^2 < 9$ b) $x^2 > 9$

a) Att lösa olikheter av andra graden gör vi på ett annat sätt. Vi undersöker vad som gäller på gränsen av intervallet.

På gränsen av intervallet är $x^2 = 9$ där lösningen är $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$.

Vi ritar en tallinje och placerar punkter vid $x = -3$ och $x = 3$. För att $x^2 < 9$ gäller nu att x måste vara mellan -3 och 3, vilket vi kan åskådliggöra med en sträcka däremellan.



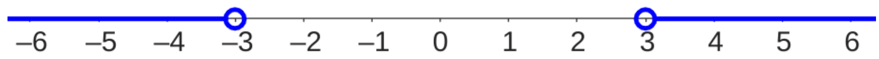
Detta intervall beskrivs av $-3 < x < 3$.

Svar: $-3 < x < 3$

b) $x^2 > 9$

Vi studerar gränsen av intervallet som återigen är $x^2 = 9$ där lösningen är $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$. På motsvarande sätt som i a-uppgiften placerar vi punkter vid $x = -3$ och $x = 3$.

För att $x^2 > 9$ gäller nu att x måste vara större än 3 eller mindre än -3, vilket kan åskådliggöras med strålarna nedan.



Dessa intervall beskrivs av $x < -3$ och $x > 3$.

Svar: $x < -3$ och $x > 3$.