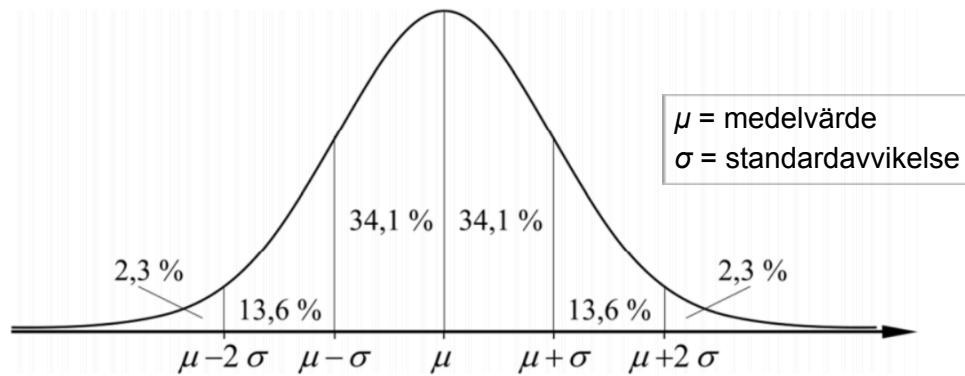


## Normalfördelning

Mycket statistiskt material fördelas jämnt kring medelvärdet. En sådan fördelning kallas **normalfördelning**. I ett normalfördelat material fördelas värdena med samma procentsatser inom vissa givna intervall som bygger på medelvärdet och standardavvikelsen, enligt nedanstående normalfördelningskurva:

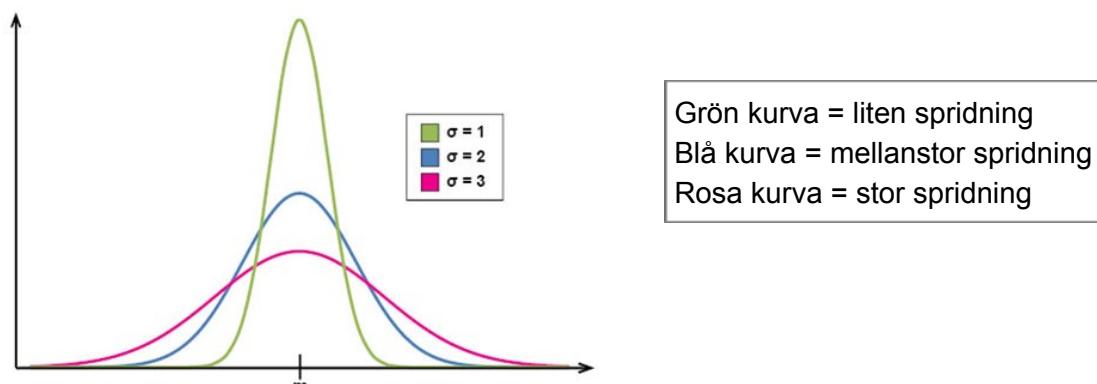


Om man ska bestämma andelar som inte ligger vid jämna standardavvikeler får man ta hjälp av digitala verktyg, t.ex. Geogebra.

För att beräkna procentsatser vid normalfördelningar i Geogebra klickar vi på knappen "Växla till sannolikhetskalkylator" , fyller i medelvärde ( $\mu$ ) och standardavvikelse ( $\sigma$ ), klickar på den knapp som motsvarar det intervallet vi är intresserade av och fyller i värdena.

Knapp	Betydelse	Exempelformulering
	Öppet åt vänster	"Hur många procent är mindre än $x$ ?"
	Intervall	"Hur många procent ligger mellan $x$ och $y$ ?"
	Intervallkomplement	"Hur många procent är mindre än $x$ , men större än $y$ ?"
	Öppet åt höger	"Hur många procent är större än $x$ ?"

Hur hög normalfördelningskurvan blir beror på spridningen. Vid liten spridning ligger värdena samlade och kurvan blir högre och smalare. Vid stor spridning ligger värdena mer utspridda och kurvan blir lägre och bredare.

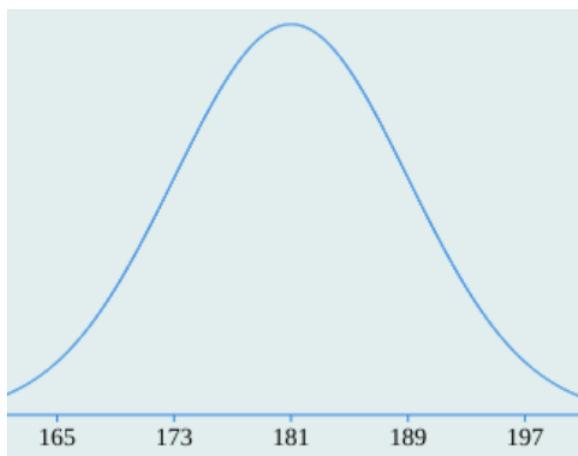


**Ex. 1** Anta att längden hos vuxna män är normalfördelad med medellängden 181 cm och standardavvikelsen 8 cm. Hur stor andel är

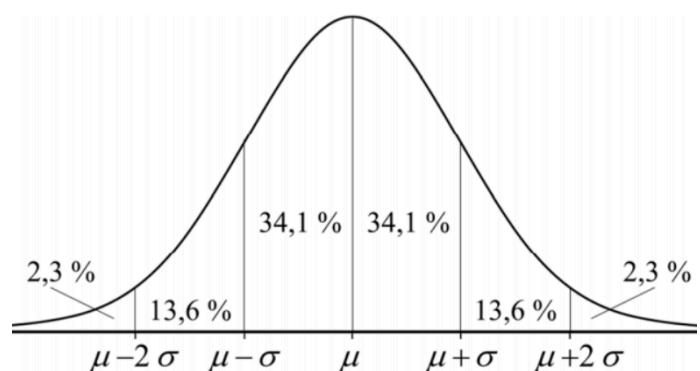
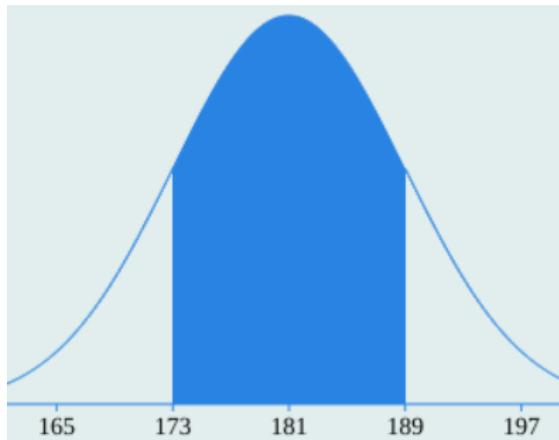
- a) mellan 173 cm och 189 cm?
- b) längre än 197 cm?

a) Vi ritar en normalfördelningskurva och fyller i värdena. Rakt under toppen skriver vi in medelvärdet 181. I nästa steg åt höger skriver vi in "medelvärdet + en standardavvikelse", alltså  $181 + 8 = 189$ . Ytterligare ett steg åt höger skriver vi in "medelvärdet + två standardavvikeler", alltså  $181 + 8 + 8 = 197$ .

Ett steg åt vänster från medelvärdet skriver vi in "medelvärdet - en standardavvikelse" =  $181 - 8 = 173$ . Och till sist, vid ytterligare ett steg åt vänster skriver vi in "medelvärdet - två standardavvikeler" =  $181 - 8 - 8 = 165$ . Vi får nedanstående kurva:



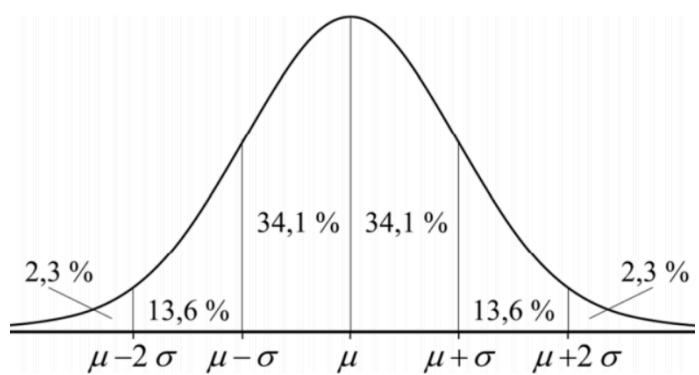
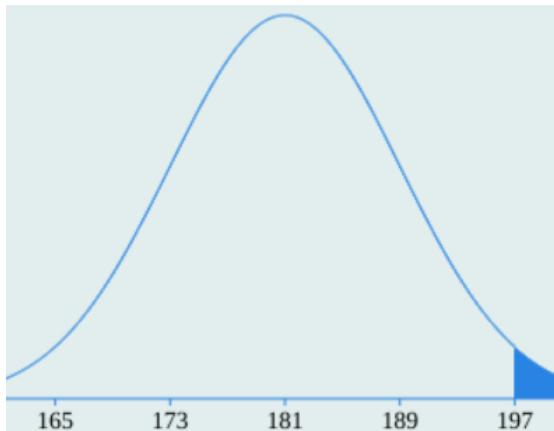
Vi markerar området mellan 173 cm och 189 cm och jämför med normalfördelningskurvan.



Vi ser då att mellan 173 cm och 181 cm ligger 34,1 %. Mellan 181 cm och 189 cm ligger också 34,1 %. Mellan 173 cm och 189 cm ligger alltså  $34,1\% + 34,1\% = 68,2\%$ .

**Svar:** 68,2 %

b) Vi markerar området över 197 cm och jämför med normalfördelningskurvan.



Vi ser då att 2,3 % ligger över 197 cm.

**Svar:** 2,3 %

**Ex. 2** Vuxna kvinnor har medellängden 165,5 cm med standardavvikelsen 6,15 cm. Hur

a) stor andel av kvinnorna är mellan 160 och 170 cm?

b) lång ska en kvinna vara för att vara längre än 99 % av alla kvinnor?

a) Vi löser uppgiften med Geogebra.

1. Klicka på knappen "Växla till sannolikhetskalkylator" i menyraden överst.

2. Vi skriver in medelvärdet 165,5 vid  $\mu$  och standardavvikelsen 6,15 vid  $\sigma$ .

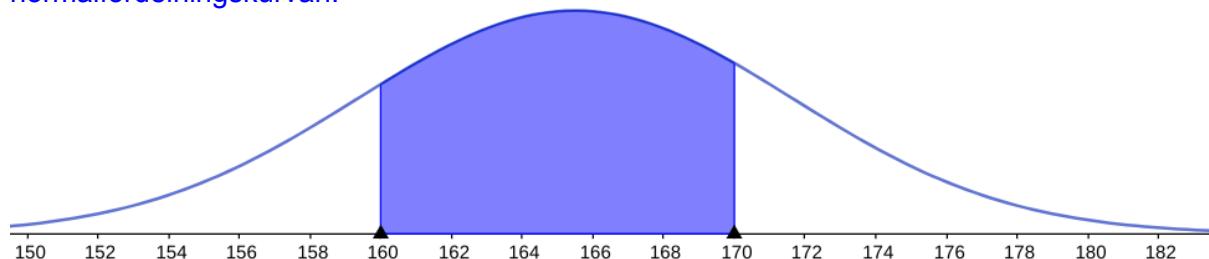
$$\mu \quad 165.5 \quad \sigma \quad 6.15$$

OBS! Tänk på att decimaltal skrivas med punkt i stället för komma.  $165,5 \rightarrow 165.5$

3. Vi har nu ett "slutet interval" mellan 160 till 170 cm som vi skriver in i fälten.

$$P( \quad 160 \quad \leq X \leq \quad 170 \quad ) = \quad 0.582248$$

Vi ser att andelen är ca  $0,58 = 58\%$ , samtidigt som området markeras i normalfördelningskurvan.



Lämplig redovisning:

" $\mu = 165,5$  och  $\sigma = 6,15$  i GG [Geogebra] med intervallet  $160 \leq x \leq 170$  ger 58 %."

**Svar:** 58 %

b) Vi löser uppgiften med Geogebra. Vi skriver in medelvärde och standardavvikelse precis som i a-uppgiften. Vi vill ta reda på vilken längd 99 % är MINDRE än. Då har vi ett så kallat "halvöppet interval" som ska vara mindre än ett visst värde. Vi klickar då på knappen .

Vilket värdet är vet vi inte, men vi vill att andelen ska vara 99 % = 0,99. Vi skriver in 0,99 i fältet för andel.

$$P( X \leq 179.807039 ) = 0.99$$

Vi ser att längden där detta gäller är ca 180 cm.

Lämplig redovisning:

" $\mu = 165,5$  och  $\sigma = 6,15$  i GG [Geogebra] med andelen 0,99 som undre gräns ger 180 cm."

**Svar:** 180 cm