

## ZESTAW 1 (grafy wprowadzenie)

### Zad 1

Narysować graf prosty  $(V, E)$  gdzie  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ ,  $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}, \{v_2, v_5\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_5\}\} = \{e_{12}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{34}, e_{45}\}$ . Jaki jest rząd, a jaki rozmiar grafu? Określić stopnie wierzchołków. Wskazać wierzchołki izolowane oraz liście. Wskazać sąsiedztwo wierzchołków  $v_2$  oraz  $v_3$ .

Zaproponować po dwie modyfikacje powyższego grafu tak aby utworzyć:

- a) multigrafy,
- b) pseudografy,
- c) digrafy (grafy skierowane)

### Zad 2

A) Narysować graf prosty  $(V, E)$  gdzie  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ,  $E = \{\{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_6\}, \{v_4, v_7\}\} = \{e_{13}, e_{23}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{47}\}$ . Jaki jest rząd, a jaki rozmiar grafu? Określić stopnie wierzchołków. Wskazać wierzchołki izolowane oraz liście. Wskazać sąsiedztwo wierzchołków  $v_2$  oraz  $v_3$ .

Zaproponować po dwie modyfikacje powyższego grafu tak aby utworzyć:

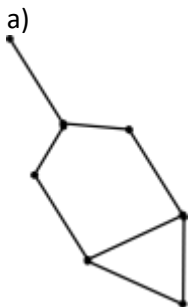
- a) multigrafy,
- b) pseudografy,
- c) digrafy (grafy skierowane)

B) Narysować graf  $(V, A)$  gdzie  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$ ,  $A = \{(v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3, v_6), (v_6, v_1), (v_4, v_7), (v_7, v_3)\}$

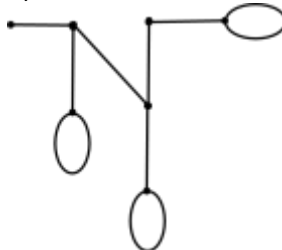
### Zad 3

Podać zbiory  $V$  oraz  $E$  (lub  $A$ ) dla grafów przedstawionych na rysunkach. Opisać te grafy. Podać rzędy oraz rozmiary grafów.

a)



b)



c)



### Zad 4

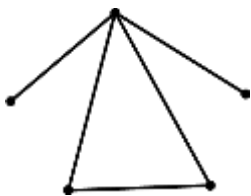
Narysować graf 2-regularny oraz 4 – regularny o pięciu wierzchołkach.

### Zad. 5

Narysować oraz nazwać grafy  $K_6$ ,  $K_{2,3}$ ,  $P_6$  i  $C_6$ .

### Zad. 6

Narysować dopełnienie grafu:



#### Zad 7

Pokazać, że w grafie prostym liczba wierzchołków stopnia nieparzystego jest parzysta.

#### Zad 8

Ile można utworzyć grafów prostych o  $n$  wierzchołkach?

#### Zad 9

Mamy graf prosty o 2 wierzchołkach stopnia 2, 4 wierzchołkach stopnia 3 oraz 5 wierzchołkach stopnia 4. Ile krawędzi ma graf?

#### Zad 10

Czy ciąg liczb  $(7, 3, 2, 2, 1)$  może być ciągiem graficznym tj. czy może stanowić ciąg stopni wierzchołków grafu prostego?

#### Zad 11

Mamy graf prosty o 17 krawędziach, który ma po 3 wierzchołki stopnia 1, 2 i 3. Pozostałe wierzchołki są stopnia 4. Ile wierzchołków ma graf?

#### Zad 12

Czy istnieje graf prosty o wierzchołkach

- a)  $(6, 4, 3, 2, 1)$ ,
- b)  $(8, 6, 5, 5, 3, 3, 2)$ ?

#### Zad 13

Posługując się algorytmem Havla – Hakiego stwierdzić, czy ciąg liczb

- a)  $(4, 4, 3, 2, 2, 1)$ ,
- b)  $(5, 4, 4, 3, 2, 1)$ ,
- c)  $(7, 4, 4, 3, 2, 2, 2, 1, 1)$ ,
- d)  $(5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1)$ ,

jest ciągiem graficznym? Jeśli tak to skonstruować graf.

#### Zad. 14

Pokazać, że w grafie prostym dwudzielnym kwadrat liczby wierzchołków jest większy bądź równy czterokrotnej liczbie krawędzi?

#### Zad. 15

Narysuj turniej rzędu 4.