Additionsmetoden

Att lösa ett ekvationssystem algebraiskt genom att addera ekvationer kallas **additionsmetoden**.

Lösa ekvationssystem med additionsmetoden
1. Modifiera en eller båda ekvationer så att samma variabelterm, fast med olika tecken, finns i båda ekvationer.
2. Addera dem ledvis för att eliminera ena variabeln och lös ut den ena variabeln.
3. Sätt in värdet på den ena variabeln i någon av de tidigare ekvationerna för att få värdet på den andra variabeln.

Ex. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} -2x + 5y = 6 \\ 4x - 5y = 12 \end{cases}$$

Vi ser att båda ekvationer innehåller samma term 5*y* med ett plustecken framför den ena och ett minustecken framför den andra. Vi adderar ekvationerna "ledvis" med additionsmetoden!

$$\begin{array}{l} \begin{cases} -2x + 5y = 6 & (1) \\ 4x - 5y = 12 & (2) \end{cases} \\ \hline \quad 2x + 0 = 18 \end{array}$$

$2x = 18$

$\frac{2x}{\mathbf{2}} = \frac{18}{\mathbf{2}}$

$x = 9$

Insättning av $x = 9$ i (1) ger

$-2 \cdot 9 + 5y = 6$

$-18 + 5y = 6$

$-18 + 5y \mathbf{+ 18} = 6 \mathbf{+ 18}$

$5y = 24$

$\frac{5y}{\mathbf{5}} = \frac{24}{\mathbf{5}}$

$y = \frac{24}{5} = 4{,}8$

Svar: $\begin{cases} x = 9 \\ y = 4{,}8 \end{cases}$

Ex. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 5x + 4y = 30 \\ 2x - 8y = -12 \end{cases}$$

Vi börjar med att skriva av ekvationssystemet och sätta etiketter.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 30 & (1) \\ 2x - 8y = -12 & (2) \end{cases}$$

Innan vi adderar ekvationerna så vill vi ha samma *x*- eller *y*-term i båda ekvationer, men med olika tecken framför. I den undre ekvationen har vi termen $-8y$. I den övre ekvationen har vi termen $+4y$. Om vi multiplicerar den övre ekvationen med 2 kommer termen att bli $+8y$ och *y*-termerna kommer att kunna elimineras med additionsmetoden. Vi multiplicerar den övre ekvationen med 2. Alla termer i ekvationen ska då multipliceras med 2.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 30 & \Big| \cdot 2 \\ 2x - 8y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + 8y = 60 \\ 2x - 8y = -12 \end{cases}$$

Nu adderar vi ekvationerna.

$$+\begin{cases} 10x + 8y = 60 \\ 2x - 8y = -12 \end{cases}$$
$$12x = 48$$

$$\frac{12x}{\mathbf{12}} = \frac{48}{\mathbf{12}}$$

$x = 4$

Insättning av $x = 4$ i t.ex. ekvation (1) ger

$5 \cdot 4 + 4y = 30$

$20 + 4y = 30$

$20 + 4y \mathbf{- 20} = 30 \mathbf{- 20}$

$4y = 10$

$$\frac{4y}{\mathbf{4}} = \frac{10}{\mathbf{4}}$$

$y = \frac{5}{2} = 2{,}5$

Svar: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2,5 \end{cases}$

Ex. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8 \\ 5x + 9y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8 & (1) \\ 5x + 9y = 3 & (2) \end{cases}$$

Här räcker det inte att multiplicera en av ekvationerna för att eliminera *x* eller *y*. Vi kan då multiplicera <u>båda</u> ekvationer. Om vi t.ex. vill eliminera *x*-termerna kan vi multiplicera ekvationerna med varandras koefficienter framför *x* och se till att de får olika tecken.

Vi multiplicerar den övre ekvationen med 5 (koefficienten framför *x* i den undre ekvationen) och den undre ekvationen med −2 (koefficienten framför *x* i den övre ekvationen med ombytt tecken). Det ger

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8 \\ 5x + 9y = 3 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot\ 5 \\ \cdot\ (-2) \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 10x + 35y = 40 \\ -10x - 18y = -6 \end{cases}$$

Vi adderar nu ekvationerna och fortsätter sedan som vanligt.

$$+\begin{cases} 10x + 35y = 40 \\ -10x - 18y = -6 \end{cases}$$
$$\overline{\quad 17y = 34 \quad}$$

$$\frac{17y}{\mathbf{17}} = \frac{34}{\mathbf{17}}$$

y = 2

y = 2 i ekvation (1) ger

2*x* + 7 · 2 = 8

2*x* + 14 = 8

2*x* + 14 **− 14** = 8 **− 14**

2*x* = −6

$$\frac{2x}{\mathbf{2}} = \frac{-6}{\mathbf{2}}$$

x = −3

Svar: $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$