Exponential- och potensekvationer

Potensekvationer

En ekvation där variabeln, oftast x, är i <u>basen</u> (“x upphöjt till något”) kallas **potensekvation**. Dessa kan lösas med två algebraiska metoder. Antingen med potenslagar eller med rotuttryck.

Lösa potensekvationer
Vi löser potensekvationen $x^7 = 860$.

Metod 1: Med potenslagar
$x^7 = 860$
$x = 860^{1/7}$
$x \approx 2{,}63$ (slås på räknaren)

Metod 2: Med rotuttryck
$x^7 = 860$
$x = \sqrt[7]{860}$
$x \approx 2{,}63$ (slås på räknaren)

OBS! Om exponenten är jämn får ekvationen två lösningar – en positiv och en negativ. Då ska ± placeras framför rottecknet/lösningen.

En potensfunktion i generell form skrivs $y = C \cdot x^a$.

Exponentialekvationer

En ekvation där variabeln, oftast x, är i <u>exponenten</u> (“något upphöjt till x”) kallas **exponentialekvation**. Dessa har vi ingen algebraisk metod för att lösa – än. Dessa löser vi då grafiskt, genom att rita upp båda led i ekvationen och ta fram skärningens x-koordinat.

En exponentialfunktion i generell form skrivs $y = C \cdot a^x$.

Tillämpningar
Vid tillämpningar där vi har en <u>exponentiell förändring</u>, t.ex. där något ändras med en viss procentsats per år, kan vi ställa upp en ekvation på formen

$y = C \cdot a^x$

där
y = värdet efter ett visst antal förändringar (ofta efter en viss tid)
C = ursprungliga värdet
a = förändringsfaktorn
x = antal förändringar (ofta tid)

Exempel 1. Du köper aktier för 12 000 kr.
a) 5 år senare säljer du dem för 27 000 kr. Hur stor genomsnittlig årlig ökning i procent motsvarar det?
b) Om ökningen fortsätter på samma sätt, hur lång tid efter inköpet är de värda 50 000 kr?

a) Vi ska beräkna en procentuell förändring, så vi ställer upp formeln
$y = C \cdot a^x$

där vi söker förändringsfaktorn *a*. Vi sätter in våra kända värden i ekvationen ovan.
y = 27 000 (värdet efter en viss tid), *C* = 12 000 (ursprungliga värdet) och *x* = 5 (tid).

$27\,000 = 12\,000 \cdot a^5$
$\frac{27\,000}{12\,000} = a^5$
$2{,}25 = a^5$
$a = 2{,}25^{1/5} = \sqrt[5]{2,25} = 1{,}1760\ldots \approx 1{,}176$

Förändringsfaktorn är alltså ungefär 1,176, vilket motsvarar en ökning med 17,6 %
(1 − 1,176 = 0,176 = 17,6 %)

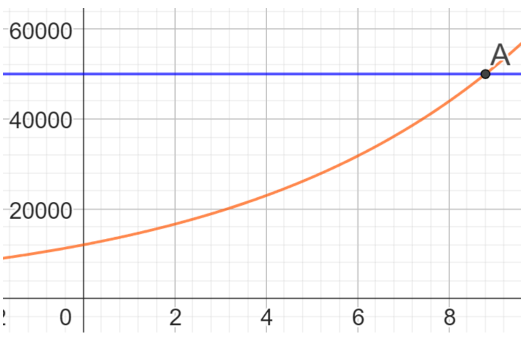
Svar: 17,6 %

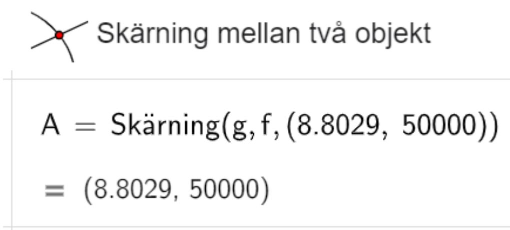
b) Vi ska beräkna efter hur lång tid aktierna har ett visst värde med samma procentuella förändring. Vi ställer återigen upp formeln
$y = C \cdot a^x$

där vi söker tiden *x*. Vi sätter in våra kända värden i ekvationen ovan. *y* = 50 000 (värdet efter en viss tid), *C* = 12 000 (ursprungliga värdet) och *a* = 1,176 (förändringsfaktorn).

$50\,000 = 12\,000 \cdot 1{,}176^x$

Detta är en exponentialekvation. Vi ritar *y* = 50 000 (uttrycket i vänster led) och
$y = 12\,000 \cdot 1{,}176^x$ (uttrycket i höger led) med ett grafritande hjälpmedel och tar fram skärningens *x*-koordinat.





Vi ser att skärningens *x*-koordinat är *x* ≈ 8,8.

Svar: Efter ca 9 år.