UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS

"ESPE"

INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES

CALCULO VECTORIAL

Deber 1: actividad 1

Nombre:

Gómez Coro Erick Rafael.

NRC: 4322

Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE"

Nombre Erick Rafael Gómez Coro — Carrera Telecomunicaciones

NRC 4322. — Profesor Ing. Cesar Coba.

Actividad de Aprendizaje

Ejercicios 11.3.

Determinar si u y v son ortonormales, paralelos, o ninguna de los dos.

24. $u = -2i + 3j - k \;=\; u = \langle -2, +3, -1 \rangle$
$v = 2i + j - k \;=\; v = \langle 2, 1, -1 \rangle$

$\therefore$ 1) $\vec{U} \cdot \vec{V} = 0 \to$ ortogonal

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \langle -2, 3, -1 \rangle \cdot \langle 2, 1, -1 \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \langle -2(2) + 3(1) + (-1)(-1) \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = (-4 + 3 + 1)$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

$\therefore$ si es ortogonal

$\vec{U} = c\vec{V}$

$\langle -2, 3 -1 \rangle = c \langle 2, 1 -1 \rangle$

$\langle -2, 3 -1 \rangle = 2c, c, -c$

$-2 = 2c \;=\; c = -1$
$3 = c \;=\; c = 3$
$-1 = -c \;=\; c = 1$

No es paralelo.

25. $u = \langle 2, -3, 1 \rangle$
$v = \langle -1, -1, -1 \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \langle 2, -3, 1 \rangle \cdot \langle -1, -1, -1 \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = 2(-1) + (-3)(-1) + 1(-1)$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = -2 + 3 - 1$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

$\therefore$ si es ortogonal

$\vec{U} = c\vec{V}$

$\langle 2, -3, 1 \rangle = c \langle -1, -1, -1 \rangle$

$\langle 2, -3, 1 \rangle = -c, -c, -c$

$2 = -c \to c = -2$
$-3 = -c \to c = 3$
$1 = -c \to c = -1$

$\therefore$ No es paralelo

26. $U = \langle \cos\theta, \operatorname{sen}\theta, -1 \rangle$
$V = \langle \operatorname{sen}\theta, -\cos\theta, 0 \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \langle \cos\theta, \operatorname{sen}\theta, -1 \rangle \cdot \langle \operatorname{sen}\theta, -\cos\theta, 0 \rangle$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \cos\theta \operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}\theta(-\cos\theta) + (-1)(0)$

$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

$\therefore$ Es Ortogonal,,

$\vec{U} = c\vec{V}$

$\langle \cos\theta, \operatorname{sen}\theta, -1 \rangle = c \langle \operatorname{sen}\theta, -\cos\theta, 0 \rangle$

$\langle \cos\theta, \operatorname{sen}\theta, -1 \rangle = \langle c \operatorname{sen}\theta, -c\cos\theta, 0 \rangle$

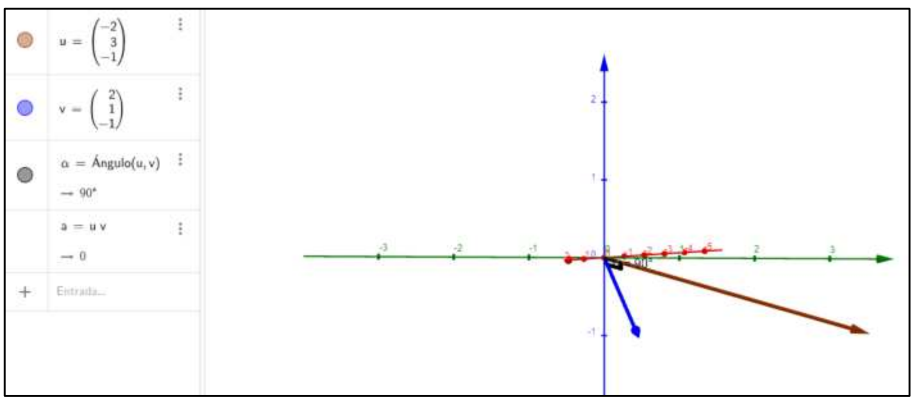
$\cos\theta = c \operatorname{sen}\theta \rightarrow c = \dfrac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$

$\operatorname{sen}\theta = -c\cos\theta \rightarrow c = \dfrac{-\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$

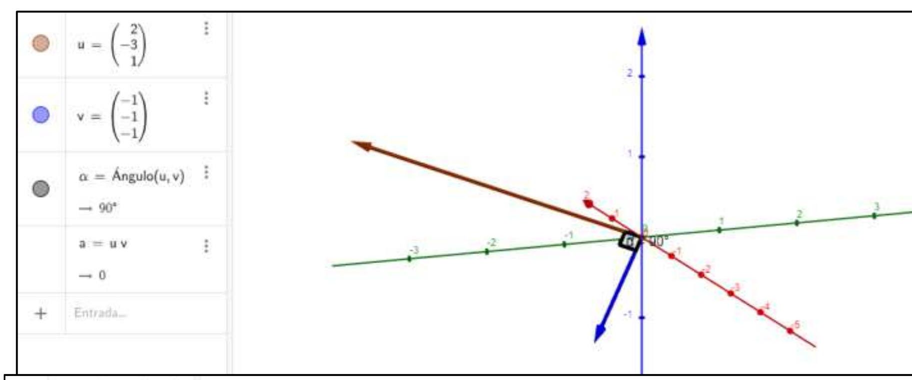
$-1 = 0 \rightarrow 0 = -1$

$\therefore$ No es Paralelo,,

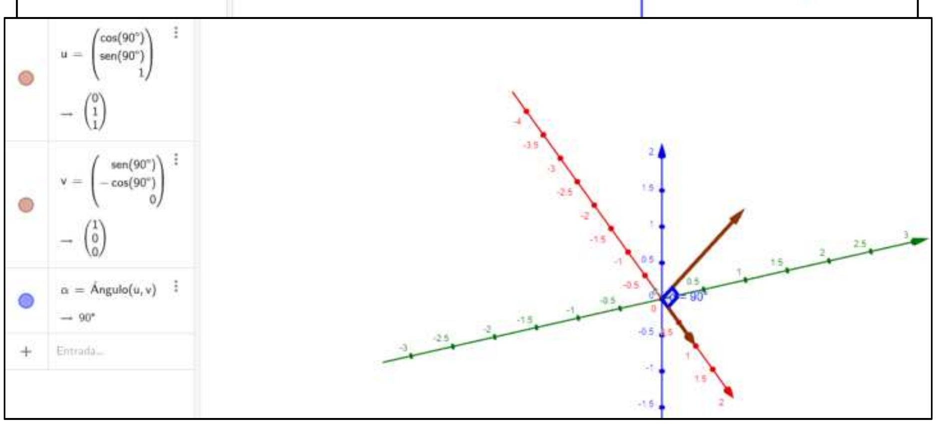
1)



2)



3)



29. Se dan los vértices de un triángulo. Determinar si el triángulo es agudo, obtuso, recto. Explicar el razonamiento.

$\vec{CB} = \langle 0, 1{,}5, 0\rangle$

$P = (2,0,1), (0,1,2), (-0{,}5, 1{,}5), 0)$

$\vec{CA} = \langle -1, 1{,}5, 0\rangle$

$A = (2,0,1)$
$B = (0,1,2)$
$C = (-0{,}5, 1{,}5, 0)$

$\vec{AB} = \langle 0-2, 1-0, 2-1\rangle =$
$\vec{AB} = \langle -2, 1, 1\rangle$

$\vec{AC} = \langle -0{,}5-2, 1{,}5-0, 0-1$
$\vec{AC} = \langle -2{,}5, 1{,}5, -1\rangle$

$\vec{BC} = \langle -0{,}5-0, 1{,}5-1, 0-2\rangle$
$\vec{BC} = \langle -0{,}5, 0{,}5, -2$

$\vec{BA} = \langle 2-0, 0-1, 1-2\rangle$
$BA = \langle 2, -1, -1\rangle$

Determinamos los angulos del triángulo

1) $\theta = \cos^{-1} \dfrac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\|}$

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle -2, 1, 1\rangle \cdot \langle -2{,}5, 1{,}5, -1\rangle$
$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle -2(-2{,}5) + 1(1{,}5) + 1(-1)$
$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle 5 + 1{,}5 - 1\rangle$
$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 5{,}5$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (1)^2}$
$\|\vec{AB}\| = \sqrt{4 + 1 + 1}$
$\|\vec{AB}\| = \sqrt{6}$

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-2{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (-1)^2}$
$\|\vec{AC}\| = \sqrt{6{,}25 + 2{,}25 + 1}$
$\|AC\| = \sqrt{9{,}5}$

$\theta = \cos^{-1} \dfrac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\|}$

$\theta = \cos^{-1} \dfrac{5{,}5}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{9{,}5}}$

$\theta = \cos^{-1}(0{,}73)$

$\theta = 43{,}24°$

$\alpha = 43{,}24°$

2)

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{\|\vec{BA}\| \|\vec{BC}\|}$$

$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \langle 2, -1, -1 \rangle \cdot \langle -0{,}5, 0{,}5, -2 \rangle$

$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \langle 2(-0{,}5) + (-1)0{,}5 + (-1)(-2) \rangle$

$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = (-1 - 0{,}5 + 2)$

$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0{,}5$

$\|\vec{BA}\| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (-1)^2}$

$\|\vec{BA}\| = \sqrt{4 + 1 + 1}$

$\|\vec{BA}\| = \sqrt{6}$

$\|\vec{BC}\| = \sqrt{(-0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (-2)^2}$

$\|\vec{BC}\| = \sqrt{0{,}25 + 0{,}25 + 4}$

$\|\vec{BC}\| = \sqrt{4{,}5}$

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{0{,}5}{\sqrt{6}\sqrt{4{,}5}} \right)$

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{18} \right)$

$\theta = 84{,}48^\circ$

$B^\circ = 84{,}48^\circ$

3) Para el 3er angulo podemos calcularlo mediante

$\alpha + B + \theta = 180^\circ$

$\Rightarrow$

$\alpha + B + \theta = 180$

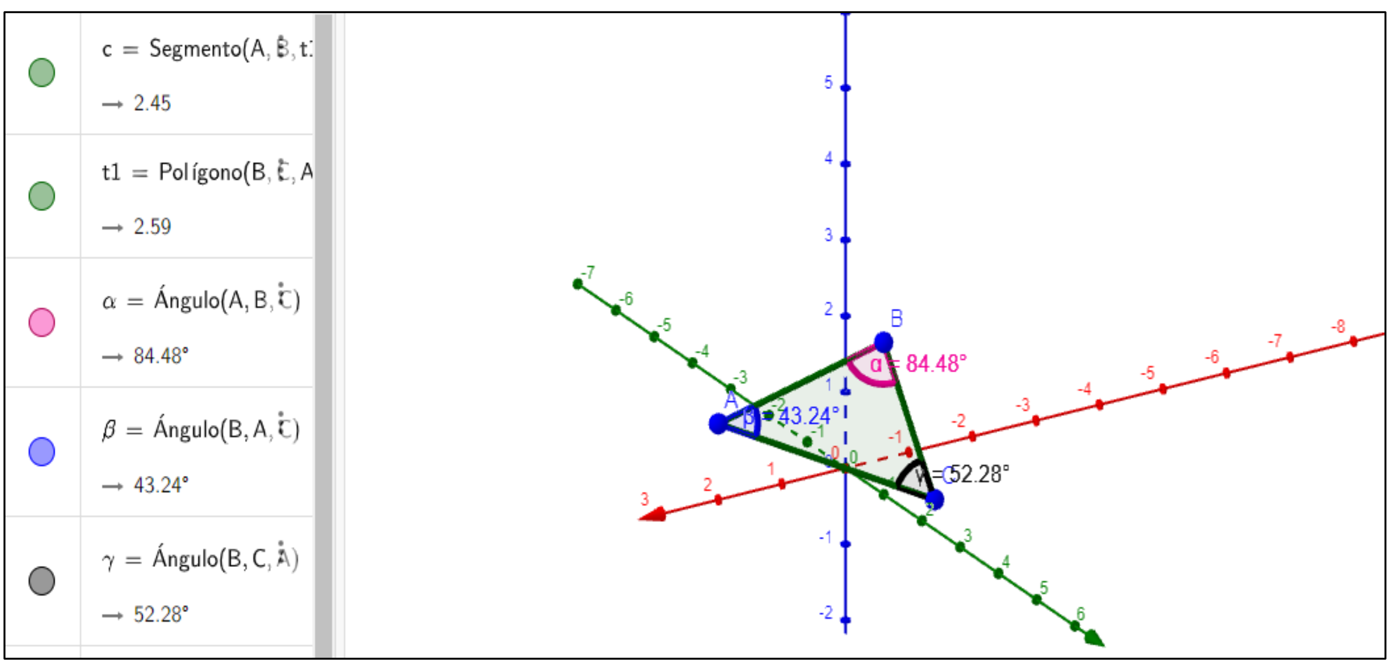
$43{,}24^\circ + 84{,}48^\circ + \theta = 180$

$127{,}72 + \theta = 180$

$\theta = 180^\circ - 127{,}72$

$\theta = 52{,}28^\circ$

Podemos decir que los angulos que forman el triangulo estan compuesto de $(43{,}24^\circ)$, $(84{,}48^\circ)$, $(52{,}28^\circ)$ por lo tanto podemos definir que todos los ángulos no sobrepasan de 90° eso quiere decir que el triangulo es agudo.



49 Encontrar la proyección de u sobre v y b) encontrar los componentes del vector de u ortogonal a v.

$$\begin{cases} U = 2i + j + 2K \\ V = 3j + 4K \end{cases}$$

a) $\text{Proy}_v u = \left(\dfrac{U \cdot V}{\|V\|^2}\right) V$

$\vec{U}\cdot\vec{V} = \langle 2, 1, 2\rangle \cdot \langle 0, 3, 4\rangle$

$\vec{U}\cdot\vec{V} = \langle 0 + 3 + 8 \rangle$

$\vec{U}\cdot\vec{V} = 11$

$\|V\|^2 = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2}$

$\|V\|^2 = (0^2 + 3^2 + 4^2)$

$\|V\|^2 = 0 + 9 + 16$

$\|V\|^2 = 25$

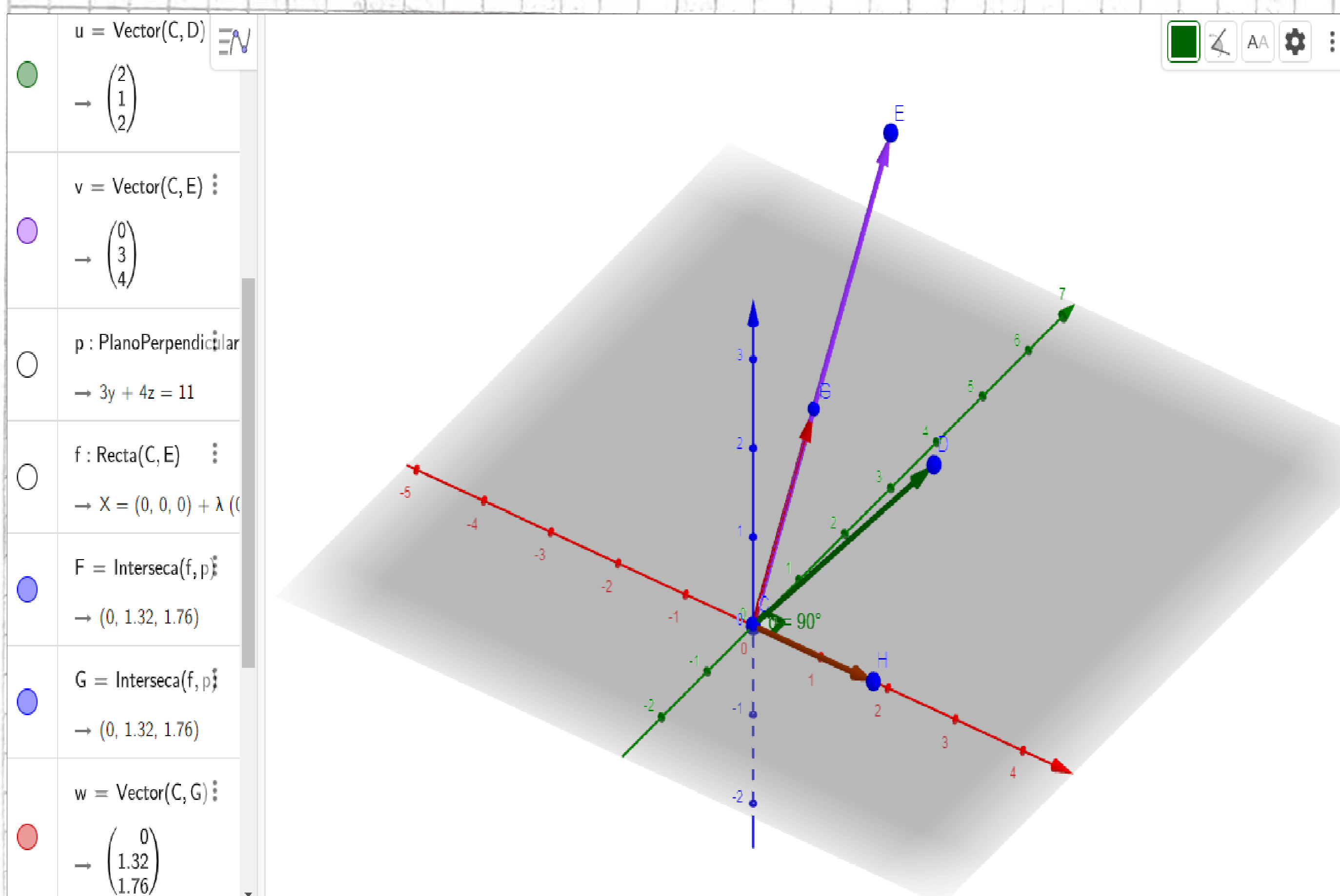
$\text{Proy}_v \vec{U} = \left(\dfrac{11}{25}\right)\langle 0, 3, 4\rangle$

$\boxed{\text{Proy}_v \vec{U} = \left\langle 0, \dfrac{33}{25}, \dfrac{44}{25}\right\rangle} = w_1$ //

b) $u = w_1 + w_2 \rightarrow w_2 = u - w_1$

$w_2 = \langle 2, 1, 2\rangle - \left\langle 0, \dfrac{33}{25}, \dfrac{44}{25}\right\rangle$

$\boxed{w_2 = \left\langle 2, -\dfrac{8}{25}, \dfrac{6}{25}\right\rangle}$ //



11,4 - Ejercicio 9. Calcular a) $u \times v$, b) $v \times u$ y c) $v \times v$.

$\vec{u} = \langle 7, 3, 2 \rangle$
$\vec{v} = \langle 1, -1, 5 \rangle$

a) $\vec{u} \times \vec{v}$

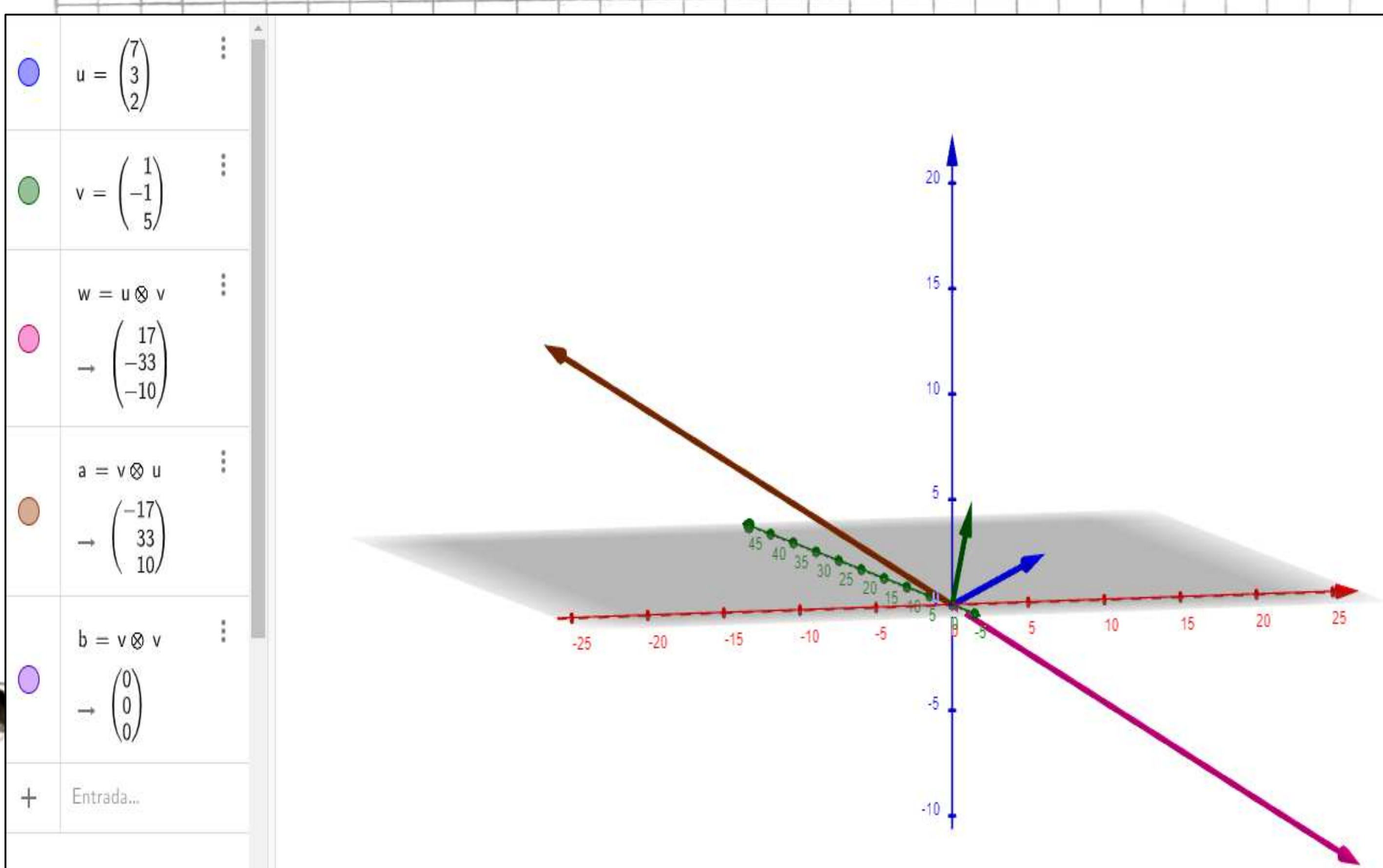
$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 7 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} i, \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} j, \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} k = \langle 17i, -33j, -10k \rangle$$

b) $v \times u$

$$\vec{v} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 5 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} i, \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} j, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} k = \langle -17i, 33j, 10k \rangle_{//}$$

c) $\vec{v} \times \vec{v}$

$$\vec{v} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} i, \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} j, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} k = \langle 0, 0, 0 \rangle_{//}$$



15. Calcular $u \times v$ y probar que es ortogonal tanto a u como a v.

$\vec{u} = \langle i, j, k \rangle$

$\vec{v} = \langle 2i, j, -k \rangle$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} k$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \langle -2i, 3j, -1k \rangle$$

Comprobación si es ortogonal tanto a u como a v.

- si el producto escalar de $\vec{u} \cdot \vec{z} = 0$ = es ortogonal

$\vec{u} = \langle 1, 1, 1 \rangle$ $\quad \vec{u} \cdot \vec{z} = \langle 1, 1, 1 \rangle \cdot \langle -2, 3, -1 \rangle$

$\vec{z} = \langle -2, 3, -1 \rangle$ $\quad \vec{u} \cdot \vec{z} = -2 + 3 - 1 = 0$

$\cos \theta = 0$

$\theta = 90°$

si es ortogonal.

- si el producto escalar de $\vec{v} \cdot \vec{z} = 0$ es ortogonal

$\vec{v} = \langle 2, 1, -1 \rangle$ $\quad \vec{v} \cdot \vec{z} = \langle 2, 1, -1 \rangle \cdot \langle -2, 3, -1 \rangle$

$\vec{z} = \langle -2, 3, -1 \rangle$

$\vec{v} \cdot \vec{z} = -4 + 3 + 1 = 0$

$\cos \theta = 0$

$\theta = 90°$

si es ortogonal