

Ekvationer med nämnare

OBS! När vi har ekvationer med variabler, t.ex. x , i nämnaren får den inte anta ett värde som gör att nämnaren blir lika med 0 eftersom division med 0 inte är definierat. Innan vi löser sådana ekvationer skriver vi vilka värden på variabeln som inte är tillåtna.

Inte sällan är det nämnaren som gör en ekvation svår att lösa, så för att lösa ekvationer med nämnare är en nyckel att snabbt bli av med nämnarna. Att bli av med nämnarna går att göra på olika sätt, beroende på hur ekvationen ser ut. Det finns tre vanliga varianter.

1. En bråkterm i ena ledet, ingen bråkterm i andra ledet.

Metod: Täljaren är lika med produkten av kvoten och nämnaren.

Ex. Lös $\frac{130}{3x} = 5$

Vi har $3x$ i nämnaren, så $3x \neq 0$, vilket ger $x \neq 0$.

$$130 = 5 \cdot 3x$$

$$130 = 15x$$

$$\frac{130}{15} = \frac{15x}{15}$$

$$\frac{26}{3} = x$$

Svar: $x = \frac{26}{3}$

2. En bråkterm i ena ledet, en bråkterm i andra ledet

Metod: Korsvis multiplikation.

Ex. Lös $\frac{9}{2x} = \frac{3}{8}$

Vi har $2x$ i nämnaren så $2x \neq 0$, vilket ger $x \neq 0$.

$$\frac{9}{2x} = \frac{3}{8}$$

Vi multiplicerar "korsvis", dvs. vi multiplicerar täljaren i ena bråket med nämnaren i det andra bråket och vice versa. Ordningen spelar ingen roll!

$$\begin{array}{ccc} & 9 & 3 \\ & \frac{9}{2x} & = & \frac{3}{8} \\ & 2x & 8 \end{array}$$

$9 \cdot 8$ $3 \cdot 2x$

$$3 \cdot 2x = 9 \cdot 8$$

$$6x = 72$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{72}{6}$$

$$x = 12$$

Svar: $x = 12$

3. Tre eller fler bråktermer i en ekvation

Metod: Multiplicera båda led med MGN (minsta gemensamma nämnaren) eller skriv om båda led som ett bråk och använd korsvis multiplikation.

Ex. Lös $\frac{x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

Alternativ 1: Multiplicera med MGN (eller någon gemensam nämnare)

För att hitta MGN eller en gemensam nämnare kan man göra på lite olika sätt, men en variant är att du tittar på talen som står i nämnaren. Vi har 3, 4 och 6. Då tänker du: "Vilket är det minsta tal jag kan komma på som är delbart med 3, 4 och 6?". Svaret är 12. Då är 12 den minsta gemensamma nämnaren. (Du kanske såg att 3, 4 och 6 är delbart med 24 och då går det bra att multiplicera båda led med 24 också, huvudsaken är att vi hittar en gemensam nämnare.)

Vi multiplicerar båda led med MGN = 12.

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$

$$12\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) = 12 \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{12x}{3} + \frac{12 \cdot 1}{4} = \frac{12 \cdot 5}{6}$$

$$4x + 3 = 10$$

$$4x + 3 - 3 = 10 - 3$$

$$4x = 7$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{7}{4}$$

Svar: $x = \frac{7}{4}$

Alternativ 2: Skriv om båda led som ett bråk och sedan använda korsvis multiplikation

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$

Vi förlänger bråken i VL med varandras nämnare för att göra dem liknämiga.

$$\frac{x \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4x}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4x + 3}{12} = \frac{5}{6}$$

Nu använder vi korsvis multiplikation.

$$6(4x + 3) = 12 \cdot 5$$

$$24x + 18 = 60$$

$$24x + 18 - 18 = 60 - 18$$

$$24x = 42$$

$$\frac{24x}{24} = \frac{42}{24}$$

$$x = \frac{42}{24} = \frac{42/2}{24/2} = \frac{21}{12} = \frac{21/3}{12/3} = \frac{7}{4}$$

Svar: $x = \frac{7}{4}$

Ex. Lös $\frac{5}{3x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$

Vi har 3x och 2x i nämnarna, vilka båda ger att $x \neq 0$.

Det här är en variant med tre bråk, så vi löser den genom att multiplicera båda led med MGN. Lägg märke till att MGN även ska vara delbart med x, eftersom x finns med i nämnarna. Så MGN = 6x.

När vi multiplicerar med MGN = 6x kan vi direkt göra det genom att multiplicera varje täljare med 6x, så går lösningen snabbare.

$$\frac{6x \cdot 5}{3x} - \frac{6x \cdot 1}{2x} = \frac{6x \cdot 1}{6}$$

$$2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = x \cdot 1$$

$$10 - 3 = x$$

$$7 = x$$

Svar: $x = 7$

Ex. Lös $\frac{5x - 35}{x - 7} = 4$

Vi har $(x - 7)$ i nämnaren, så $x \neq 7$.

$$5x - 35 = 4(x - 7)$$

$$5x - 35 = 4x - 28$$

$$5x - 35 - 4x = 4x - 28 - 4x$$

$$x - 35 = -28$$

$$x - 35 + 35 = -28 + 35$$

$$x = 7$$

Men $x \neq 7$, så ekvationen saknar lösning.

Svar: Saknar lösning.