Enkla andra- och tredjegradsekvationer

I en ekvation avgör variabeltermen med högst exponent ekvationens **grad**. En ekvation som innehåller en variabel där högsta exponenten är 2, t.ex. $x^2 + 7 = 11$, kallas **andragradsekvation**. En ekvation som innehåller en variabel med högsta graden 3, t.ex. $x^3 - 8 = 1$, kallas **tredjegradsekvation**. Andra- och tredjegradsekvationer som innehåller en enda variabelterm kallas **enkla andra- och tredjegradsekvationer**.

Lösa enkla andragradsekvationer
$x^2 = a$, där $a \geq 0$, har lösningarna
$x = \pm\sqrt{a}$
Om $a < 0$ saknas (reella) lösningar.

Lösa enkla tredjegradsekvationer
$x^3 = a$, för alla a, har lösningen
$x = \sqrt[3]{a}$

Ex. Lös

a) $x^2 = 64$ b) $x^2 = 10$ c) $x^2 = -9$ d) $x^3 = 343$

e) $x^3 = -27$ f) $3x^2 - 2{,}31 = 17{,}97$

a) $x^2 = 64$

$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$ **Svar:** $x = \pm 8$ alternativt $x_1 = 8$ och $x_2 = -8$

b) $x^2 = 10$

$x = \pm\sqrt{10}$

$\sqrt{10}$ är svår att beräkna med huvudräkning. Vi slår det på räknaren.

$x = \pm 3{,}162\ldots \approx \pm 3{,}16$

Svar: $x = \pm\sqrt{10}$ eller $x \approx \pm 3{,}16$

c) $x^2 = -9$

$x = \pm\sqrt{-9}$

Roten ur negativa tal saknar reella lösningar.

Svar: Saknar reella lösningar.

d) $x^3 = 343$

$x = \sqrt[3]{343} = 7$

Svar: $x = 7$

e) $x^3 = -27$
$x = \sqrt[3]{-27} = -3$

Svar: $x = -3$

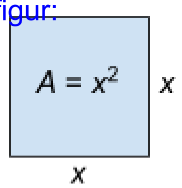
f) $3x^2 - 2{,}31 = 17{,}97$

Vi börjar med att lösa ut x^2. Därefter gör vi som vanligt.
$3x^2 - 2{,}31 \mathbf{+ 2{,}31} = 17{,}97 \mathbf{+ 2{,}31}$
$3x^2 = 20{,}28$
$\frac{3x^2}{\mathbf{3}} = \frac{20{,}28}{\mathbf{3}}$
$x^2 = 6{,}76$
$x = \pm\sqrt{6{,}76} = \pm 2{,}6$

Svar: $x = \pm 2{,}6$

Ex. Bestäm sidan hos en
a) kvadrat med arean 4 096 cm^2
b) kub med volymen 4 096 cm^3

a) Kvadratens area A ges av sidan · sidan. Vi kallar sidan x. Detta ger $A = x \cdot x = x^2$. Se figur:

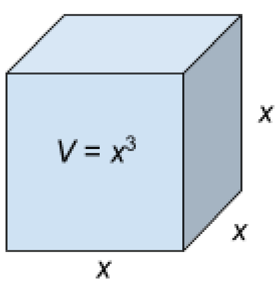


Vi vet att arean är 4 096 cm^2, vilket ger
$x^2 = 4\,096$
$x = \pm\sqrt{4\,096} = \pm 64$ cm

Eftersom en sida inte kan vara negativ, så bortser vi från den negativa lösningen.

Svar: 64 cm

b) Kubens volym V ges av sidan · sidan · sidan. Vi kallar sidan x. Detta ger $V = x \cdot x \cdot x = x^3$. Se figur:



Vi vet att volymen är 4 096 cm^3, vilket ger

$x^3 = 4\ 096$

$x = \sqrt[3]{4\ 096} = 16$ cm

Svar: 16 cm