

Tillämpningar av logaritmer

Kom ihåg 1:

Modell vid exponentiell förändring

Vid tillämpningar där något förändras exponentiellt eller t.ex. med en viss procent varje år ställer vi upp en modell på formen

$$y = C \cdot a^x$$

där

y = nya värdet

C = startvärdet

a = förändringsfaktorn

x = antalet förändringar (ofta tid)

Kom ihåg 2:

Lösa exponentialekvationer med tredje logaritmlagen

1. Logaritmera båda led i ekvationen (sätt lg framför båda uttrycken).
2. Multiplicera ner exponenten, enligt tredje logaritmlagen och lös sedan som vanligt.

Ex. Du sätter in 10 000 kr på ett konto med årsräntan 2,3 %. Hur lång tid tar det tills du har över 12 000 kr på kontot?

Vi har något som växer procentuellt/exponentiellt, så vi ställer upp formeln

$$y = C \cdot a^x$$

I detta fall är

$y = 12\,000$ (nya värdet)

$C = 10\,000$ (startvärdet)

$a = 1,023$ (förändringsfaktorn som motsvarar en ökning med 2,3 %).

Insättning i formeln ovan ger

$$12\,000 = 10\,000 \cdot 1,023^x$$

Vi dividerar båda led med 10 000, logaritmerar och löser ekvationen.

$$\frac{12\,000}{10\,000} = \frac{10\,000 \cdot 1,023^x}{10\,000}$$

$$1,2 = 1,023^x$$

$$\lg 1,2 = \lg 1,023^x$$

$$\lg 1,2 = x \cdot \lg 1,023$$

$$\frac{\lg 1,2}{\lg 1,023} = \frac{x \cdot \lg 1,023}{\lg 1,023}$$

$$x = \frac{\lg 1,2}{\lg 1,023} \approx 8,02$$

Eftersom räntan betalas ut i slutet av varje år kommer inte beloppet att växa över 12 000 kr förrän efter 9 år.

Svar: Efter 9 år.