

# Projet 8 : Modèle Proie/Prédateur Programmation R (ISV51)

L3 Bio-Info (Université d'Evry - Paris-Saclay)

Astrid WINKLER 20180110

Louise Weber 20184383

Lucie GOMES 20180415

Jeudi 17 décembre 2020

## Introduction

I. Simulation du système d'équation

II. Ajout d'un aléa à la simulation

Conclusion

# Introduction

# Relation Proie - Prédateur

Représente l'interaction dynamique entre les populations de proies et de prédateurs pendant de longues périodes. Cette relation:

- ▶ permet des avancées scientifiques
- ▶ permet de prédire des estimations de densité de populations d'animaux à un moment donné
- ▶ est modélisée par des équations différentielles, les équations de Lotka Volterra

# Equations de Lokta Volterra

$$\left\{ \frac{dx(t)}{dt} = x(t) \times (\alpha - \beta \times y(t)) \right.$$

$$\left. \frac{dy(t)}{dt} = y(t) \times (\delta \times x(t) - \gamma) \right\}$$

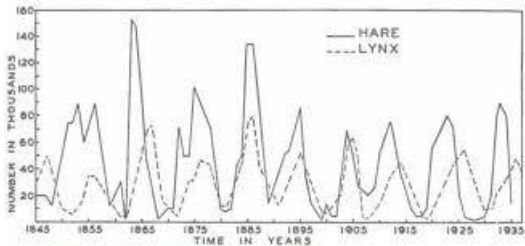
Avec :

- ▶  $t$  -> temps
- ▶  $x(t)$  -> effectif des proies en fonction du temps
- ▶  $y(t)$  -> effectif des prédateurs en fonction du temps
- ▶  $\alpha$  -> taux de reproduction des proies (constante)
- ▶  $\beta$  -> taux de mortalité des proies dû aux prédateurs rencontrés
- ▶  $\delta$  -> taux reproduction des prédateurs en fonction des proies rencontrées et mangées
- ▶  $\gamma$  -> taux de mortalité des prédateurs (constant)

## Observation

Voici l'évolution des populations de lynx et de lièvre observé au Canada:

Evolution des populations de lynx et de lièvres sur 90 ans



- ▶ fluctuations périodiques
- ▶ corrélation entre les fluctuations des deux populations

## Un système simpliste

Nous observerons par la suite que nous n'obtenons pas exactement les mêmes courbes que les observations expérimentales car le système est simplifié et ne prend pas en compte beaucoup de paramètres biologiques.

Quelques exemples :

- 1) l'âge des proies (faculté de reproduction, capacité à échapper aux prédateurs, etc. . . )
- 2) la probabilité de rencontre de deux individus de sexes opposés (alors que souvent grand territoire)
- 3) Proie et prédateur exclusifs

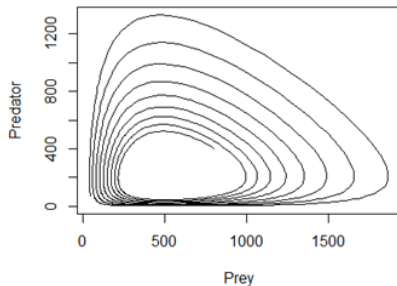
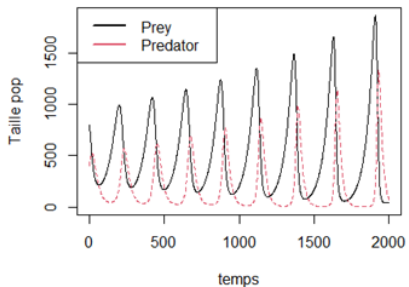
## I. Simulation du système d'équation



## A] Modèle d'Euler

```
methodEuler<-function(z,a,b,c,d,h,n){  
  Z<-data.frame(t=0)  
  Z<-cbind(Z,z)  
  for(i in 1:n){  
    prey<-Z$prey[i]  
    pred<-Z$pred[i]  
    if(prey<1 || pred<1){  
      return (Z)  
    }  
    res<-modelLV(data.frame(prey=prey,pred=pred),  
                  a,b,c,d)  
    new_prey<-prey+res$xdh  
    new_pred<-pred+res$ydh  
    Z<-rbind(Z,data.frame(t=i,prey=new_prey,  
                           pred=new_pred))  
  }  
  return(Z)  
}
```

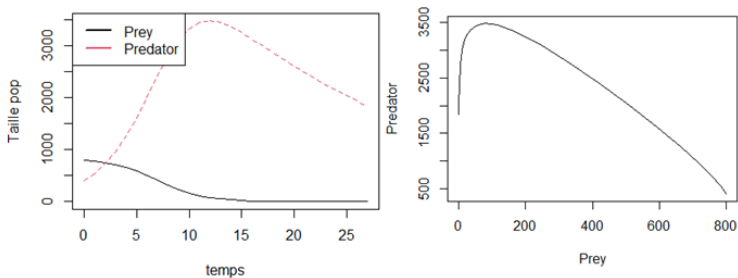
Ici on part avec les populations initiales de 800 proies et 400 prédateurs.



Le modèle n'est pas périodique.

# Limites du modèle d'Euler

Une modification même minime des constantes ( $c=0.005$  au lieu de  $c=0.001$ ) peut décimer une population extrêmement rapidement.



On recherche donc un modèle plus stable présentant une réelle périodicité.

## B] Modèle de Runge-Kutta

```
methodRK4<-function(z,a,b,c,d,h,n){  
  Z<-data.frame(t=0)  
  Z<-cbind(Z,z)  
  for(i in 1:n){  
    if(Z$prey[i]<1||Z$pred[i]<1){return (Z)}  
    res<-data.frame(pre=Z$prey[i],pred=Z$pred[i])  
    k1<-modelLV(res,a,b,c,d)  
  
    res<-data.frame(pre=Z$prey[i]+h/2*k1[[1]],  
                    pred=Z$pred[i]+h/2*k1[[2]])  
    k2<-modelLV(res,a,b,c,d)  
  
    res<-data.frame(pre=Z$prey[i]+h/2*k2[[1]],  
                    pred=Z$pred[i]+h/2*k2[[2]])  
    k3<-modelLV(res,a,b,c,d)
```

```
res<-data.frame(preY=Z$preY[i]+h*k3[[1]],  
                pred=Z$pred[i]+h*k3[[2]])  
k4<-modelLV(res,a,b,c,d)
```

```
preY<-Z$preY[i]+ h/6*(k1[[1]]+2*k2[[1]]+2*k3[[1]]  
                    +k4[[1]])
```

```
pred<-Z$pred[i]+ h/6*(k1[[2]]+2*k2[[2]]+2*k3[[2]]  
                    +k4[[2]])
```

```
Z<-rbind(Z,data.frame(t=i,preY=preY,pred=pred))
```

```
}
```

```
return (Z)
```

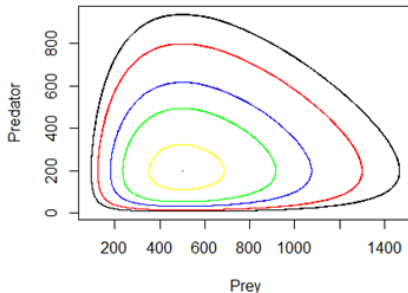
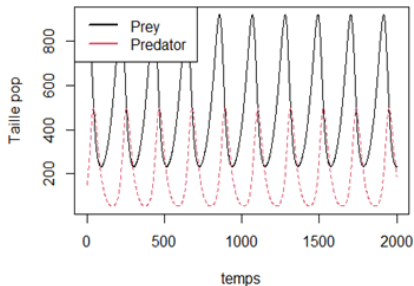
```
}
```

## Résultats de simulation

Calcul plus précis de la population au temps d'après par découpage de l'intervalle de temps (calculs intermédiaires des  $k_1, k_2, k_3, k_4$ )

On obtient un modèle stable et périodique.

Simulations avec la méthode Runge-Kutta



## II. Ajout d'un aléa à la simulation

## Quel est le but ?

Jusqu'à maintenant, nous avons supposé que la seule cause de mortalité des proies étaient leurs prédateurs or il existe d'autres causes comme:

- ▶ Impact de l'homme (pollution, braconnage)
- ▶ Epidémie
- ▶ Choc environnemental (inondation, sécheresse)
- ▶ Autres. . .

Cela permet aux scientifiques de simuler des chutes brutales de populations dont la cause n'est pas les prédateurs



# Variable aléatoire

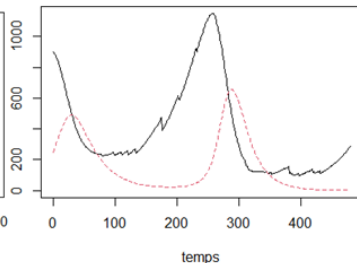
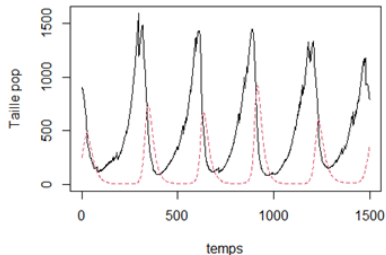
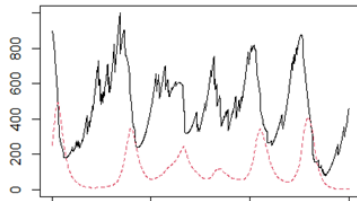
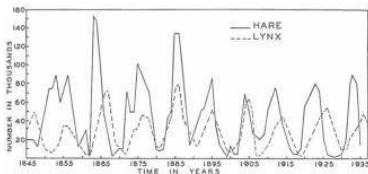
Création d'une fonction simulant ce choc aléatoire

```
calculChoc<-function(nExp,r,nNorm,SD){  
  choc<-0  
  myT<- rexp(nExp, rate=r)  
  if(myT>(1/r)*2+1){  
    choc<-abs(rnorm(n=nNorm,sd=SD))  
  }  
  return (choc)  
}
```

# Résultats après ajout de la variable aléatoire

Différents résultats possibles pour des valeurs initiales identiques dûs au caractère aléatoire de la variable.

## Simulations de la méthode Runge-Kutta avec chocs



## Conclusion

# Conclusion

- ▶ Utilisation de différentes analyses numériques pour gagner en précision
- ▶ Critiques sur le modèle initial avec des hypothèses fortes et peu réalistes
- ▶ Il existe d'autres modèles plus réalistes de les équations de Lotka Volterra présentées : celles avec croissances logistique ou encore le modèle de Rosenzweig-MacArthur

# Bibliographie

[http://ciim.usf.edu/conferences/StepUp2012/posters/STEP\\_Up\\_2012\\_-\\_Hussein\\_Shaza.pdf](http://ciim.usf.edu/conferences/StepUp2012/posters/STEP_Up_2012_-_Hussein_Shaza.pdf)

<https://www.mathemathieu.fr/component/attachments/download/456>

<https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~dpiu/mat127/chapitre5.pdf>

[https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/irem/proies\\_predateurs.pdf](https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/irem/proies_predateurs.pdf)

<https://perso.univ-rennes1.fr/guy.casale/enseignement/LotkaVolterra.pdf>

<https://w3.ens-rennes.fr/math/people/gregory.vial/files/cplts/volterra.pdf>

[https://zone.biblio.laurentian.ca/bitstream/10219/2795/1/Draper\\_Paul\\_MSc\\_Thesis.pdf](https://zone.biblio.laurentian.ca/bitstream/10219/2795/1/Draper_Paul_MSc_Thesis.pdf)

<http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/p6489.pdf>

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes\\_de\\_Runge-Kutta#La\\_m%C3%A9thode\\_de\\_Runge-Kutta\\_classique\\_d'ordre\\_quatre\\_\(RK4\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thodes_de_Runge-Kutta#La_m%C3%A9thode_de_Runge-Kutta_classique_d'ordre_quatre_(RK4))