

## Sannolikhet – Introduktion – Tre sanna osannolikheter

Den 28 juli 1900 åkte Italiens kung Umberto I till en restaurang för middag. När ägaren, som heter Umberto, tog kungens order, märkte han att de såg väldigt lika ut. Så de tillbringade kvällen med att prata och upptäckte:

- De föddes båda den 14 mars 1844.
- De gifte sig båda kvinnor med namnet Margherita samma dag.
- Restaurangen öppnades samma dag som kungen kröntes.
- Nästa dag fick kungen veta att restaurangägaren hade dött i en mystisk skjutning samma morgon. När kungen pratade med en vän om det mördades kungen av en man i folkmassan.

- Napoleon och Hitler föddes med 129 års mellanrum.
- Napoleon och Hitler kom till makten med 129 års mellanrum.
- Napoleon och Hitler förklarade krig med Ryssland med 129 års mellanrum.
- Napoleon och Hitler besegrades med 129 års mellanrum.

Två tvillingpojkar separerades vid födseln. Deras adoptivfamiljer gav dem båda namnet James, de båda utbildade sig till poliser och gifte sig sedan med en kvinna som hette Linda. De hade båda pojkar, varav en hette James Alan och en som hette James Allan. De skilde sig från sina fruar Linda och gifte sig igen med kvinnor som hette Betty. De hade båda en hund som heter Toy.

Roy Cleveland Sullivan, född 7 februari 1912, död 28 september 1983, var en amerikansk skogsvaktare i Shenandoah nationalpark i Virginia. Han är den person som träffats flest gånger av blixten. Mellan 192 och 1977 träffades Sullivan av blixtar vid sju olika tillfällen och överlevde dem alla. Av denna anledning fick han smeknamnet "Den mänskliga blixtleddaren" (The Human Lightning Rod). Samtliga fall har bekräftats av läkare.

**Slutsats: Det är väldigt sannolikt att osannolika saker sker!**

## Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

Hur stor chans/risk att en händelse inträffar kallas **sannolikhet** och anges i decimal-, procent- eller bråkform. Resultatet av varje slumpförsök kallas **utfall**. Mängden av alla möjliga utfall kallas **utfallsrum**. De utfall som stämmer in på händelsen kallas **gynnsamma utfall**.

Sannolikheten för en händelse skrivs  $P(\text{händelse})$  ( $P$  från "probability" = sannolikhet)

Om sannolikheten för varje utfall är lika stor har vi en **likformig sannolikhetsfördelning** som beräknas med **den klassiska sannolikhetsdefinitionen**.

### Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

Sannolikheten vid likformig sannolikhetsfördelning är

$$P(\text{händelse}) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

Vid slantsingling har varje utfall samma sannolikhet. Det är lika stor chans att få en krona som att få en klave. Vid straffläggning i fotboll är sannolikheten för mål inte samma som sannolikheten för miss. Formeln ovan fungerar alltså för slantsingling, men inte för straffläggning.

Sannolikheten för en händelse anges i decimalform som ett tal mellan 0 och 1.

Sannolikheten = 0 betyder att händelsen är en omöjlighet. "Sannolikheten att slå en sju på en vanlig tärning är 0."

Sannolikheten = 1 betyder att händelsen garanterat kommer att inträffa. "Sannolikheten att dra upp en vit strumpa ur en låda med enbart vita strumpor är 1."

Ex. Vad är sannolikheten att

- a) få klave vid slantsingling?
- b) slå minst 5 med en (vanlig) tärning?
- c) dra ett klätt hjärter ur en kortlek?

a) Antalet gynnsamma utfall = 1 (klave). Antalet möjliga utfall = 2 (krona, klave).

$$P(\text{klave}) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50 \%$$

**Svar: 0,5**

b) Antalet gynnsamma utfall = 2 (5, 6). Antalet möjliga utfall = 6 (1, 2, 3, 4, 5, 6).

$$P(\text{minst } 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33 = 33 \%$$

**Svar:**  $\frac{1}{3}$  alternativt ca 33 % alternativt ca 0,33

c) Antalet gynnsamma utfall = 4 (♥ knekt, ♥ dam, ♥ kung, ♥ ess).

Antalet möjliga utfall = 52 (alla kort i kortleken)

$$P(\text{klätt hjärter}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0,077 = 7,7 \%$$

**Svar:**  $\frac{1}{13}$  alternativt ca 7,7 % alternativt ca 0,077

## Sannolikheter med två föremål

Uppgifter där vi använder oss av två föremål (kast med två tärningar, singla två mynt osv.) är oftast enklast att lösa genom att rita upp utfallsrummet (alla möjliga kombinationer).

Ex. Du kastar två tärningar. Vad är sannolikheten att få

a) minst summan 10

b) en summa större än 10?

a) Vi ritar upp utfallsrummet för summan av två tärningar och markerar alla gynnsamma utfall (de som ger summan 10, 11 eller 12).

tärning 2

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	2	3	4	5	6

tärning 1

Antalet gynnsamma utfall = 6. Antalet möjliga utfall = 36.

$$P(\text{minst } 10) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,17 = 17 \%$$

**Svar:**  $\frac{1}{6}$  alternativt ca 17 % alternativt ca 0,17

b) "En summa över 10" betyder att vi ska ha summan 11 eller 12 (inte 10, skilj på formuleringarna). Vi tittar på utfallsrummet ovan igen och tittar hur många utfall som ger 11 eller 12.

Antalet gynnsamma utfall = 3. Antalet möjliga utfall = 36.

$$P(\text{större än } 10) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,08 = 8 \%$$

**Svar:**  $\frac{1}{12}$  alternativt ca 8 % alternativt ca 0,08