



موقع الامتحان التعليمي

[www.exam-eg.com](http://www.exam-eg.com)





نغم نبيل



# الرياضيات

## اولاً الـجبر

الصف الثالث الاعدادي  
الفصل الدراسي الثاني

٢٠٢١ - ٢٠٢٠



غير مصرح بتناول هذا الكتاب  
خارج وزارة التربية والتعليم  
والتعليم الفني

# الوحدة الأولى: المعادلات

## تمارين ١ - ١

على حل معادلتين من الدرجة الأولى  
في متغيرين جبرياً وبيانياً

$$\text{أولاً أكمل ما يأتي: } 5 - 5 = 0, \quad 5 = 5 + ص, \quad 5 = ص - 5$$

١ مجموعة حل المعادلتين  $ص + ص = 0$ ,  $ص - 5 = 0$  هي  $\{ -5, 0 \}$

٢ مجموعة حل المعادلتين  $ص + ص = 2$ ,  $ص + ص = 4$  هي  $\{ 2 \}$

٣ مجموعة حل المعادلتين  $ص + ص = 6$ ,  $ص + ص = 8$  هي  $\{ 4, 6 \}$

٤ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين  $ص + 3 = 4$ ,  $ص + 1 = 7$  متوازيين فإن  $ا = 3$

٥ إذا كان للمعادلتين  $ص + 2 = 1$ ,  $ص + 1 = 2$  حل وحيد فإن  $ك$  لا يمكن أن تساوي  $-4$

ثانية اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعلقة:

١ المستقيمان:  $ص + 5 = 0$ ,  $ص - 3 = 0$  يتقاطعان في:

٢ نقطة الأصل      ٣ الربع الأول      ٤ الربع الثاني      ٥ الربع الرابع

٦ مجموعة حل المعادلتين:  $ص - 2 = 1$ ,  $ص + 3 = 10$  هي:

٧  $\{ (1, 3) \}$       ٨  $\{ (2, 5) \}$       ٩  $\{ (3, 1) \}$       ١٠  $\{ (4, 2) \}$

١١ إذا كان للمعادلتين  $ص + 4 = 7$ ,  $ص + 3 = 21$  عدد لا نهائي من الحلول فإن  $ك =$

١٢  $\{ 21 \}$       ١٣  $\{ 12 \}$       ١٤  $\{ 7 \}$       ١٥  $\{ 4 \}$

ثالثاً

١ أوجد مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية جبرياً وبيانياً:

٢  $ص = س + 4$ ,  $س + ص = 4 \rightarrow \{ (0, 4) \}$       ٣  $س - ص = 4$ ,  $س + 3 = 4$   $\rightarrow \{ (1, -3) \}$

٤  $س + 4 = 11$ ,  $س + ص = 4 \rightarrow \{ (7, 0) \}$       ٥  $س - ص = 4$ ,  $س + 2 = 4 \rightarrow \{ (-1, 5) \}$

٦  $س + ص = 1$ ,  $س + 2 ص = 5 \rightarrow \{ (3, 2) \}$       ٧  $س + 2 ص = 8$ ,  $س + ص = 9 \rightarrow \{ (5, 1) \}$

٨ إذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة في بطولة كأس الأمم الأفريقية ١٦ فريقاً، وكان عدد الفرق

غير العربية يزيد على ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤، أوجد عدد الفرق العربية المشاركة

في البطولة.  $ن<math>\text{ن}</math> العددان  $س$  و  $ص$  ي滿족ان  $س + ص = 16$ ,  $س + 3 ص = 4$   $\rightarrow \{ (10, 6) \}$$

٩ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠. أوجد قياس كل زاوية.  $(0, 40)$

١٠ زاويتان متكاملتان ضعف قياس الكبري يساوى سبعة أمثال قياس الصغير. أوجد قياس كل زاوية.  $(14, 76)$

١١ إذا كان مجموع عمري أحمد وأسماء الآن ٤٣ سنة، وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات.

أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات.  $(30, 17)$

١٢ مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٤ سم، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم. أوجد مساحة المستطيل.

$\text{الطول} = 29$ ,  $\text{العرض} = 25 \rightarrow \text{المساحة} = 590$

$$(ب) \text{ الميل} = -\frac{3}{3} \text{ ميل} \quad 6 = 3 + 3 \text{ ميل} \quad 3 = 1 \text{ ميل}$$

$$3 = \frac{1}{3} \text{ ميل}$$

نجد نقطة التقاطع مع محور الصدارات

$$\textcircled{1} \quad 3s + 3c = 4 \quad \leftarrow \quad c = -s + \frac{4}{3}$$

$\rightarrow$  نقطة التقاطع مع محور الصدارات  $(0, \frac{4}{3})$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{3}s + s = 1 \quad \therefore s = -s + 1 \quad \therefore s = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow$  نقطة التقاطع  $(\frac{1}{2}, 0)$

نقطتي التقاطع مختلفه  $\therefore$  مجموعه الحل  $\emptyset$

$$(ج) \quad 4s + 3c = 6 \quad 6 = 3c + 4s$$

نجعل المعادلة على صورة  $c = m_s s + b$

$$4s + 3c = 6 \quad \leftarrow \quad c = -\frac{4}{3}s + 2$$

$$3c + 4s = 6 \quad \leftarrow \quad c = -\frac{4}{3}s + 2$$

$\leftarrow c = -\frac{4}{3}s + 2$  "نقطة التقاطع متساوية"

ال المستقيمان منطبقان يوجد عردة لبعدي صن الظلول

مجموعه الحل  $\{(s, c) : c = -\frac{4}{3}s + 2, s \in \mathbb{R}\}$

$$(د) \quad 3s + 3c = 4 \quad 6 = 3s + 3c \quad \therefore \text{المستقيمان متوازيان} \quad \therefore c = s$$

$$3 = \frac{1}{3}s \quad \therefore s = 9 \quad \therefore c = 9$$

(هـ)  $1 = 450 + 30s + 50c \rightarrow$  لها حل وحيد : المُسقِّيَان متقاطعان  
لابد أن يكون المُسقِّيَان متوازيان ولا منطبقان

$$\begin{aligned} * 1 = 450 + 30s \leftarrow & -s + \frac{1}{30} = -c \\ * 1 = 450 + 50c \leftarrow & -c = \frac{1}{50}s + \frac{9}{10} \quad \therefore c = \frac{-1}{50}s \\ \text{عندما يكون المُسقِّيَان متوازيان فـ } & s = 25 \\ \text{لابد أن يكون حل المعادلة } & \boxed{c = -\frac{1}{50}s} \end{aligned}$$

ناتينا : (جـ)  $2s + 50c = 60 \rightarrow 60 - 2s = 50c$   
بوضوح  $s = 0$  لا يُبادر نقطة التقاطع في محور العبارات  
 $\therefore c = 0$   
 $\therefore s = 0$   $\therefore$  نقطة تقاطع المستقيمين (١، ٢) نقطة الأصل

$$(جـ) 1 = 450 + 30s + 50c \rightarrow 1 = 450 + 50c$$

$$\begin{aligned} 1 = 450 + 50c \quad \therefore c = 1 - 450 & = -449 \\ \therefore s = 3 \quad \text{بالتحويلة في المعادلة} & = \frac{1}{3} \\ \therefore 1 = 450 + 30 \cdot \frac{1}{3} & = 452 \end{aligned}$$

مجموعه الحل = {٣، ٤٥٢}

# لغم نيل

موضوع الدرس: تابع تقارين (١-١)

التاريخ

(٣)  $S + 4 = 36 \ L$   $S + 4L = 36$  عدراً بـ  $L$  من الـ  $S$   $\leftarrow$   
 ∵ المستقيمان متضيقان  $\therefore m = 3$ , لـ  $m = 3$  نقطه التماطج ومساره

$$(٤) S + 4L = 7 \leftarrow S = -\frac{1}{4}L$$

$$(٥) 3S + 4L = 1 \leftarrow S = \frac{1}{3}L$$

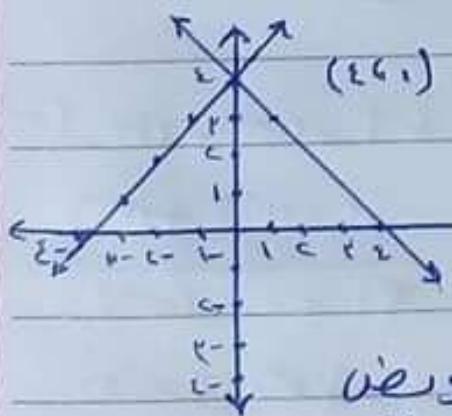
$$\therefore L = \frac{1}{3} - 4S \quad \therefore L = \frac{1}{3}$$

ناتئاً:  $-S = S + 4 - 4S + 4 = 4$  بالتعويض عن قيمة  $S$  في المعادلة (١)

∴  $S + 3 + 4 = 4 \therefore S = 0$  ∴  $S = 0$  بالتعويض في (١)

$S = 0 + 4 \therefore S = 4$  ∴ مجموع الحل = {٢، ٦}

بياناً:  $\begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ & S & \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ & S & \end{matrix}$



من الرسم  
مجموع الحل = {٢، ٦}

(٦)  $5S - 5L = 4 \quad 2S + 5L = 5 \quad \text{بالتعويض}$

$$(٧) \leftarrow 5S - 5L = 4 \quad \text{بالضرب} \times 2 \quad 10S - 10L = 8$$

$$(٨) \leftarrow 5S + 5L = 5 \quad \text{جمع (٦) + (٧)} \quad \frac{10S - 10L = 8}{5S + 5L = 5} \quad \therefore S = \frac{1}{2}$$

بالتفويض في (٦)

$$(٩) \leftarrow 5 - 5L = 4 \quad ! - 5L = -1 \quad \text{مجموع الحل = } \{1, 2\}$$

# نعم

(ج)  $3s + 3c = 11 \leftarrow 3s + 3c - 3 = 11 - 3 \rightarrow s + c = 8$  بالتعويض

$$s + c = 8 \leftarrow 3s + 3c = 11 \rightarrow 3s + 3c - 3s = 11 - 3s \rightarrow 3c = 8 - 3s$$

$$\therefore s = 8 - 3s \therefore s = 1 \text{ بالتعويض ص} = 8 - s \therefore s = 5$$

مجموعة الكل = { 1, 5 }

(د)  $3s - c + 3 = 1 \leftarrow 3s - c + 3 = 1 \text{ بالتعويض في (ا)}$

$$3s - (2s + 3) + 3 = 1 \rightarrow 3s - 2s - 3 + 3 = 1 \rightarrow s = 1$$

$$\therefore s = 1 \text{ بالتعويض } c = 2 - 1 = 1 \therefore s + c = 1 + 1 = 2$$

مجموعة الكل = { 1, 2 }

(هـ)  $2s + c = 1 \leftarrow 2s + c = 1 \text{ رضرب المقادير الأولى في -}$

$$-4s - 4c = -4 \leftarrow 2s + c = 1 \rightarrow 2s + c - 2s = 1 - 2 \rightarrow c = -1$$

$$3s + 1 + c = 0 \leftarrow 3s + 1 + c = 0 \rightarrow 3s + 1 + c - 1 = 0 - 1 \rightarrow 3s = -1$$

$$\therefore s = -\frac{1}{3} \text{ ومنها } s = -\frac{1}{3} \text{ بالتعويض في معادلة (ا)}$$

$$\therefore c = -1 - s = -1 - \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

مجموعة الكل = { -1, - $\frac{2}{3}$  }

(و)  $s + 2c = 1 \leftarrow s + 2c = 1 \text{ بضرب المقادير في -3 في (ب)}$

$$-3s - 6 = -3 \leftarrow s + 2c = 1 \rightarrow s + 2c - s = 1 - s \rightarrow 2c = 1 - s$$

$$\therefore c = \frac{1-s}{2} \leftarrow c = \frac{1-s}{2} \text{ وناتج (ب)}$$

$$3s + 3c = -3 \leftarrow 3s + 3c = -3 \text{ وبالتعويض } \therefore s = -3 - 3c$$

مجموعة الكل = { -3, 0 }

## نجم

٣) فرضنا أن الزادية أحادي = س° و الثانية ص°

$$\begin{aligned} \therefore \text{س} + \text{ص} &= ٩٠ \quad (١) \\ \text{س} - \text{ص} &= ٥٠ \quad (٢) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س} &= ٤٠ \quad \text{س} = ٧٠ \quad \text{و بالتعريض في (١)} \\ \therefore \text{قياس الزاويتين} &= ٤٠ + ٧٠ = ١١٠ \end{aligned}$$

٤) فرضنا أن الزادية الكبيرة س° والصغرى ص°

$$\therefore \text{س} + \text{ص} = ١٨٠ \quad (١) \quad \text{س} = ٧٠ \text{ص}$$

$$\therefore ٢\text{س} - ٧٠ = ٦٠ \quad (٢)$$

في (١) : س = ١٨٠ - ص بالتحريك في (٢)

$$\therefore ٢(١٨٠ - ص) - ٧٠ = ٦٠ \quad ٣٦٠ - ٦٠ = ٦٠ \quad ٣٦٠ - ٦٠ = ٦٠ \quad ٣٦٠ - ٦٠ = ٦٠$$

$$\therefore \text{س} = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠ \quad \text{التعريض}$$

$$\therefore \text{س} = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠ \quad \text{التعريض}$$

∴ قياس الزاويتان في ١٤٠ و ٤٠

٥) فرضنا أن أحد الآباء س، عمره أربعين سنة . . . . .

$$\therefore \text{س} + \text{ص} = ٣٠ \quad (١) \quad \text{بالتحريك في (٢)}$$

$$\therefore \text{س} = ٤٠ - \text{ص} \quad (٢)$$

٦) س = ٤٠ : س = ٣٠ و ٤٠ = ٧٠

عمر أحد بعد ٧٠ سنتان = ٧٠ + ٣٠ = ١٠٠

# نغم

من لقرض ان الطول = س ما العرض = ص

$$ص = س - ٤ \quad \text{---} \quad ①$$

$$\therefore س + ص = ١٤ \quad \text{---} \quad ②$$

$$\therefore س = ١٤ - ص \quad \text{---} \quad ③$$

$$\therefore س = ١٤ - (س - ٤) \quad \text{---} \quad ④$$

$$\therefore س = ٩ \quad \therefore س = ٩ \quad \text{بالمحو ريضى مى (١)}$$

$$\therefore ص = ٥ \quad \therefore ص = ٥ \quad \text{العرض = ٥}$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل} = ٥ \times ٩ = ٤٥ \text{ سم}^٢$$

على حل معادلة من الدرجة الثانية في  
مجهول واحد بيانياً وجيبرياً

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \quad \text{أوجد مجموعة الحل لكافة المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقرراً الناتج ثلاثة أرقام عشرية.} \\ & \quad \boxed{1} \quad 2x^2 - 2x - 6 = 0 \\ & \quad \boxed{2} \quad 3x^2 + 6x + 11 = 0 \\ & \quad \boxed{3} \quad 11x^2 - 11x - 11 = 0 \\ & \quad \boxed{4} \quad (x-1)^2 - 6x + 1 = 0 \\ & \quad \boxed{5} \quad 2x^2 - 2x - 1 = 0 \\ & \quad \boxed{6} \quad \frac{x}{2} + \frac{1}{x} = 6 \\ & \quad \boxed{7} \quad 2x^2 - 4x + 4 = 0 \\ & \quad \boxed{8} \quad 2x^2 - 4x + 4 = 0 \end{aligned}$$

\textcircled{2} ارسم الشكل البياني للدالة  $d$  في الفترة المعلوّة ثم أوجد مجموعة حل المعادلة  $d(s) = 0$ .

مقرراً الناتج لرقم عشري واحد في كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} \boxed{1} \quad d(s) &= s^2 - 2s - 4 = 0 \\ \boxed{2} \quad d(s) &= 2s^2 + 5s = 0 \\ \boxed{3} \quad d(s) &= 2s - s^2 + 1 = 0 \\ \boxed{4} \quad d(s) &= 2s - s^2 - 1 = 0 \\ \boxed{5} \quad d(s) &= s^2 - 5s + 3 = 0 \\ \boxed{6} \quad d(s) &= 2s^2 - 2s - 1 = 0 \\ \boxed{7} \quad d(s) &= 2s^2 - 2s - 1 = 0 \\ \boxed{8} \quad d(s) &= (s-1)^2 - 2 = 0 \\ \boxed{9} \quad d(s) &= (s-2)^2 - 4 = 0 \end{aligned}$$

\textcircled{3} ارسم الشكل البياني للدالة  $d$  حيث  $d(s) = 6s - s^2 - 9$  في الفترة  $[0, 5]$  ومن الرسم أوجد:  
القيمة العظمى أو الصغرى للدالة = .

\textcircled{4} مجموعة حل المعادلة  $6s - s^2 - 9 = 0$

\textcircled{5} يرش رجل حديقته بخربوط مياه يندفع فيه الماء في مسار يتحدد بالعلاقة:  $s = -6 - 0.0s^2 + 1.2s + 8$ . حيث س المسافة الأفقية التي يصل إليها الماء بالمتير، ص ارتفاع الماء عن سطح الأرض بالمتير، أوجد لأقرب سنتيمتر أقصى مسافة أفقية يصل إليها الماء.

\textcircled{6} رأى ثعبان على الأرض صفراء على ارتفاع ١٦٠ متراً منه، وهو ينطلق إليه بسرعة ٢٤ متراً / دقيقة لكي ينقض عليه، فإذا كان الصقر ينطلق رأسياً لأسفل حسب العلاقة  $f = 4.9t^2 + 4.9$  حيث  $f$  المسافة بالمتير،  $t$  سرعة الانطلاق بالمتير / دقيقة،  $t$  الزمن بالدقائق. أوجد الزمن الذي يأخذه الثعبان لكي يتمكن من الهرب قبل أن يصل إليه الصقر.

٢٤ - ٢٥ - ٦ س. ٢٠٢٣ (١) القانون العام

$$بـ = ١٦٧ - ٢٠٢ = ٦٥$$

بالمعنى في القانون العام (١-٢)  $\frac{٦٨١}{١٨٢} + ٢ - ٤ - ٦$

$$\frac{٦٨١}{١٨٢} + ٢ = \frac{٦٩٣}{١٨٢}$$

$$٦٩٣ \approx \sqrt{٦٩٣} + ١ = \frac{٦٩٣ + ١}{٢}$$

$$\{ ٢٦٤٦, ٦٤٦ \} = ٢٦٤٦ - ٦٤٦ \approx \sqrt{٦٤٦} - ١ = \frac{\sqrt{٦٤٦} - ١}{٢}$$

$$٣ - \Rightarrow ٦٣ = ٦٦١ - ٣ \therefore ٣ - ٣ = ٣ + ٣ \quad (٢)$$

$$\frac{٦٦١}{٦٦١} + ٣ = \frac{٦٧٩١}{٦٦١} - ٣ + ٣$$

$$٦٧٩١ \approx \frac{\sqrt{٦٧٩١} - ٣}{٤}, \quad ٦٧٩١ \approx \frac{\sqrt{٦٧٩١} + ٣}{٤}$$

ج ٦٧٩١ - ٣ = ٦٧٩١

$$١ = ٦٦٢ - ٦٦٢ = ٢ \quad ١ = ١ + ٣ - ٣ \quad (٣)$$

$$\frac{\sqrt{٦٦٢} + ٣}{٤} = \frac{\sqrt{٦٦٢} - ٣}{٤}$$

$$٦٦٢ \approx \frac{\sqrt{٦٦٢} - ٣}{٤} \quad ٦٦٢ \approx \frac{\sqrt{٦٦٢} + ٣}{٤}$$

$$٦٦٢ = ٦٧٧ - ٣ \quad ٦٦٢ = ٦٧٧ + ٣$$

موضوع الدرس: تابع تمارين (١-٢) التاریخ

$$\textcircled{٤} \quad س = ٦٧ - ٤٦ = ٢ \quad م = ١٤٥٧ - ٣٣ = ١٤٢٤$$

$$س = \frac{٦٧ + ٦}{٢} = \frac{٧٣}{٢} = ٣٦\frac{١}{٢}$$

$$\textcircled{٥} \quad م = ٦٧ - ٣٣ = ٣٤ \quad س = ١٨٢٥ - ١٨٦ = ٣٤$$

$$س = \frac{٦٧ + ٣٤}{٢} = \frac{٩١}{٢} = ٤٥\frac{١}{٢}$$

$$\textcircled{٦} \quad س = ٣٣ - ٣٣ = ٠ \quad م = ١٨٦ - ١٨٦ = ٠$$

$$س = \frac{٣٣ + ٣٣}{٢} = \frac{٦٦}{٢} = ٣٣$$

$$س \approx ٣٣، م \approx ٣٣$$

$$م.ح = \frac{٣٣ \times ٣٣}{٦٦} = ٣٣$$

لتحمّل المسؤولية

$$\textcircled{٧} \quad س = ٣٣ + ٣٣ = ٦٦ \quad م = ٣٣ + ٣٣ = ٦٦$$

$$س = \frac{٦٦ + ٦٦}{٢} = \frac{١٣٢}{٢} = ٦٦$$

$$س \approx ٦٦، م \approx ٦٦$$

$$م.ح = \frac{٦٦ \times ٦٦}{١٣٢} = ٣٣$$

$$\textcircled{٨} \quad س = ٦٦ - ٣٣ = ٣٣ \quad م = ٦٦ + ٣٣ = ٩٩$$

$$س = \frac{٦٦ - ٣٣}{٢} = \frac{٣٣}{٢} = ٣٣$$

$$س \approx ٣٣، م \approx ٣٣$$

$$م.ح = \frac{٣٣ \times ٣٣}{٩٩} = ٣٣$$

$$x = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \leftarrow x = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \quad (2)$$

$$s = 1 - 1 - 1 = 1 - s \rightarrow s = 1 - s$$

$$s = \frac{\sqrt{s+1} \pm 1}{2}$$

$$s \approx 2,372 - 2,372 = 6$$

$$\sqrt{2,372} = 48.7$$

$$(3) s = \frac{1}{s-5-s} \leftarrow s(s-5-s) = 1$$

$$s = s + 5 - s = 5$$

$$s = \frac{\sqrt{5} \pm 5}{2}$$

$$s \approx 3.2, 7.7$$

$$s = 3.2, 7.7$$

$$4 - ٦٠، s + ٢، s + ١، s + ٢ = ٥١، s = ٥١ - ٦٠$$

$$s = \frac{-1,2 \pm \sqrt{1,44 - 4(1,2)(-2,2)}}{2(1,2)} = \frac{-1,2 \pm \sqrt{2,24}}{2(1,2)}$$

$$s = \frac{-1,2 \pm 1,5}{2(1,2)}$$

البزر، السالب هر فوضى

$$5 - ٤٣ + ٩٧ + ٤٣ = ١٦٠ \text{ بالتعريف} \quad 0$$

$$170 - 160 = 10 = 10 - 4,9 = 5,6 = 5,6 - 4,9 = 0$$

$$\frac{3712}{958} \pm 0.76 = 3136 + 0.76 = 3172$$

لقد  
جربنا

$$n = 877 - 1 = 876 \text{ مرفوض}$$

لذلك يستنتج البهتان القريب في أقل منه 777 لا زالت

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

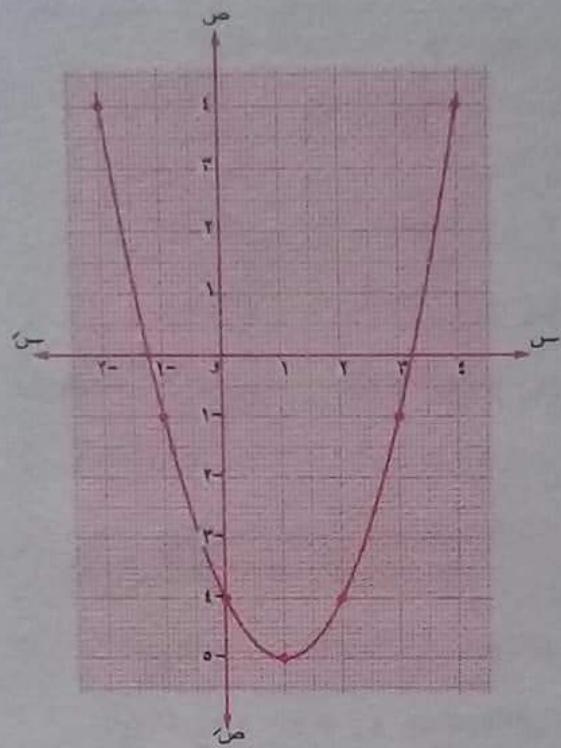
$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

$$n = 877 - 1 = 876 \rightarrow n = 876$$

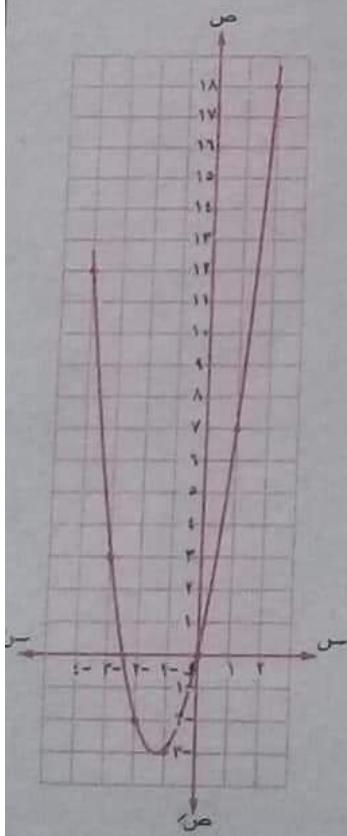
٤	٢	٢	١	.	١-	٢-	س
٤	١-	٤-	٥-	٤-	١-	٤	ص



من الرسم : مجموعه الحل =  $\{3, 2, 1, -2\}$  تقربياً

$$د(س) = 2s^2 + 5s$$

٢	١	.	١-	٢-	٣-	٤-	س
١٨	٧	.	٣-	٢-	٣	١٢	ص



من الرسم :

مجموعه الحل

$$\{., 2, 5-\} =$$

$$d(s) = -s^2 + 2s$$

٤	٢	٢	١	.	-١	s
-٢	٢	٤	٤	٢	-٢	ص

ارسم بنفسك ومن الرسم :

$$\text{مجموعة الحل} = \{-6, -4, 0, 2, 4\} \text{ تقريرياً}$$

$$d(s) = s^2 - 5s + 2$$

٥	٤	٣	٢	١	.	s
٢	-١	-٣	-٣	-١	٢	ص

ارسم بنفسك ومن الرسم :

$$\text{مجموعة الحل} = \{4, 2, 0, -2, -4\} \text{ تقريرياً}$$

$$d(s) = 2s^2 + 2s - 6$$

٢	١	.	-١	-٢	-٣	s
٨	-١	-٦	-٧	-٤	٢	ص

ارسم بنفسك ومن الرسم :

$$\text{مجموعة الحل} = \{-1, 1, 2, 6\} \text{ تقريرياً}$$

$$d(s) = 2s^2 - 5s - 1$$

٣	٢	١	.	-١	s
٢	-٢	-٤	-١	٦	ص

ارسم بنفسك ومن الرسم :

$$\text{مجموعة الحل} = \{-2, -4, 0, 2, 6\} \text{ تقريرياً}$$

$$d(s) = s^2 - 7s + 8$$

٧	٦	٥	٤	٢	٢	١	s
٨	٢	-٢	-٤	-٤	-٢	٢	ص

ارسم بنفسك ومن الرسم :

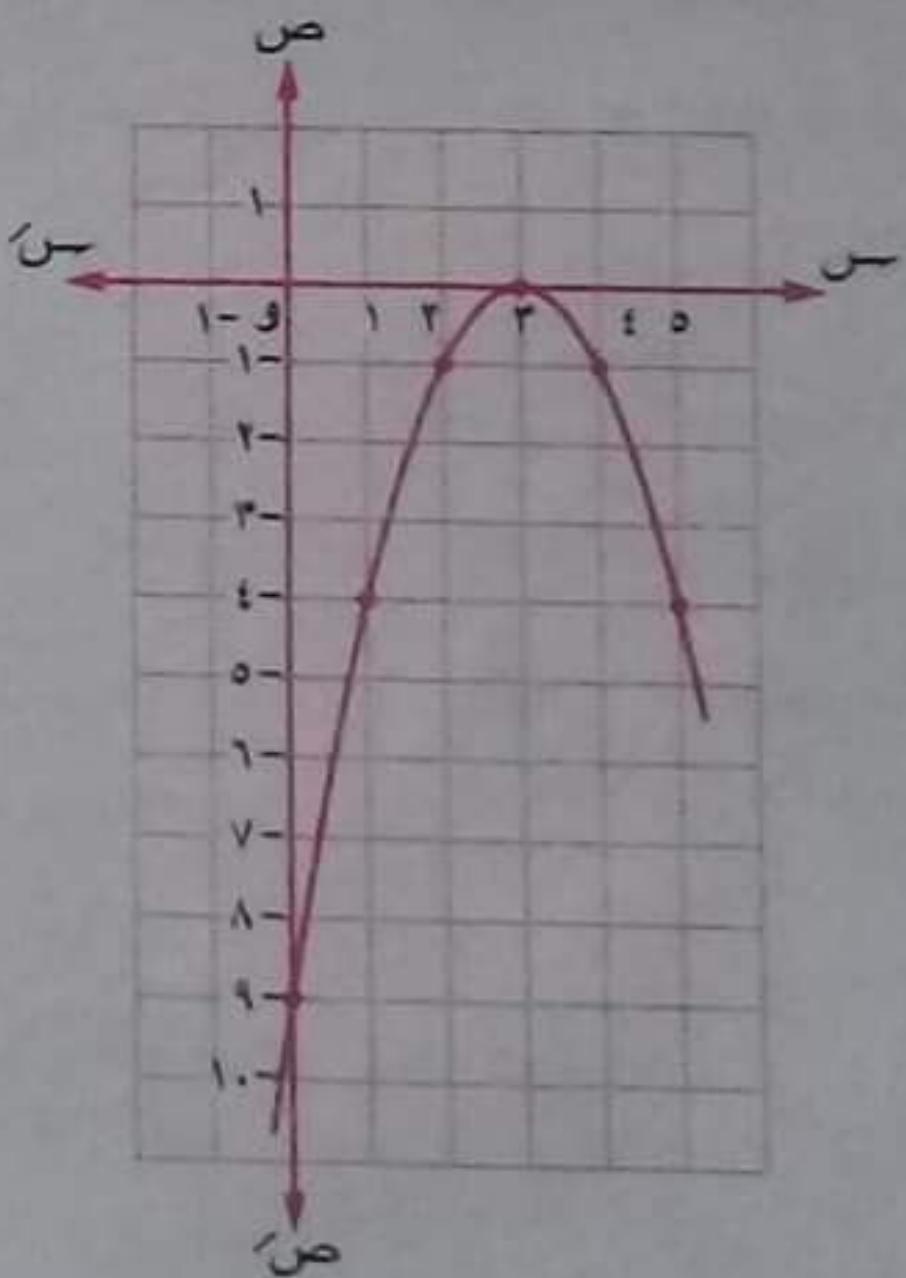
$$\text{مجموعة الحل} = \{5, 6, 1, -4\} \text{ تقريرياً}$$

(٣)

٧

$$d(s) = s - s^2 - 6$$

٥	٤	٣	٢	١	.	$s$
-٤	-١	.	-١	-٤	-٩	ص



من الرسم :

$$\boxed{٢} \cdot ج = \boxed{٠} \quad \text{القيمة العظمى} = \boxed{١}$$

## تمارين (١ - ٣)

**على حل معادلتين في متغيرين أحدهما من الدرجة الأولى والآخر من الدرجة الثانية**

$$س - ص = ٥ \quad س + ص = ٩ \quad س = ٩ - ص \quad س = ٣ \pm ٦ \quad ص = ٣ \pm ٣ \quad ج = ٣ - ٦ \quad ج = ٣ + ٦ \quad \{ ج = ٣, س = ٩ \}$$

**أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:**

**١** مجموعة الحل للمعادلتين  $س - ص = ٥$  ،  $س + ص = ٩$  هي:

أ  $\{ (٠, ٠), (٣, ٣) \}$   ب  $\{ (٣, ٣), (٣, ٣) \}$   ج  $\{ (٣, ٣) \}$   د  $\{ (٣, ٣), (٣, ٣) \}$

**٢** أحد حلول المعادلتين:  $س - ص = ٥$  ،  $س + ص = ٩$  هو:  $س = ٤$  ،  $ص = ٥$  بالتفويض في  $(٢)$

**٣** عددان موجبان مجموعهما  $٧$ ، حاصل ضربها  $١٢$  فإن العددان هما  $(س - ٢)(س + ٤) = ١٢$  بالتحليل

أ  $\{ (٣, ٤), (٤, ٣) \}$   ب  $\{ (٣, ٣), (٣, ٣) \}$   ج  $\{ (٣, ٣), (٣, ٣) \}$   د  $\{ (٣, ٣), (٣, ٣) \}$

**ثانياً:** **١** أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

أ  $س - ص = ٢$  ،  $س^٢ + س ص - ٤ = ٠$   $س = ٣ - ٢$   $\{ (٣, ١), (٦, ٢) \}$

ب  $س + ٢ ص = ٤$  ،  $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٧$   $س = ٣$   $\{ (١, ٢), (-٢, ٣) \}$

ج  $س - ٢ ص - ١ = ٠$  ،  $س^٢ - س ص = ٠$   $س = ٣ - \frac{١}{٢} ص$   $\{ (٣, ١), (-١, ٢) \}$

د  $ص + ٢ س = ٧$  ،  $س^٢ + س + ٣ ص = ١٩$   $ص = ٣ - \frac{١}{٣} س$   $\{ (٦, ٣), (٣, ٦) \}$

ه  $س - ص = ١٠$  ،  $س^٢ - ٤ س ص + ص^٢ = ٥٢$   $س = ٣ - ٢ ص$   $\{ (١٢, ٤), (٤, ١٢) \}$

و  $س + ص = ٢$  ،  $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$  حيث ( $س, ص \neq ٠$ )  $س = \frac{١}{ص}$   $\{ (١, ١) \}$

**٢** عدد مكون من رقمين آحاده ضعف رقم عشراته، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف العدد الأصلي، فيما هو العدد؟ نفرض له حادس ما العشرات ( $ص$ ) :  $س = ٥$  ص ما س ص =  $\frac{١}{٢}(س + ١٠)$

**٣** مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار  $٣$  سـ ومساحته  $٢٨$  سـ<sup>٢</sup>. أوجد محيطه.

الطول =  $٧$  ، العرض =  $٤$  : المحيط =  $(٤ + ٧) \times ٢ = ٢٦$  سـ

**٤** مثلث قائم الزاوية طول وتره  $١٣$  سـ، محطيه يساوي  $٣٠$  سـ. أوجد طول ضلع القائمة.

صـ  $= \sqrt{١٣^٢ - ١٢^٢} = ٥$  سـ

**٥** معين الفرق بين طولي قطريه  $٤$  سـ، ومحطيه يساوي  $٤٠$  سـ. أوجد طول كل من قطريه.

طـ  $= \sqrt{٤٠^٢ - ١٦^٢} = ٣٦$  سـ

**٦** تتحرك نقطة على المستقيم  $س - ٢ ص = ١$  بحيث كان إحداثيا الصادي ضعف مربع إحداثيا السيني. أوجد إحداثي هذه النقطة.  $(\frac{١}{٤}, \frac{١}{٨})$  ،  $(\frac{١}{٤}, \frac{١}{٢})$

نفرض الدرس ماص :  $s + 7 = 12 \times 5$  ٣

$$\therefore s = 7 - 5 \text{ ص بالتحريف} \quad \textcircled{1}$$

$$7 - 5 = 2 \text{ ص } \therefore 12 + 5s + 7 = 12 + 7 = \text{ صفر بالتحليل}$$

$$(s - 3)(s - 4) = 0$$

$$\therefore s = 3 \text{ أو } s = 4 \text{ بالتحريف} \quad s = 7 - 5$$

$$s = 7 - 4 = 3 \quad \text{و } s = 7 - 3 = 4$$

: العودان (٣٦٤)

ثانياً :  $s - s = 0 \quad \text{و } s^2 + 5s - 4 = 0 \quad \therefore s = s + 2 \text{ بالتحريف}$

$$s^2 + 5s \times (s + 2) - 4 = 0 \rightarrow s^2 + 5s + 10s - 4 = 0$$

وبهذا  $s^2 + 15s - 4 = 0 \rightarrow s^2 + 15s - 4 = 0$  بالتحليل

$$\therefore s = 1 - 15 = 14 \quad (s + 1)(s - 1) = 0$$

$$\therefore s = 1 + 15 = 16$$

: العودان (٣٦١)

الثالث :  $7 = 5s + 4 \quad \text{و } s = 4 - 5s \quad \text{و } 0 = 5s + 4 - 4 \quad \text{و } 0 = 5s$

$$\text{بالتحريف} \quad \textcircled{2} \quad (4 - 5s) + 5s = 0 \quad \therefore 4 = 0$$

$$4 = 4 - 5s \quad \therefore 0 = 5s \quad \therefore s = 0 \quad \therefore 7 = 5s + 4 = 4$$

$\therefore s = 0 \text{ ص } \rightarrow 0 = 0 \times 5 + 4 = 4 \text{ صفر بالتحليل} \rightarrow (s - 1)(s - 3) = 0$

$$\therefore s = 1 \quad \text{أو } s = 3 \quad \text{و } s = 0 \quad \text{و } s = 0$$

: العودان (٣٦٢)

لعلم شسل

## تمارين (١ - ٣)

على حل معادلتين في متغيرين أحداهما من

الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{array} \right.$$



أولاً: أخير الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعلقة:

١) مجموعه الحل للمعادلتين  $S - C = 0$ ،  $S = 9$  هي:

$$\boxed{\left( \begin{array}{l} x = -3 \\ y = 2 \end{array} \right)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{array} \right.$$

٦٠١

٦٣٤

٦٠٢

٦٠٢

موضع الدرس تابع تمارين (١-٣) التاريخ

$$\begin{aligned}
 & \text{الإجابة} \\
 & ٤ - ص = ٦ - س \quad | + س \\
 & ٤ - (١ + ص) = ٦ - س \quad | \times ٢ \\
 & ٨ - ٢ ص = ١٢ - ٢ س \quad | + ٢ ص \\
 & ٨ = ١٢ - ٢ س \quad | - ١٢ \\
 & -٤ = -٢ س \quad | : (-٢) \\
 & ٢ = س
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & ٥ \quad ص + س = ١٩ \quad | - س \\
 & ٧ = ص \quad | \rightarrow ① \\
 & ٧ = ٣ - س \quad | + س \\
 & ٧ = ٣ \quad | - ٣ \\
 & ٠ = س
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & ٦ \quad ١٩ = ٣ + س + س \quad | - ٣ \\
 & ١٦ = ٢ س \quad | : ٢ \\
 & ٨ = س
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & ٥ \quad س - ص = ٥ + ٣ - ٦ \quad | + ص \\
 & ٥ = ٩ - ص \quad | - ٩ \\
 & -٤ = -ص \quad | : (-٤) \\
 & ٤ = ص
 \end{aligned}$$

لتمرين

$$\begin{aligned}
 & ٦ \quad ١٢ = ٢ + ١ \quad | - ٢ \\
 & ١٠ = ١ \quad | - ١ \\
 & ٩ = ٠
 \end{aligned}$$

بياناً: ① أوجد مجموع حل كل من المعادلات الآتية:

$$\boxed{1} \text{ ص} - \text{س} = ٣, \text{ س}^٢ + \text{س ص} - ٤ = ٠. \quad \boxed{2} \cdot \text{ج} = \left\{ \begin{array}{l} (-٢, ١), (١, ٣) \\ (٢, ٦), (-٢, ٣) \end{array} \right\}$$

$$\boxed{3} \text{ ب} \cdot \text{س} + ٢ \text{ ص} = ٤, \text{ س}^٢ + \text{س ص} + \text{ص}^٢ = ٧. \quad \boxed{4} \cdot \text{ج} = \left\{ \begin{array}{l} \left( -١٦ - \frac{1}{2} \right), \left( -١٦ - ١ \right) \\ \left( -١٦ - \frac{1}{2} \right), \left( ١٦ - ١ \right) \end{array} \right\}$$

$$\boxed{5} \cdot \text{س} - ٢ \text{ ص} - ١ = ٠, \text{ س}^٢ - \text{س ص} = ٠. \quad \boxed{6} \cdot \text{ج} = \left\{ \begin{array}{l} (٢, ٦), (٢, ٣) \\ (٢, ٦), (-٢, ٣) \end{array} \right\}$$

$$\boxed{7} \cdot \text{ص} + ٢ \text{ س} = ٧, \text{ ٢ س}^٢ + \text{س} + ٢ \text{ ص} = ١٩. \quad \boxed{8} \cdot \text{ج} = \left\{ \begin{array}{l} (٢, ٦), (٢, ٣) \\ (-٢, ٦), (-٢, ٣) \end{array} \right\}$$

$$\boxed{9} \cdot \text{س} - \text{ص} = ٠, \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س ص} + \text{ص}^٢ = ٥٥. \quad \boxed{10} \cdot \text{ج} = \left\{ \begin{array}{l} (١٦, ١) \\ (-١٦, ١) \end{array} \right\}$$

٢ عد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوي نصف  $\frac{1}{2}$  من العدد الأصلي، فما هو العدد؟  $\rightarrow$   $\boxed{11}$ :  $\text{س} = \frac{1}{2}(\text{العدد})$ ،  $\text{ص} = \frac{1}{2}(\text{العدد})$

$\rightarrow$   $\text{س} = \frac{1}{2}\text{ص} + ٥$   $\rightarrow$   $\text{ص} = ٦\text{ص} - ١٠$   $\rightarrow$   $\text{ص} = ٦$   $\rightarrow$   $\text{س} = ٣$ . أوجد محيطه.

$\rightarrow$   $\text{مسطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار } ٣ \text{ سم ومساحته } ٢٨ \text{ سم}^٢$ . أوجد طول ضلع القائمة.

$\rightarrow$   $\text{الطول} = ٧$ ،  $\text{العرض} = ٤$ .  $\rightarrow$   $\text{المحيط} = (٧ + ٤) \times ٢ = ٢٢$  سم. أوجد طول ضلع القائمة.

$\rightarrow$   $\text{مثلث قائم الزاوية طول وتره } ١٣ \text{ سم، محيطيه يساوي } ١٢ \text{ سم. أوجد طول كل من قطريه.}$

$\rightarrow$   $\text{معين الفرق بين طولي قطريه } ٤ \text{ سم، ومحيطيه يساوي } ١٦$ .  $\rightarrow$   $\text{أوجد طول قطريه.}$

$\rightarrow$   $\text{٦ تتحرك نقطة على المستقيم } ٥ \text{ س - ٢ ص} = ١$ . أوجد إحداثيا الصادي ضعف مربع إحداثيها



$\boxed{5}$   $S + C = 2 \therefore S = 2 - C \quad (1)$   $\therefore S + C + S = 2S + C = 2 \therefore S = \frac{2 - C}{2} \quad (2)$

$C + S = C \therefore C = S \quad (3)$  بالتعويض في (٢)  $\therefore S = 2 - C$

$C + (2 - C) - 2C = 0 \therefore C = 2 \quad (4)$  بالتحليل  $\therefore S = 2 - 2 = 0$

$(C - 1)(S - 1) = 1 \quad (5)$   $\therefore S = 0 \therefore C = 2$  ج ٦

$\boxed{6}$  نفرض العوائد س والضرف ص  $\therefore S - C = 3 \quad (1)$   $\therefore A = S + C \quad (2)$

$C = S + 3 \quad (3)$  بالتعويض في (٢)  $\therefore S + (S + 3) = 28 \therefore 2S + 3 = 28 \therefore S = 12.5$

$\therefore C = 12.5 + 3 = 15.5$  ص ٦ ج ٧

$\therefore S = 12.5 \quad (4)$   $\therefore C = 15.5$  خط المستقيم  $= 12.5 + 15.5 = 28$

$\boxed{7}$  نفرض الصناعيين س و ص  $\therefore S + C = 13 \quad (1)$   $\therefore S + C + S + C = 26 \quad (2)$

$S + C = 17 \quad (3)$   $\therefore S + C + 17 = 26 \quad (4)$

$\therefore S = 26 - 17 = 9 \quad (5)$  بالتعويض في (٤)  $\therefore S = 9$

$\therefore C = 17 - 9 = 8$  ج ٨

$(C - 12)(S - 10) = 0 \therefore C = 12 \quad (6)$   $\therefore S = 10$  بالتعويض في (٣)

$\therefore S = 10 - 12 = -2$  ج ٩

طول ضلعي القائمة = ١٢ - ٥ = ٧ سم

## موضوع الدرس تابع تمارين (١-٣)

لقد نظرنا

- ٥** لفرض طول قطرى (المعين  $S = 6\text{ cm}$ )  $\therefore S - \text{ص} = 4 \leftarrow ①$
- $\therefore \text{المحيط} = 24$ . طول صلعة  $= \frac{4}{3} = 1.33$
- قطرى المعين سعادتين ويلصفها كـ مساحتها الآخر
- $\therefore (\frac{1}{2}S)^2 + (\frac{1}{2}\text{ص})^2 = 1.33^2 \leftarrow ②$
- $\therefore \text{ص}^2 + \text{ص}^2 = 4 \leftarrow ③$  بالتحويض في
- $(\text{ص}^2 + 4) + \text{ص}^2 = 16 \leftarrow ④$   $\therefore \text{ص}^2 + 16 + 4\text{ص} = 16$  صفر
- $4\text{ص}^2 + 4\text{ص} = 0 \leftarrow ⑤$  بالقسمة على ٤  $\therefore \text{ص}^2 + 4\text{ص} - 192 = 0$
- $(\text{ص} + 16)(\text{ص} - 12) = 0 \therefore \text{ص} = -12$  مرءوضة
- $\therefore \text{ص} = 12$  بالتعويض في ③  $\therefore S = 12 + 4 = 16$

- ٦** فرض أن الإحداثي المبين  $= S$  الإحداثي الصارى  $= \text{ص}$   $\therefore S = 10 \leftarrow ①$
- $\therefore$  النقطة تخرب على المستقيم  $\therefore$  النقطة تحقق معادلته
- $\therefore S - 2 - \text{ص} = 1 \leftarrow ②$  بالتحويض منه من ١
- $\therefore S - 2(10 - \text{ص}) = 1 \leftarrow ③$
- $\therefore -4\text{ص} + 20 - S = 1 \leftarrow ④$
- $\therefore 4\text{ص} - S - 19 = 0 \leftarrow ⑤$

$$\therefore (4\text{ص} - 1)(S - 1) = 0 \quad \therefore \text{ص} = \frac{1}{4} \quad \therefore S = 10 \quad ①$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{4} = \frac{S-1}{4} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \quad ②$$

$$1, \text{ص} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad ③$$

$$\therefore \text{المقطة هي } \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) \text{ و } (10, 1) \quad ④$$

## اختبار الوحدة الأولى

$$\frac{\text{القانون العام}}{2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} & (1) \quad 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ & 3x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \\ & 3x + 5 = 6 \Rightarrow x = 1 \\ & \text{أكمل ما يأتي: } ① \end{aligned}$$

**للمزيد**

إذا كان  $(a, b, c) = (a + 1, 0, -b)$  فإن  $b + c = ?$  ②

أعلى اس في الدور  $\square$   $a + 2$   $\square$   $a + 3$  كثيرة حدود من الدرجة السادسة

إذا كان منحنى الدالة د حيث  $D(x) = x^2 - 1$  يمر بالنقطة  $(1, 0)$  فإن  $x = ?$  ③  
بالتعويض  $(1)^2 - 1 = 0$

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية: ④  $15x - 3 = 9$   
 $x + 3 = 7$

$x + 3 = 7$   $\rightarrow x = 4$  ببياناً وجبرياً ⑤  $x = 16$

$\square$   $x^2 - 4x + 1 = 0$  باستخدام القانون مقربا الناتج لأقرب رقمين عشرات  $x = ?$  ⑥  $\square$   $x = 2.2$

$\square$   $x^2 - 3x + 2 = 0$  ص = 1  $\rightarrow x = 1$  أوجد العددين ص = 9  $\rightarrow x = 4$

$\square$   $x^2 - 4x + 4 = 0$  ص = 4  $\rightarrow x = 2$  ناتج العabil  $(x+1)(x-1) = 0$   $\rightarrow x = -1, 1$  ⑦

رسم الشكل البياني للدالة د حيث  $D(x) = x^2 - 2$  في الفترة  $[2, 4]$  ⑧  $\square$   $x = 3$

ومن الرسم أوجد:

لكل  $\square$  ⑨  $\square$  مجموع حل المعادلة  $x^2 - 2x - 1 = 0$  ⑩  $\square$   $x = 4$  و  $x = 2$

معادلة محور التماثل  $\square$  مجموع حل المعادلة  $x^2 - 2x - 1 = 0$  ⑪  $\square$   $x = 1$

عددان مجموعهما 9، وحاصل ضربهما ساوي من  $x^2 - 2x - 1 = 0$  أوجد العددان ص = 9  $\rightarrow x = 4$  و  $x = 1$  صغير العabil ⑫

$(x-4)(x-1) = 0$  أاما  $x = 4$  مجموع حل المعادلة  $x^2 - 2x - 1 = 0$  العدادان 5  $\rightarrow x = 4, 1$  ⑬

أو  $x = 1$  مجموع حل المعادلة  $x^2 - 2x - 1 = 0$  العدادان 5  $\rightarrow x = 4, 1$  ⑭

٥ تحرك راكب دراجة من مدينة أشراقا صاحدا المدينة بـ شمالاً قاصداً المدينة

كم  $\square$  ج، فقطع مسافة 14 كم. فإذا كان مجموع مربعي المسافتين المقطوعة 100 كم، فأوجد أقصى

مسافة بين المدينتين  $\square$  ج  $x^2 + 14^2 = 100$   $\rightarrow x = 6$  مجموع مربعين  $\square$  ج  $x^2 + 14^2 = 100$   $\rightarrow x = 6$  ⑮

وينتاجون  $\square$  ج ناتج  $(x-6)(x+6) = 0$   $\rightarrow x = 6$  مجموع مربعين  $\square$  ج  $x^2 + 14^2 = 100$   $\rightarrow x = 6$  ⑯

عند قفز الدولفين فوق سطح الماء فإنه يرسم مساراً يتبع العلاقة:  $x = -2t^2 + 20$  حيث  $x$

ارتفاع الدولفين فوق سطح الماء،  $x$  المسافة الأفقية بالقدم. أوجد المسافة الأفقية التي يقطعها الدولفين

عند قفزه من الماء.  $x = -2t^2 + 20$   $\rightarrow t = \sqrt{10}$   $\rightarrow x = 0$  ⑰

$$x = -2t^2 + 20 = -2(\sqrt{10})^2 + 20 = -20 + 20 = 0$$

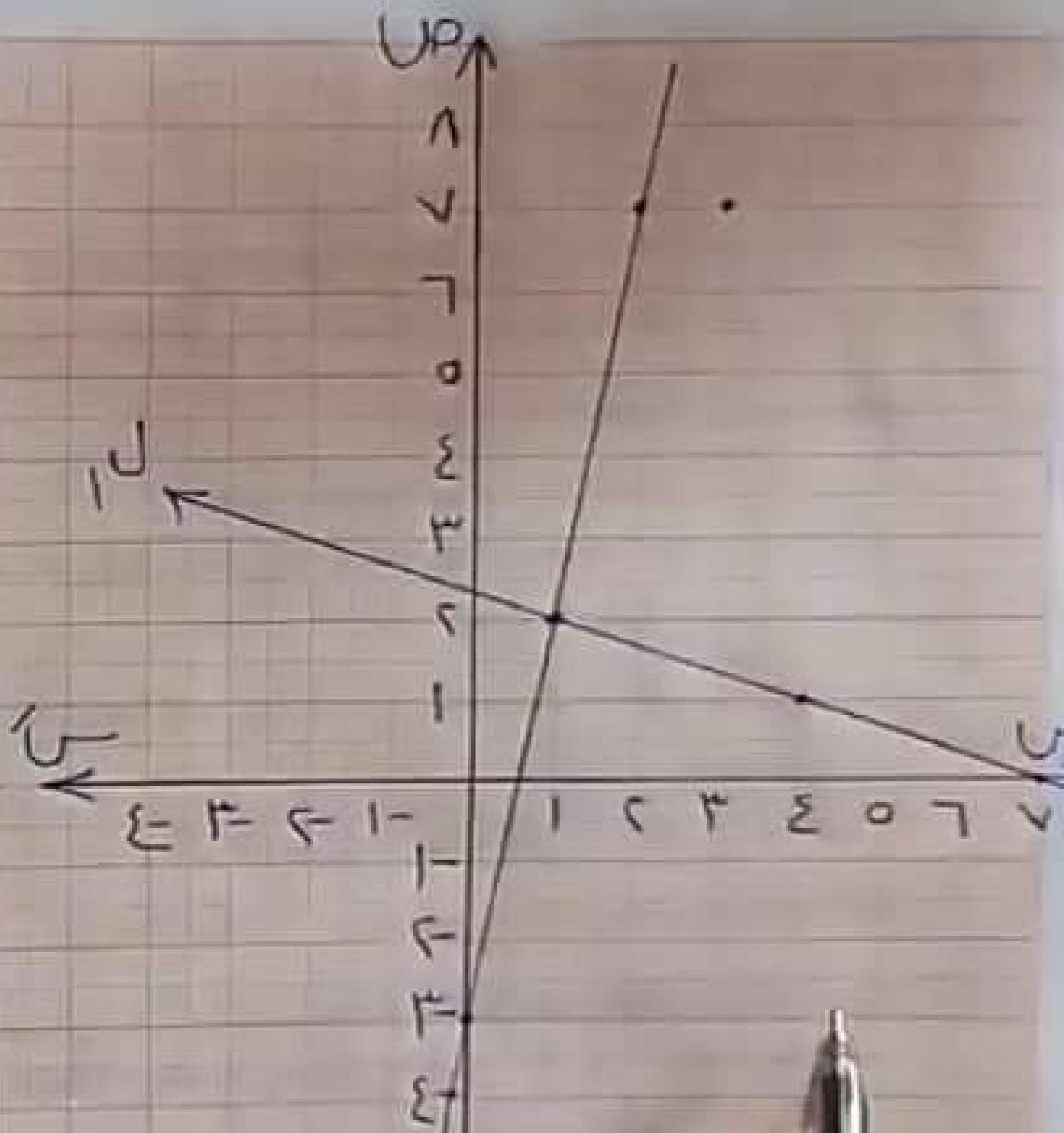
$\therefore x = 0$  مرفوضة

المسافة = 10 قدم ⑱

$$F = C_D - C_M \Delta V^2 \quad V = C_D \mu + C_M E(S)$$

			<	C
			>	-
			-	-
			3	3
			.	<
			-	3
			>	-
			3	3

KMS



# اختبار الوحدة الأولى

القانون العام س =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2x$

$$\begin{aligned} 1) \quad & 1 + 0 = 0 \rightarrow 0 = 0 - 1 \therefore 0 = 0 \\ & 0 = 0 \rightarrow 0 = 0 \therefore 0 = 0 \\ & 0 + 0 = 0 + 0 \therefore 0 = 0 \end{aligned}$$

١ أكمل ما يأتي:

لغم شيل

- أ إذا كان  $(0, 0) = (0, 1)$  فإن  $0 + 0 = 1$
- ب الدالة  $D$  حيث  $D(s) = s^2 + 2s^4$  كثيرة حدود من الدرجة السادسة
- ج إذا كان منحنى الدالة  $D$  حيث  $D(s) = s^2 - 1$  يمر بالنقطة  $(0, 0)$  فإن  $0 = 0$

$$2) \quad \text{أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية:} \\ \text{بالتعويض: } 1) \quad 15 - 3s = 9 \quad |+3s \\ 18s = 12 \quad |:12 \\ s = 1$$

$$2) \quad \text{أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية:} \\ \text{بالتعويض: } 1) \quad 16s - 5s = 7 \quad |-5s \\ 11s = 7 \quad |:11 \\ s = \frac{7}{11}$$

ب  $s^2 - 4s + 1 = 0$  باستخدام القانون مقرضاً الناتج لأقرب رقمين عشرات  $s = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{15}}$

ج  $s^2 - 4s + 1 = 0 \rightarrow s = 2 \pm \sqrt{3}$

هـ  $s = 2 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{(s+1)^2 - 4} = 2 + \sqrt{s^2 + 2s + 1 - 4} = 2 + \sqrt{s^2 + 2s - 3} = 2 + \sqrt{(s+3)(s-1)} = 2 + \sqrt{s+3} \cdot \sqrt{s-1}$

د  $s = 2 - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{(s-1)^2 - 4} = 2 - \sqrt{s^2 - 2s + 1 - 4} = 2 - \sqrt{s^2 - 2s - 3} = 2 - \sqrt{(s-3)(s+1)}$

٣ ارسم الشكل البياني للدالة  $D$  حيث  $D(s) = s^2 - 2s - 1$  في الفترة  $[2, 4]$

ومن الرسم أوجد:

$$1) \quad \text{معادلة محور التمايز: } s = 1 \\ 2) \quad \text{مجموعة حل المعادلة: } s^2 - 2s - 1 = 0 \rightarrow s = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$3) \quad \text{عددان مجموعهما 9، وحاصل ضربهما يساوى 2000. أوجد العددان: } s_1 = 90, s_2 = 10 \\ (s_1 - 50)(s_2 - 50) = 0 \rightarrow s_1 = 50, s_2 = 100 \\ \text{أو: } s_1 = 50, s_2 = 100$$

٤ تحرك راكب دراجة من مدينة أشراقا قاصداً المدينة بـ شالاً قاصداً المدينة كم؟

جـ فقط مسافة ١٤ كم. فإذا كان مجموع مربعي الماقتين المقطوعة ١٠٠ كم، فما مقدار مسافة بين المدينتين؟

دـ عند قفز الدولفين فوق سطح الماء فإنه يرسم مساراً ينبع العلاقة:  $s = 2 + 2s^2$  حيث  $s$  ارتفاع الدولفين فوق سطح الماء،  $s$  المسافة الأفقية بالقدم. أوجد المسافة الأفقية التي يقطعها الدولفين عند قفزه من الماء.

$$4) \quad \text{بالتعريف القانون العام: } s = -2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \dots$$

$$s = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \dots$$

هـ مروضنة

المسافة = ١٠ قدم

# الوحدة الثانية: الدوال الكسرية والعمليات عليها

## تمارين (٢ - ١)

للمبتدئين

### على مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعلقة:  $-x^3 = 1 - 2x - 4x^2 - 3x^3$ .

١- مجموعة أصفار الدالة  $D$ : حيث  $D(x) = -3x + 1$  هي:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow x = 1, 3 = 2, 3 = 1, 6$

٢- مجموعة أصفار الدالة  $D$ : حيث  $D(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$  هي:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 3 = x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٣- إذا كانت ص(د) =  $\underline{2}$ , د(س) =  $x^3 - 3$  م، فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 3 = x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٤- إذا كانت ص(د) =  $\underline{5}$ , د(س) =  $x^3 - 3x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٥- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٦- إذا كانت ص(د) =  $\underline{2}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٧- إذا كانت ص(د) =  $\underline{5}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٨- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

٩- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

١٠- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

١١- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

١٢- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

١٣- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

١٤- إذا كانت ص(د) =  $\underline{1}$ , د(س) =  $x^3 - 2x^2 + x + 1$  فإن متساوية:

د

ب

ج

ح

$x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -1$

على الدالة الكسرية الجبرية



أولاً ، ١) عيّن مجال كلّ من الدوال الكسرية الجبرية الآتية ثم اوجد ن (٠) و ن (٢) : إن أمكن

$$\text{مجال ن} = \frac{\text{ج}}{س+٣} \quad \text{مجال ن} = \frac{\text{ج}}{س-٢}$$

$$N(s) = \frac{s+3}{s+3} \quad N(s) = \frac{s-2}{s-2}$$

$$(s+4)(s-4) \rightarrow s^2 - 16 \rightarrow \text{مجال ن} = \frac{s^2 - 16}{s^2 - 16} = \frac{s^2 - 16}{s^2 - 16}$$

$$N(s) = \frac{s^2 - 16}{s^2 - 16} \rightarrow \text{مجال ن} = \frac{s^2 - 16}{s^2 - 16}$$

إذا كان مجال الدالة ن: ن (س) =  $\frac{s-1}{s^2 - 1}$  هو ج - ٢ فاوجد قيمة ج = ٦

$$s^2 - 1 = 38156 \rightarrow s = \pm 19$$

ثانياً : أوجد المجال المشترك لكلاً من ج - ٢ و س ، الماءع  $\rightarrow$  المجال المشترك  $\rightarrow$  ج - ٢ ، ٤

$$N(s) = \frac{1}{s+1} \quad N(s) = \frac{2}{s-3}$$

$$N(s) = \frac{2}{s-3} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٢ ، ٤} \rightarrow ١ - ٤$$

$$N(s) = \frac{3}{s-1} \quad N(s) = \frac{3}{s+1}$$

$$N(s) = \frac{3}{s+1} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٣ ، ٦} \rightarrow ١ - ٦$$

$$N(s) = \frac{4}{s-6} \quad N(s) = \frac{4}{s+6}$$

$$N(s) = \frac{4}{s+6} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٦ ، ٦} \rightarrow ٢ - ٦$$

$$N(s) = \frac{5}{s-1} \quad N(s) = \frac{5}{s+1}$$

$$N(s) = \frac{5}{s+1} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٦ ، ٦} \rightarrow ٢ - ٦$$

$$N(s) = \frac{6}{s-1} \quad N(s) = \frac{6}{s+1}$$

$$N(s) = \frac{6}{s+1} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٦ ، ٦} \rightarrow ٢ - ٦$$

$$N(s) = \frac{7}{s-7} \quad N(s) = \frac{7}{s+7}$$

$$N(s) = \frac{7}{s+7} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٧ ، ٧} \rightarrow ٣ - ٧$$

$$N(s) = \frac{8}{s-8} \quad N(s) = \frac{8}{s+8}$$

$$N(s) = \frac{8}{s+8} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٨ ، ٨} \rightarrow ٤ - ٨$$

$$N(s) = \frac{9}{s-9} \quad N(s) = \frac{9}{s+9}$$

$$N(s) = \frac{9}{s+9} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٩ ، ٩} \rightarrow ٥ - ٩$$

$$N(s) = \frac{10}{s-10} \quad N(s) = \frac{10}{s+10}$$

$$N(s) = \frac{10}{s+10} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٠ ، ١٠} \rightarrow ٦ - ١٠$$

$$N(s) = \frac{11}{s-11} \quad N(s) = \frac{11}{s+11}$$

$$N(s) = \frac{11}{s+11} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١١ ، ١١} \rightarrow ٧ - ١١$$

$$N(s) = \frac{12}{s-12} \quad N(s) = \frac{12}{s+12}$$

$$N(s) = \frac{12}{s+12} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٢ ، ١٢} \rightarrow ٨ - ١٢$$

$$N(s) = \frac{13}{s-13} \quad N(s) = \frac{13}{s+13}$$

$$N(s) = \frac{13}{s+13} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٣ ، ١٣} \rightarrow ٩ - ١٣$$

$$N(s) = \frac{14}{s-14} \quad N(s) = \frac{14}{s+14}$$

$$N(s) = \frac{14}{s+14} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٤ ، ١٤} \rightarrow ١٠ - ١٤$$

$$N(s) = \frac{15}{s-15} \quad N(s) = \frac{15}{s+15}$$

$$N(s) = \frac{15}{s+15} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٥ ، ١٥} \rightarrow ١١ - ١٥$$

$$N(s) = \frac{16}{s-16} \quad N(s) = \frac{16}{s+16}$$

$$N(s) = \frac{16}{s+16} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٦ ، ١٦} \rightarrow ١٢ - ١٦$$

$$N(s) = \frac{17}{s-17} \quad N(s) = \frac{17}{s+17}$$

$$N(s) = \frac{17}{s+17} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٧ ، ١٧} \rightarrow ١٣ - ١٧$$

$$N(s) = \frac{18}{s-18} \quad N(s) = \frac{18}{s+18}$$

$$N(s) = \frac{18}{s+18} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٨ ، ١٨} \rightarrow ١٤ - ١٨$$

$$N(s) = \frac{19}{s-19} \quad N(s) = \frac{19}{s+19}$$

$$N(s) = \frac{19}{s+19} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ١٩ ، ١٩} \rightarrow ١٥ - ١٩$$

$$N(s) = \frac{20}{s-20} \quad N(s) = \frac{20}{s+20}$$

$$N(s) = \frac{20}{s+20} \rightarrow \text{المجال المشترك} \rightarrow \text{ج - ٢٠ ، ٢٠} \rightarrow ١٧ - ٢٠$$

### على الدالة المكسريّة الاجبّرية



أولاً : ١- ممّن محال كل من الدوال الكسرية الاجبّرية ثم أوجدن  $(x)$  ،  $\ln \left( \frac{x}{x-1} \right)$  ، إن أمكن

$$\begin{aligned} 1- \text{محال} &= \frac{\ln(x)}{x+1} \\ \boxed{\ln(x)} &= \frac{x+1}{x-1} \\ \ln(x) &= \frac{x^2-1}{x-1} \\ \ln(x) &= \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \\ \ln(x) &= x+1 \\ \ln(x) &= \frac{x+1}{x-1} \\ \ln(x) &= \frac{x-1}{x+1} \\ \ln(x) &= \frac{1}{x+1} \\ \ln(x) &= \frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

٢- إذا كان مجال الدالة  $N(s) = \frac{s^2 + s}{s-1}$  فما هي قيمة  $s$  .

$$s^2 + s = 0$$

$$s(s+1) = 0$$

$$s = 0 \quad \text{or} \quad s = -1$$

ثانياً : أوجد المجال المشتركة لكلاً من  $h(x) = 2 - \ln(x)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-1)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-2)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-3)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-4)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-5)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-6)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-7)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-8)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-9)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-10)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-11)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-12)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-13)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-14)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-15)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-16)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-17)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-18)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-19)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-20)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-21)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-22)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-23)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-24)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-25)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-26)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-27)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-28)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-29)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-30)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-31)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-32)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-33)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-34)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-35)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-36)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-37)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-38)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-39)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-40)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-41)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-42)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-43)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-44)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-45)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-46)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-47)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-48)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-49)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-50)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-51)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-52)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-53)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-54)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-55)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-56)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-57)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-58)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-59)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-60)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-61)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-62)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-63)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-64)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-65)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-66)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-67)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-68)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-69)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-70)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-71)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-72)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-73)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-74)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-75)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-76)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-77)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-78)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-79)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-80)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-81)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-82)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-83)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-84)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-85)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-86)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-87)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-88)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-89)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-90)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-91)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-92)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-93)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-94)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-95)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-96)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-97)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-98)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-99)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-100)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-101)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-102)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-103)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-104)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-105)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-106)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-107)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-108)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-109)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-110)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-111)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-112)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-113)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-114)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-115)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-116)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-117)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-118)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-119)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-120)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-121)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-122)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-123)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-124)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-125)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-126)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-127)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-128)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-129)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-130)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-131)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-132)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-133)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-134)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-135)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-136)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-137)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-138)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-139)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-140)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-141)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-142)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-143)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-144)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-145)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-146)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-147)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-148)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-149)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-150)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-151)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-152)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-153)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-154)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-155)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-156)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-157)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-158)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-159)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-160)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-161)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-162)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-163)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-164)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-165)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-166)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-167)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-168)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-169)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-170)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-171)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-172)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-173)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-174)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-175)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-176)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-177)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-178)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-179)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-180)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-181)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-182)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-183)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-184)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-185)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-186)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-187)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-188)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-189)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-190)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-191)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-192)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-193)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-194)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-195)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-196)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-197)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-198)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-199)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-200)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-201)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-202)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-203)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-204)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-205)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-206)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-207)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-208)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-209)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-210)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-211)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-212)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-213)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-214)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-215)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-216)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-217)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-218)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-219)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-220)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-221)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-222)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-223)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-224)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-225)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-226)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-227)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-228)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-229)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-230)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-231)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-232)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-233)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-234)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-235)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-236)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-237)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-238)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-239)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-240)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-241)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-242)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-243)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-244)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-245)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-246)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-247)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-248)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-249)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-250)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-251)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-252)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-253)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-254)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-255)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-256)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-257)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-258)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-259)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-260)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-261)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-262)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-263)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-264)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-265)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-266)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-267)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-268)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-269)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-270)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-271)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-272)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-273)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-274)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-275)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-276)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-277)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-278)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-279)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-280)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-281)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-282)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-283)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-284)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-285)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-286)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-287)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-288)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-289)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-290)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-291)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-292)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-293)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-294)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-295)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-296)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-297)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-298)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-299)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-300)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-301)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-302)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-303)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-304)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-305)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-306)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-307)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-308)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-309)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-310)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-311)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-312)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-313)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-314)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-315)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-316)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-317)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-318)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-319)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-320)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-321)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-322)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-323)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-324)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-325)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-326)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-327)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-328)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-329)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-330)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-331)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-332)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-333)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-334)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-335)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-336)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-337)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-338)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-339)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-340)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-341)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-342)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-343)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-344)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-345)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-346)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-347)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-348)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-349)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-350)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-351)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-352)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-353)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-354)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-355)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-356)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-357)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-358)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-359)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-360)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-361)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-362)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-363)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-364)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-365)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-366)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-367)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-368)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-369)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-370)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-371)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-372)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-373)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-374)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-375)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-376)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-377)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-378)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-379)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-380)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-381)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-382)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-383)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-384)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-385)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-386)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-387)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-388)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-389)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-390)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-391)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-392)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-393)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-394)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-395)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-396)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-397)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-398)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-399)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-400)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-401)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-402)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-403)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-404)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-405)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-406)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-407)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-408)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-409)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-410)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-411)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-412)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-413)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-414)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-415)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-416)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-417)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-418)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-419)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-420)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-421)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-422)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-423)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-424)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-425)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-426)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-427)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-428)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-429)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-430)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-431)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-432)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-433)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-434)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-435)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-436)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-437)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-438)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-439)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-440)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-441)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-442)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-443)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-444)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-445)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-446)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-447)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-448)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-449)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-450)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-451)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-452)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-453)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-454)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-455)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-456)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-457)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-458)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-459)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-460)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-461)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-462)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-463)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-464)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-465)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-466)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-467)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-468)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-469)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-470)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-471)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-472)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-473)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-474)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-475)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-476)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-477)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-478)$  ،  $g(x) = 2 - \ln(x-479)$  ،  $h(x) = 2 - \ln(x-480)$  ،  $i(x) = 2 - \ln(x-481)$  ،  $j(x) = 2 - \ln(x-482)$  ،  $k(x) = 2 - \ln(x-483)$  ،  $l(x) = 2 - \ln(x-484)$  ،  $m(x) = 2 - \ln(x-485)$  ،  $n(x) = 2 - \ln(x-486)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-487)$  ،  $p(x) = 2 - \ln(x-488)$  ،  $q(x) = 2 - \ln(x-489)$  ،  $r(x) = 2 - \ln(x-490)$  ،  $s(x) = 2 - \ln(x-491)$  ،  $t(x) = 2 - \ln(x-492)$  ،  $u(x) = 2 - \ln(x-493)$  ،  $v(x) = 2 - \ln(x-494)$  ،  $w(x) = 2 - \ln(x-495)$  ،  $x(x) = 2 - \ln(x-496)$  ،  $y(x) = 2 - \ln(x-497)$  ،  $z(x) = 2 - \ln(x-498)$  ،  $o(x) = 2 - \ln(x-499)$  ،  $f(x) = 2 - \ln(x-500)$

مثال: أوجد المجال الممترتك بكل مما ياتي:

$$M = 2 - \{ 3 - 2 - 3 \} \rightarrow 2 - 3 . \quad \text{1}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} - 2 - 3 . \quad \text{2}$$

$$M = 2 - \{ 3 - 0 \} 7 \rightarrow 2 - \{ 7 \} . \quad \text{3}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} 9 M = 2 - \{ 9 \} . \quad \text{4}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 0 \} . \quad \text{5}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 19 \} . \quad \text{6}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 19 \} . \quad \text{7}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{8}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{9}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{10}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{11}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{12}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{13}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{14}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{15}$$

$$M = 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} \rightarrow 2 - \{ 3 \} . \quad \text{16}$$

كتاب الرياضيات: المصف الثالث الاعدادي

## لتمثيل

### على الدالة الكسرية الجبرية

أولاً ، ① عين مجال كل من الدوال الكسرية الجبرية الآتية ثم أوجدهن (٠) ن (٢)، ن (-٢)؛ إن أمكن

$$\text{مجال} = \frac{1}{x+2}, \quad \text{ن}(س) = \frac{x-2}{x+1}$$

$$\text{ن}(س) = \frac{x^2-4}{x+1} \quad \text{من } (س-1)(س+1) \quad \text{ن}(س) = \frac{x^2-1}{x+1} \quad \text{لا يعلمكم قليله فلا يوجد} \\ \text{أصحاب الدالة من } x = 1 \quad \text{ن}(س) = \frac{x^2-1}{x+1} \quad \text{ن}(س) = \frac{x^2-1}{x+1}$$

إذا كان مجال الدالة ن: ن(س) =  $\frac{s-1}{s^2+1}$  هو ح - ٢ (٢) فأوجد قيمة ا. ٦ = ٢

$$2381369 \quad \text{ثانياً، أوجد المجال المشترك لكلا من: ح - } \frac{1}{s+1}, \text{ العال المشتركة} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s-1}, \text{ العال المتقابل} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s+1}$$

$$1 \quad \text{ن}(س) = \frac{1}{s+1}, \text{ ن}(س) = \frac{2}{s-1} \quad \text{ن}(س) = \frac{2}{s-1} \quad \text{الحال المشتركة} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s+1}, \text{ العال المتقابل} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s-1}$$

$$2 \quad \text{ن}(س) = \frac{3}{s^2-s} \quad \text{ن}(س) = \frac{3}{s(s-1)} \quad \text{الحال المشتركة} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s-1}, \text{ العال المتقابل} \leftarrow \text{ح - } \frac{1}{s+1}$$

$$3 \quad \text{ن}(س) = \frac{2}{s^2+4s+4} \quad \text{ن}(س) = \frac{2}{(s+2)^2} \quad \text{ن}(س) = \frac{2}{(s+2)^2}$$

$$4 \quad \text{ن}(س) = \frac{6}{s^2+5s+6} \quad \text{ن}(س) = \frac{6}{(s+2)(s+3)} \quad \text{ن}(س) = \frac{6}{(s+2)(s+3)}$$

$$5 \quad \text{ن}(س) = \frac{1}{s^2-4s+4} \quad \text{ن}(س) = \frac{1}{(s-2)^2} \quad \text{ن}(س) = \frac{1}{(s-2)^2}$$

$$6 \quad \text{ن}(س) = \frac{3}{s^2-4s+3} \quad \text{ن}(س) = \frac{3}{(s-1)(s-3)} \quad \text{ن}(س) = \frac{3}{(s-1)(s-3)}$$

$$7 \quad \text{ن}(س) = \frac{5}{s^2-4s-5} \quad \text{ن}(س) = \frac{5}{(s-5)(s+1)} \quad \text{ن}(س) = \frac{5}{(s-5)(s+1)}$$

$$8 \quad \text{ن}(س) = \frac{7}{s^2-4s+7} \quad \text{ن}(س) = \frac{7}{(s-2)^2+3} \quad \text{ن}(س) = \frac{7}{(s-2)^2+3}$$

$$9 \quad \text{ن}(س) = \frac{9}{s^2-4s+9} \quad \text{ن}(س) = \frac{9}{(s-3)^2+6} \quad \text{ن}(س) = \frac{9}{(s-3)^2+6}$$

$$10 \quad \text{ن}(س) = \frac{11}{s^2-4s+11} \quad \text{ن}(س) = \frac{11}{(s-2)^2+7} \quad \text{ن}(س) = \frac{11}{(s-2)^2+7}$$

$$11 \quad \text{ن}(س) = \frac{13}{s^2-4s+13} \quad \text{ن}(س) = \frac{13}{(s-2)^2+9} \quad \text{ن}(س) = \frac{13}{(s-2)^2+9}$$

$$12 \quad \text{ن}(س) = \frac{15}{s^2-4s+15} \quad \text{ن}(س) = \frac{15}{(s-2)^2+11} \quad \text{ن}(س) = \frac{15}{(s-2)^2+11}$$

$$13 \quad \text{ن}(س) = \frac{17}{s^2-4s+17} \quad \text{ن}(س) = \frac{17}{(s-2)^2+13} \quad \text{ن}(س) = \frac{17}{(s-2)^2+13}$$

$$14 \quad \text{ن}(س) = \frac{19}{s^2-4s+19} \quad \text{ن}(س) = \frac{19}{(s-2)^2+15} \quad \text{ن}(س) = \frac{19}{(s-2)^2+15}$$

$$15 \quad \text{ن}(س) = \frac{21}{s^2-4s+21} \quad \text{ن}(س) = \frac{21}{(s-2)^2+17} \quad \text{ن}(س) = \frac{21}{(s-2)^2+17}$$



نغم نبيل



# الرياضيات

## ثانية الهندسة

الصف الثالث الاعدادي  
الفصل الدراسي الثاني

٢٠٢١ - ٢٠٢٠



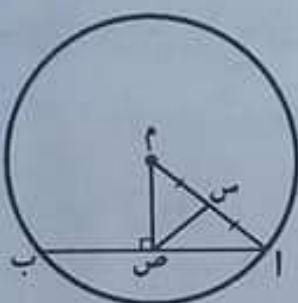
غير مصرح بتداول هذا الكتاب  
خارج وزارة التربية والتعليم  
والتعليم الفني

# الوحدة الرابعة : الدائرة

## تمارين (٤ - ١)

### على تعاريف و مفاهيم أساسية

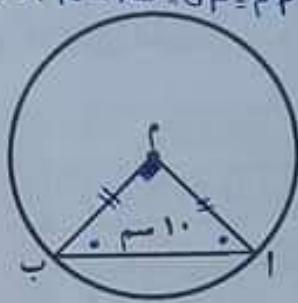
$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154 \text{ سم}^2$$



$\text{م} \angle \text{ص} = 7 \text{ سم}$ ,  $\pi = \frac{22}{7}$   
مساحة الدائرة =  $154 \text{ سم}^2$

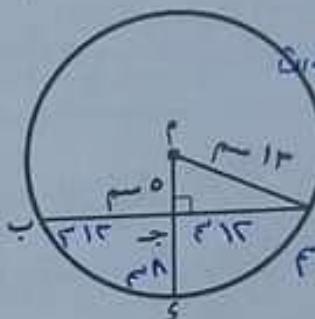
١٥٩٥ متساوية السizen

١٦٠٣ دائرات، أكمل:



$$\text{م} \angle \text{ج} = 10^\circ$$

$$\therefore \text{مساحة قائم في } 3 = 90^\circ \times \pi \times 10^2 = 900\pi \text{ سم}^2$$



$$\text{أب} = 54 \text{ سم}$$

$$\text{ج} \angle \text{د} = 12^\circ$$

$$\therefore \text{مساحة دائرة} = \pi r^2 = \pi \times 12^2 = 144\pi \text{ سم}^2$$

$$\text{أيضاً} = 12^\circ$$

$$= 36^\circ$$

$$= 54^\circ$$

$$= 132^\circ$$

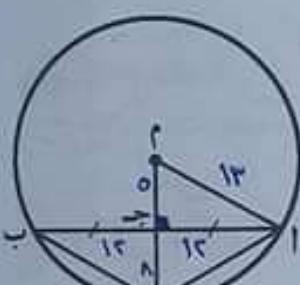
$$= 12^\circ$$

٢٠١٦ في الشكل المقابل: م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم،

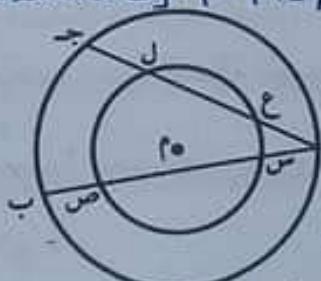
أب وتر فيها طوله ٢٤ سم، ج منتصف أب، م ج الدائرة م = (١)

$$\therefore \text{مساحة المثلث أب ج} = \frac{1}{2} \times 24 \times 13 = 156 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{مساحة المثلث أب ج} = 156 \text{ سم}^2$$



شكل (٢)

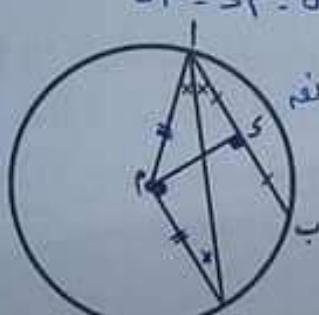


٣ - في الأشكال المقابلة: اذكر القطع المستقيمة المتساوية في الطول؟ فر إجابتك.

١٦٠٣ س = ص ب ٦٤ = ل ج كلام الابنون مشركتان في المركز (٣) ، س ص ب ٦٤ = ل ج كلام الابنون

١٦٠٣ ل = د ج أقطار في الدائرة الكبرى س ص ب ٦٤ = ع ج أقطار في الدائرة الكروية

١٦٠٣ س = م ص ب ٦٤ = م ل = م ج = م د = م س



٤ - في الشكل المقابل: أب وتر في الدائرة م، م ج (٤٥) د = ل ج

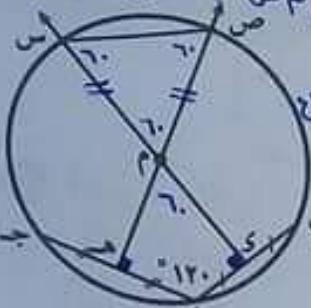
اج ينصف بـ ج ويقطع الدائرة م في ج.

إذا كان ج منتصف أب م ج (٤٥) د = م ج (٤٦) د = م ج (٤٧) د

فأثبتت أن ج م ل ج . م منصف بـ ج . م ج (٤٨) د = م ج (٤٩) د

١٦٠٣ د = م ج (٤٩) د = م ج (٤٧) د

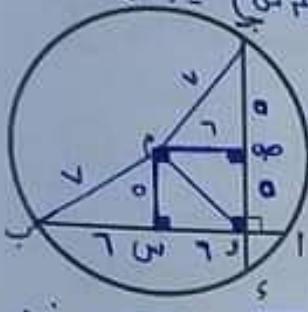
بالمثل: هـ متـصـفـد:  $m\angle A = m\angle C = 90^\circ$ .  $\therefore$  هـ متـصـفـد:  $m\angle B = m\angle D = 90^\circ$ .



٥ في الشكل المقابل:  $AB \parallel CD$  وتران في الدائرة  $m\angle A = m\angle C = 90^\circ$   $\therefore$   $m\angle B = m\angle D = 90^\circ$   $\therefore$   $m\angle B + m\angle D = 180^\circ$  وتساوياً لأنها معاً من قطعها الدائرة في  $CD$ ،  $AB$  على الترتيب.

أثبتت أن المثلث  $SCS$  متساوياً الأضلاع.

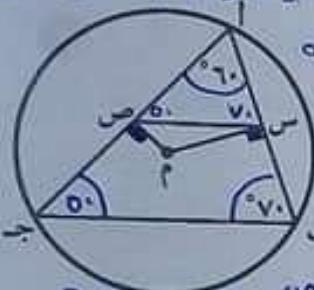
(٦) الحال: نرسم  $MN \perp AB$  و  $NP \perp CD$   $\therefore$   $m\angle MNP = 90^\circ$



في الشكل المقابل: دائرة م طول نصف قطرها ٧ سم، في التكيل الرباعي  $AB \parallel CD$  وتران متـعادـدان ومتـقـاطـعـانـ فيـ النـقطـةـ وـ  $(MNP)$

إذا كان  $AB = 12$  سم،  $CD = 10$  سم، أوجـد طـولـ  $MN$  وـ  $NP$

$$\therefore MN = NP = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5 \text{ سم} \quad \therefore \text{الشكل } MNP \text{ متساوياً}$$



في الشكل المقابل: في الدائرة  $M$   $\angle A = \angle C = 50^\circ$

وـ  $\angle B = 60^\circ$ ، وـ  $\angle D = 70^\circ$   $\therefore$   $SCS$  متـصـفـد

أوجـد قـيـاسـاتـ زـوـاـيـةـ  $SCS$   $\therefore$   $SCS$  يـصـلـيـنـ مـصـفـيـلـيـنـ  $AB$  وـ  $CD$

$$\therefore \angle BSC = 180^\circ - \angle B - \angle D = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ \quad \therefore \angle BSC = 50^\circ$$

٧  $AB \parallel CD$  وتران متـواـزـيانـ فيـ الدـائـرـةـ  $M$ ،  $AB = 12$  سم،  $CD = 10$  سم. أوجـد البـعدـ بـيـنـ هـذـيـنـ الـوـتـرـيـنـ

إذا كان طـولـ نـصـفـ قـطـرـ الدـائـرـةـ  $M = 10$  سم. هل تـوـجـدـ إـجـابـاتـ أـخـرىـ؟ـ فـسـرـ إـجـابـتكـ.

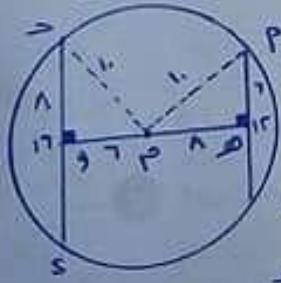
الحال: نرسم  $MN \perp AB$  الصـافـيـاـقـطـاـ،ـ نـرـسـمـ  $MP \perp CD$  وـ  $NP \perp AB$

**الغمرين**



فكـرـ إـذـاـ كـانـ  $AB$ ،ـ  $CD$ ـ وـ تـرـيـنـ فـيـ دـائـرـةـ حـيـثـ  $AB \parallel CD$ ،ـ أـىـ الـوـتـرـيـنـ أـقـرـبـ إـلـىـ مـرـكـزـ

الـرـهـانـ



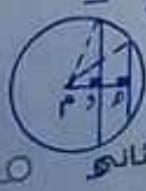
فـيـ ٢ـ هـوـمـ الـقـائـمـ الزـاوـيـةـ فـيـ هـ  $\therefore$  بالـغـلـ فـيـ ٤ـ هـ الـقـائـمـ الزـاوـيـةـ  $SCS$  وـ  $MNP$

$$\therefore \angle BSC = \angle MNP = 90^\circ \quad \therefore \angle BSC = \angle MNP$$

لـحـمـ تـوـجـدـ إـجـابـاتـ أـخـرىـ،ـ إـذـاـ كـانـ الـمـسـقـيـنـ فـيـ رـفـنـ الـأـبـاـهـ مـنـ الـمـرـكـزـ

لـخـدـ طـولـ  $MN = 6$  سـمـ كـمـاـ فـيـ الـرـهـانـ السـابـقـ  $MN = 8$  سـمـ

$$\therefore MN = 6 - 8 = -2 \text{ سـمـ} \quad \text{الـعـرـبـيـنـ الـمـسـقـيـنـ}$$



٦ منتصف  $\overline{AC}$  :  $C \hat{A} C = 90^\circ$  : مجموع قياس زوايا المثلث الرباعي  $= 360^\circ$   
بالمثل :  $D$  منتصف  $CD$  :  $C \hat{D} D = 90^\circ$  :  $(C \hat{D} D) + (D \hat{A} C) = 180^\circ$  :  $(C \hat{D} D) = 90^\circ - (D \hat{A} C)$   
في الشكل المقابل :  $AB$ ،  $AD$  وتران في الدائرة  $M$   $\angle ACD = 90^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 60^\circ$   $\angle D = 60^\circ$   
يحصران زاوية قياسها  $120^\circ$ ، في  $\triangle ABC$  مجموع مساحات المثلث بالرأس  $= 60^\circ$   
ك،  $H$  منتصف  $AB$ ،  $A \hat{H} B = 90^\circ$   $\angle H = 60^\circ$  !  $H$  وتساوي الاملاع  
فقطعا الدائرة في  $S$ ،  $S$  على الترتيب.

أثبتت أن المثلث  $S$  متساوی الأضلاع.

الحل: نرسم  $M$   $\perp AB$  و  $M$   $\perp BC$   $M$   $\perp AC$   $\angle A = 60^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 60^\circ$

البرهان:  $\angle A = \angle B = \angle C$   $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  بالمثل  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$   
 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$   $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$   $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$   $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

٧ في الشكل المقابل: دائرة  $M$  طول نصف قطرها  $7$  سم، في المثلث الرباعي  $ABCD$   
 $AB$ ،  $CD$  وتران متعامدان ومتقاطعان في النقطة  $O$ . ( $M$   $\perp AB$ )

فإذا كان  $AB = 12$  سم،  $CD = 10$  سم، **أوجد طول  $M$**

$\angle A = 60^\circ$ ،  $\angle B = 70^\circ$  :  $S$  منتصف  $AB$  :  $M \perp AB$   $\angle A = 60^\circ$   $\angle B = 70^\circ$

**أوجد قياسات زوايا المثلث  $BCD$**  :  $S$  صordinates منصفان لبعدين  $AB$ ،  $CD$

$\angle C = 50^\circ$  في وضع ظاهر  $\angle C = 50^\circ$  في وضع ظاهر  $\angle C = 50^\circ$  ( $M \perp CD$ )

$\angle D = 90^\circ$  ( $M \perp CD$ )  $\angle D = 90^\circ$  ( $M \perp CD$ )

٨ في الشكل المقابل: في الدائرة  $M$   $\perp AB$ ،  $M$   $\perp CD$   $\angle A = 120^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 50^\circ$   $\angle D = 90^\circ$

**إذا كان طول نصف قطر الدائرة  $M = 10$  سم. هل توجد إجابات أخرى؟ فسر إجابتك.**

الحل: نرسم  $M$   $\perp AB$   $M$   $\perp CD$   $\angle A = 120^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 50^\circ$   $\angle D = 90^\circ$

**فكرة** إذا كان  $AB$ ،  $CD$  وتران في دائرة حيث  $A > B > C$ ، أي الوتران أقرب إلى مركز

الدائرة؟ فسر إجابتك.

البرهان:  $M$   $\perp AB$  :  $M$   $\perp CD$  :  $M$   $\perp AD$  :  $M$   $\perp BC$   $\angle A = 120^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 50^\circ$   $\angle D = 90^\circ$

في  $\triangle ABC$   $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   $\angle A = 120^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 50^\circ$   $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle A = 120^\circ$   $\angle B = 60^\circ$   $\angle C = 50^\circ$   $\angle D = 90^\circ$   $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

الجمع  $(\angle A + \angle B) + (\angle C + \angle D) = 360^\circ$   $\angle A + \angle B = 180^\circ$   $\angle C + \angle D = 180^\circ$

«الorem توجر إجابات أخرى» إذا كان المستقيمين في نفس الاتجاه من المركز

لجد طول  $M$   $\perp AB$  و  $M$  كما في البرهان السابق  $M \perp AB$   $M \perp CD$

$\therefore M = 6$  سم . البرهان بين المستقيمين

كتاب آلات الشطة والتدريبات، الفصل الدراسي الثاني

الأشراف برئاسة هاوس

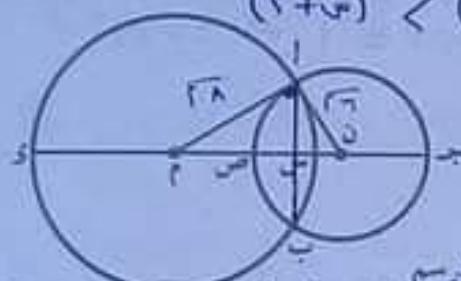
على أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة  
بالنسبة لدائرة

- ١) أكمل ما يأنى:  $\angle = ٣٤$  . . . لـ يبعد عن مركزها  $٣٤$  . . . لـ مس للدائرة
- إذا كان طول قطر الدائرة  $٨$  سم، المستقيم  $L$  يبعد عن مركزها  $٤$  سم، فإن  $L$  يكون  $\underline{\text{مسافة}}$
  - إذا كان سطح الدائرة  $M$  سطح الدائرة  $N$  . . . فإن الدائريتين  $M$ ،  $N$  تكونان  $\underline{\text{متقاطعتان}}$  من الخارج [أو - في - في]  $L$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان، طولاً نصف قطريهما  $٣$  سم،  $٤$  سم على الترتيب، فإن:  $M \in [A, L]$
  - إذا كانت مساحة الدائرة  $M = ١٦ \text{ سم}^٢$ ، النقطة في مستوىها حيث  $M = ١$  سم، فإن انتقال خارج الدائرة  $M$ :  $\frac{١٦}{\pi} = ٥$   $\text{سم}^٢ = ٥$   $\text{سم}^٢$  . . .  $L$  يقع خارج الدائرة.
  - دائرة  $M$  طول قطرها  $٦$  سم، فإذا كان المستقيم  $L$  يقع خارج الدائرة  $M$ :  $M \in L > N$  . . .  $L$  يبعد عن مركز الدائرة  $M$   $٣$   $\text{سم}$  . . . المستقيم  $L \in [M, N]$
  - دائرة طول قطرها  $(٢s + ٥)$  سم، المستقيم  $L$  يبعد عن مركزها مسافة  $(s + ٢)$  سم فإن المستقيم  $L$  يكون  $\underline{\text{قاطل لها}}$   $N$ :  $s = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$   $\text{سم} < (s + ٢)$

٢) في الشكل المقابل:  $M$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان في  $A, B$

طولاً نصف قطريهما  $١$  سم،  $١$  سم على الترتيب،

مس  $AB = ٤$  سم. ادرس الشكل ثم أجب عن الأسئلة الآتية:



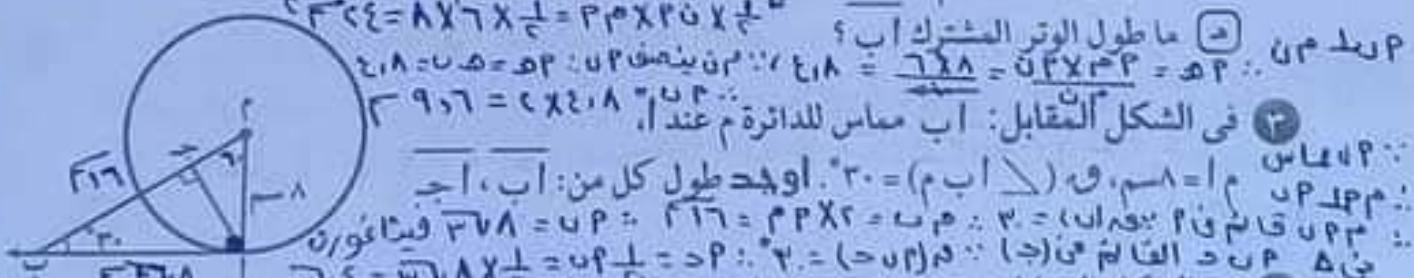
أكمل:  $AB = ٤$  . . . سم،  $MN = ٥$  . . . سم،  $MB = ٢$  . . . سم،  $NA = ٣$  . . . سم =  $DN = NC$

هل محيط المثلث  $AMN$  = طول  $AB$ ? فسر إجابتك.  $N$   $\in$   $[A, B]$   $\Rightarrow$   $AN + NM + MN = AB + MB + BN$

ما قياس زاوية  $NAM = ٩٠^\circ$ ?  $\square$  يوجد مساحة المثلث  $AMN = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot NC = \frac{1}{2} \cdot ٤ \cdot ٣ = ٦$

٣) ما طول الوتر المترافق  $AB$ ?  $\square$   $AB = \sqrt{MN^2 - NC^2} = \sqrt{٥^2 - ٣^2} = ٤$

٤) في الشكل المقابل:  $AB$  مس للدائرة  $M$  عند  $A$ .



$AB = ٤$  مس  $M$ ،  $O(A, B) = ٣٠^\circ$ . أوجد طول كل من:  $AB$ ،  $AO$

$\therefore$   $AB = ٤$  قائم في  $OAB$ :  $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{٥^2 - ٣^2} = ٤$

في  $ABC$   $\angle C = ٩٠^\circ$   $\angle A = ٣٠^\circ$   $\angle B = ٦٠^\circ$   $\therefore$   $AC = BC = \sqrt{٣^2 + ٣^2} = \sqrt{١٨} = ٣\sqrt{٢}$

٥) في الشكل المقابل:  $M$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان في  $A, B$

مس  $AB = ٦$  سم،  $MN = ٧$  سم ونصف  $AB = ٣$  سم.  $M \in [A, B]$

$\therefore$   $AB = ٦$  . . .  $\angle B = ٦$  . . . درجة  $\angle A = ٣$  . . . درجة

$\therefore$   $\angle B = ٦$  . . . درجة  $\angle A = ٣$  . . . درجة

$\therefore$   $\angle B = ٦$  . . . درجة  $\angle A = ٣$  . . . درجة

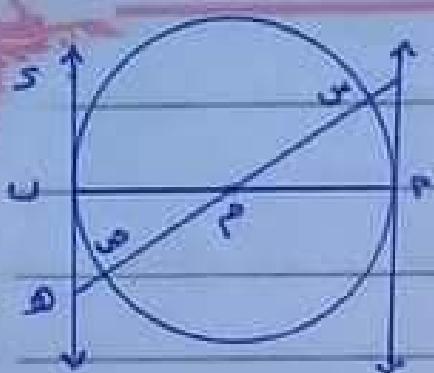
$\therefore$  أثبت أن  $AB$  مس للدائرة  $M$  عند  $B$ .

٦)  $AB$  قطر في الدائرة  $M$ ،  $O(M, B) = ١٢٥^\circ$ ،  $O(M, A) = ١٣٦^\circ$ ،  $AB = ٦$  . . . سم

الدائرة  $M$  في  $S$ ،  $AB$  وقطع  $BC$  في  $H$ . أثبت أن:  $JS = CH$

$M$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان في  $A, B$ :  $M \in [A, B] = ٥٢^\circ$

$M = ١٢$  سم،  $N = ٩$  سم،  $MN = ١٥$  سم. أوجد طول  $AB$ .



(٥) تحدد عما يلي عند  $\overline{AB}$ :

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

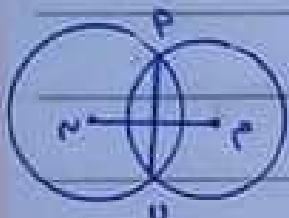
تحدد عما يلي عند  $\overline{OC}$ :

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ$$

نحو ٥٥٦٣٢٥٠٣ ميل = ق (١٤٣٩) هـ (١٤٣٩) مـ = ٦٣٥ بال مقابل بالواحد ما

$\overline{OC} = \overline{AC} = \overline{BC}$  ينطبق ٥٥٦ ونحو أن  $\overline{OC} = \overline{AC} = \overline{BC}$   $\rightarrow$  ①

$\therefore \sin^2 \theta = \cos^2 \theta = \frac{1}{2}$  بالطرح ①:  $\cos \theta = \sin \theta$



(٦) لهم خط مركزين ،  $\overline{OC}$  و  $\overline{OB}$  مستو لهما المتقross

$$\therefore \overline{OC} \perp \overline{AB}$$

$$1439 \text{ مـ} : (١٤٣٩)^\circ = 144^\circ - 143^\circ = 1^\circ$$

$$\therefore (١٤٣٩)^\circ = (١٤٣٩)^\circ + (١٤٣٩)^\circ : \text{لـ ١٤٣٩ مـ قائم فـ } 1^\circ$$

$$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{1439}{15} = 95.9333 \text{ مـ}$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{1439 \times 95.9333} = 120.4 \text{ مـ}$$



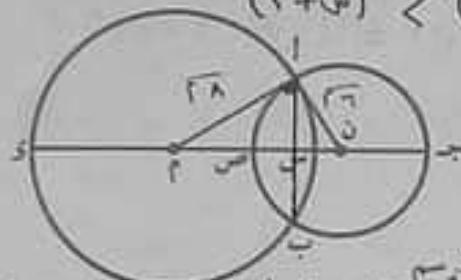
على أوضاع نقطلة ومستقيم ودائرة  
بالنسبة لدائرة

٣٤ - مل میں للاواہہ :: مل بسٹر عن مرکزیہ اے ۱۰ - ۲۶ ::

- ١٠** أكمل ما ياتي:  $\pi = \frac{22}{7}$  =  $\frac{3}{\square}$  =  $\frac{22}{\square}$  =  $\frac{22}{21}$  =  $\frac{22}{22}$  =  $\frac{22}{20}$  =  $\frac{22}{19}$  =  $\frac{22}{18}$  =  $\frac{22}{17}$  =  $\frac{22}{16}$  =  $\frac{22}{15}$  =  $\frac{22}{14}$  =  $\frac{22}{13}$  =  $\frac{22}{12}$  =  $\frac{22}{11}$  =  $\frac{22}{10}$  =  $\frac{22}{9}$  =  $\frac{22}{8}$  =  $\frac{22}{7}$  =  $\frac{22}{6}$  =  $\frac{22}{5}$  =  $\frac{22}{4}$  =  $\frac{22}{3}$  =  $\frac{22}{2}$  =  $\frac{22}{1}$

نقطة ٢٣: دائرات مغلقة قطعها ٦م، فإذا كان المستقيم  $L$  يقع خارج الدائرة، فإن بعد مركز الدائرة عن  $L$  هو  $\sqrt{3^2 - 3^2} = \sqrt{0} = 0$

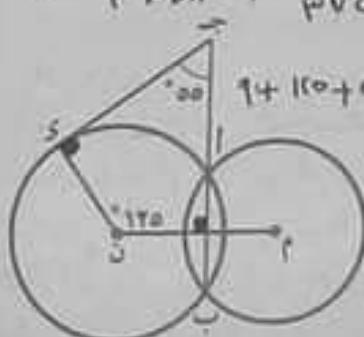
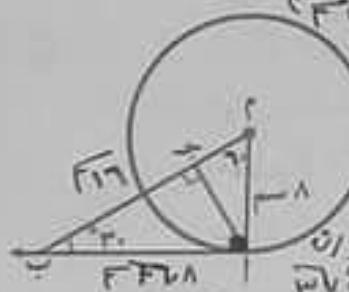
- ٦) دائرة طول قطرها  $(2r + 5)$  سم، المستقيم  $L$  يبعد عن مركزها مسافة  $(s + 2)$  سم فإن المستقيم  $L$  يكون قطاعاً لها إذا  $\frac{r^2}{(s+5)^2} < (s+2)^2$



٢ في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب

طولاً نصف قطر بعدها ٨ سم، آسم على الترتيب،

من ص = ٤ سم . ادرس الشكل ثم أجب عن الأسئلة الآتية :



اب قطع في الدائرة، أج، بـ، معasan للدائرة، جم قطع  
الدائرة في س، ص ويقطع بـ في هـ. اثبتت ان: جـس = صـهـ

۶- م، ن دائزتان مقاطعتان في ا، ب،  $\overline{AB} = ۵۹۲$  = ۱۴۹۶



الدرس

4

## تعين الدائرة

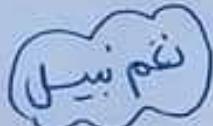
على تعين الدائرة

١) إذا كان لـ مستقيماً في المستوى، نقطتا معلومة حيث  $A \in L$ ، باستخدام الأدوات الهندسية، ارسم دائرة تمر بالنقطة  $A$ ، وطول نصف قطرها  $2\text{ سم}$ . كم دائرة يمكن رسمها؟ (لا تصح الأقواس). عدد لا يهانى من الدوالر

٢) باستخدام أدواتك الهندسية ارسم  $\overline{AB}$  طولها  $4\text{ سم}$  ثم ارسم على شكل واحد:

- دائرة تمر بالنقطتين  $A, B$  وطول قطرها  $5\text{ سم}$ . ما عدد الحلول الممكنة؟ **يملئ رسم دائرة**
- دائرة تمر بالنقطتين  $A, B$  وطول نصف قطرها  $2\text{ سم}$ . ما عدد الحلول الممكنة؟  **دائرة واحدة**
- دائرة تمر بالنقطتين  $A, B$  وطول قطرها  $3\text{ سم}$ . ما عدد الحلول الممكنة؟ **لا يملئ رسم دائرة لأن طول نصف قطر  $= 5 > 3$  أقل من نصف قطر  $2$**

٣) ارسم المثلث  $S$  ص  $5\text{ سم}$  بـ ص  $3\text{ سم}$ ، ع  $7\text{ سم}$ ، ثم ارسم الدائرة الخارجة للمثلث  $S$  ص  $4$ .



- ما نوع المثلث  $S$  ص  $5\text{ سم}$  بـ ص  $3\text{ سم}$ ؟ **منفرج الزاوية**
- أين يقع مركز الدائرة بالنسبة لهذا المثلث؟ **خارج المثلث**

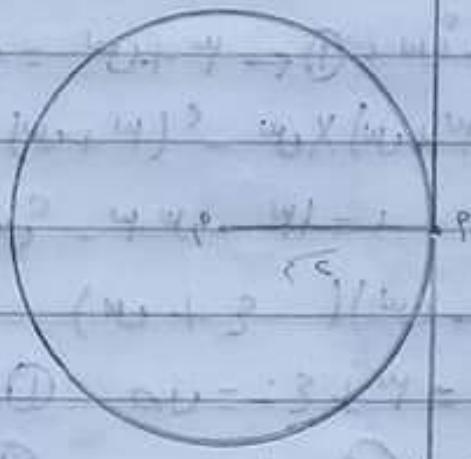
٤) ارسم المثلث  $A B C$  القائم الزاوية في  $B$  حيث  $A B = 4\text{ سم}$ ،  $B C = 3\text{ سم}$ ، ثم ارسم الدائرة الخارجة لهذا المثلث. أين يقع مركز الدائرة بالنسبة لأضلاع هذا المثلث؟  $M$  يقع في متوسط الوتر  $AD$

٥) ارسم المثلث  $A B C$  المتساوي الأضلاع والذى طول ضلعه  $4\text{ سم}$ ، ارسم الدائرة الخارجة للمثلث  $A, B, C$ .

- حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة إلى: ارتفاعات المثلث - متوسطات المثلث - منصفات زوايا رؤوس المثلث. **مركز الدائرة هو نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث وهو نفسها نقطة تقاطع متوسطات**
- كم عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الأضلاع؟ **المثلث ونقطة تقاطع منصفات زوايا رؤوسه** **٣ محاور تماثل**

٦) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث  $A B C$  الذي فيه  $A B = 4\text{ سم}$ ،  $B C = 5\text{ سم}$ ،  $C A = 6\text{ سم}$  ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط  $A, B, C$ . ما نوع المثلث  $A B C$  بالنسبة لقياسات زواياه؟ وأين يقع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث؟ **متوسط حاد الزويا** **مركز الدائرة يقع داخل متوسط**

عدد لهوائي



١

القمر ينزل

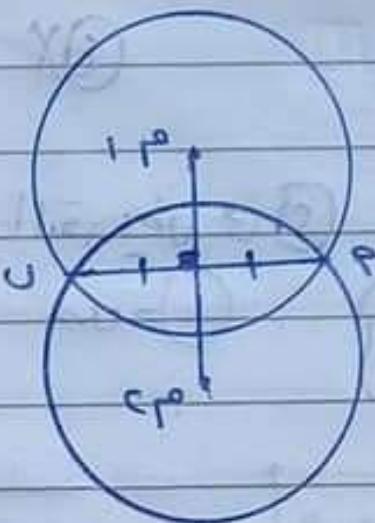
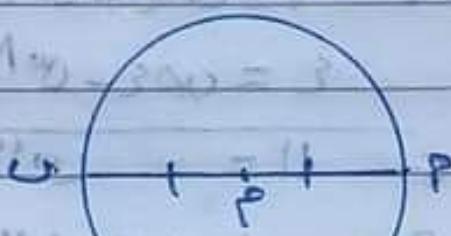
٢

$x^2 + r^2 = d^2 \rightarrow x = \sqrt{d^2 - r^2}$

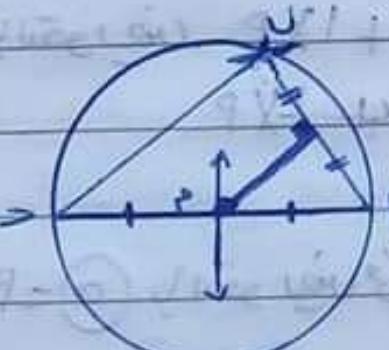
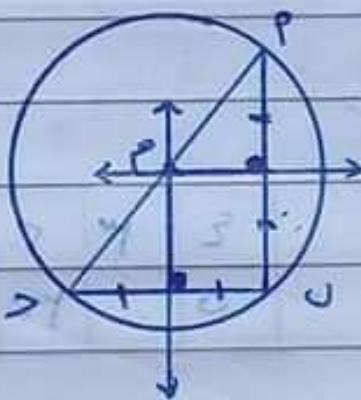
القمر ينزل

منفتح  
خارج

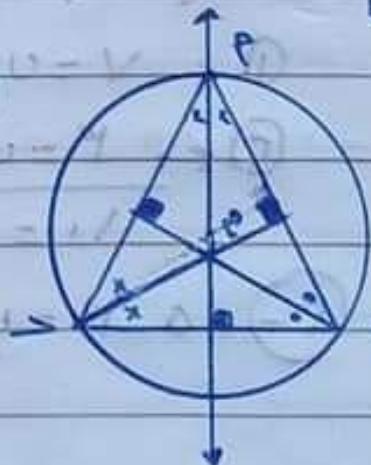
القمر ينزل



لتمرين



لتمرين



على علاقة أوتار الدائرة بمركزها

١٠ من فنتصفي  $\angle$   $\angle$  مس  $\angle$  ، بالمثلث  $\triangle ABC$  في المثلث  $\triangle ABC$  من قم (ص)  $= 37^\circ$  -  $70^\circ$   $= 180^\circ$



١١ في الشكل المقابل:  $\angle A$ ،  $\angle B$  وتران متساويان في الطول في الدائرة  $M$ ، من منتصف  $\overline{AB}$ ، ص منصف  $\angle A$ ،  $\angle B$   $= 70^\circ$ .

$$\therefore M = \frac{1}{2}B + \text{دوران} \therefore \text{ص} = 3 = \frac{1}{2}(90 + 70) = 110^\circ$$

$\square$  أثبت أن:  $S = C = 55^\circ$   $\therefore S = C = 55^\circ$   $\therefore S = C$

١٢ طرح  $2S = 2C \therefore S = C$

١٣  $\angle A$ ،  $\angle B$  وتران متساويان في الطول في الدائرة  $M$ ، ص منصفان:  $\angle A = \angle B = 60^\circ$   $\therefore S = C = 60^\circ$   $\therefore S = C$  متساوي

$\square$  أثبت أن: أولاً: المثلث  $ABC$  متساوي الساقين. ثانياً: المثلث  $ASB$  متساوي الأضلاع.

$\therefore M = \frac{1}{2}B + \text{دوران} \therefore S = C = \frac{1}{2}(90 + 70) = 80^\circ$   $\therefore M = S = 80^\circ$  متساوي الساقين



١٤  $\angle A$ ،  $\angle B$  وتران في الدائرة  $M$ ،  $S = \frac{1}{2}A$ ، ص منصف  $\angle A$ ،  $\angle B$   $= 70^\circ$   $\therefore S = C = 70^\circ$

$\square$  أثبت أن:  $\angle A = \frac{1}{2}\angle B$ .  $\square$  أثبت أن: محاط  $\triangle ASB$   $= \frac{1}{2}$  محاط  $\triangle ABC$ .

$\therefore S = \frac{1}{2}B \therefore M = \frac{1}{2}M + \text{دوران} \therefore M = \frac{1}{2}(90 + 70) = 80^\circ$   $\therefore M = S = 80^\circ$  متساوي الساقين

١٥ دائرتان متحدلتان المركز،  $A$ ،  $B$ ،  $C$  وتران في الدائرة الكبيرة يمسان الدائرة الصغرى في  $S$ ،  $C$   $= \frac{1}{2}$  محاط  $\triangle ABC$

على الترتيب. أثبت أن  $A = B$



١٦ في الشكل المقابل:  $M$ ،  $N$  دائرتان متطابقتان، العل. لرسم

رسم  $AB // MN$   $\leftarrow$  فقطن الدائرة  $M$  في  $A$ ،  $B$

وقطع الدائرة  $N$  في  $G$ ،  $H$ . أثبت أن:  $A = B$

$\therefore M = \frac{1}{2}B + \text{دوران} \therefore N = \frac{1}{2}A + \text{دوران} \therefore M = N$   $\therefore M = N$   $\therefore M = N$   $\therefore M = N$

١٧ في الشكل المقابل:  $A$ ،  $B$  مثلث مرسوم داخل الدائرة  $M$ ، فيه:

$\angle C = \angle D$  (ج)،  $S$  مننصف  $\angle A$ ،  $M = \frac{1}{2}A$

$\therefore S = \frac{1}{2}A \therefore S = \frac{1}{2}B \therefore S = \frac{1}{2}B$

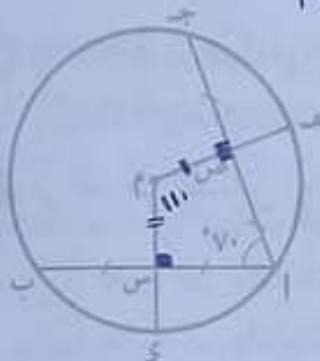
أثبت أن:  $M = S = C$   $\therefore S = \frac{1}{2}B$   $\therefore S = \frac{1}{2}B$   $\therefore S = \frac{1}{2}B$  (دوران)

$\therefore M = S = C$   $\therefore M = S = C$



على علاقة أوتار الدائرة بمركزها

١٠ من فنتصفي  $\angle$  بـ  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  بالمثل  $\overline{MN}$  في المثلث الرباعي  $ABCM$  س قم (صم) =  $36^\circ$  -  $37^\circ$  =  $7^\circ$



١١ في الشكل المقابل:  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  وتران متساويان في الطول في الدائرة  $M$  ، س منتصف  $\overline{AB}$  ، ص منتصف  $\overline{AC}$  ،  $\angle CAB = 70^\circ$

$\angle ABC = 110^\circ$  احسب  $\angle ACB$  .  $\angle ACB = 110^\circ - 70^\circ - 36^\circ = 64^\circ$

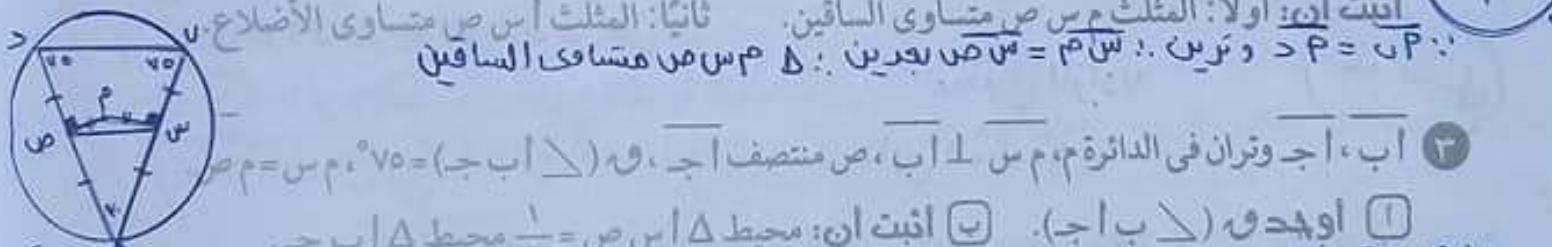
١٢ أثبت أن:  $SC = CB$  .  $SC = CB \Rightarrow SC = CM$  .  $CM = CM \Rightarrow SC = CM$

طرح  $SC - CM = SC - CM$

١٣  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  وتران متساويان في الطول في الدائرة  $M$  ، س ، ص منتصفان:  $SC = 14$  ،  $CM = 14$

١٤  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  ،  $\angle C = 30^\circ$  .  $\angle C = 30^\circ \Rightarrow \angle A = 60^\circ$  .  $\angle A = 60^\circ \Rightarrow \angle B = 90^\circ$  .  $\angle B = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$  متساوي الاضلاع

١٥ أثبت إن: أولاً: المثلث  $SCM$  متساوي الساقين . ثانياً: المثلث  $ASC$  متساوي الأضلاع .  $SC = CM = SC = CM$



١٦  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  منتصفان  $\angle A = 75^\circ$  .  $\angle A = 75^\circ \Rightarrow \angle B = 105^\circ$  .  $\angle B = 105^\circ \Rightarrow \angle C = 75^\circ$  .  $\angle C = 75^\circ \Rightarrow \angle A = 75^\circ$

١٧ دائرتان متحدةان المركز  $M$  ،  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  وتران في الدائرة الكبيرة يسان الدائرة الصغرى في  $S$  ،  $SC = CD$  على الترتيب . أثبت أن  $AB = CD$

١٨ في الشكل المقابل:  $M$  ،  $N$  دائرتان متطابقتان . الفعل:  $\angle B = \angle D$  .  $\angle B = \angle D \Rightarrow \angle B = \angle D$

رسم  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  .  $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \Rightarrow \text{قطع الدائرة } M \text{ في } A, B$  .  $\overline{CD} \parallel \overline{AB} \Rightarrow \text{قطع الدائرة } N \text{ في } C, D$

$\angle B = \angle D$  .  $\angle B = \angle D \Rightarrow \angle B = \angle D$  .  $\angle B = \angle D \Rightarrow \angle B = \angle D$

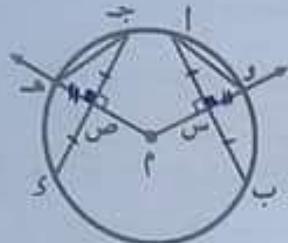
١٩ في الشكل المقابل:  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  مثلث مرسوم داخل الدائرة  $M$  ، فيه:  $SC = CB$

$\angle B = \angle C$  .  $\angle B = \angle C \Rightarrow \text{س منتصف } \angle B$  .  $\angle B = \angle C \Rightarrow \text{س منتصف } \angle C$

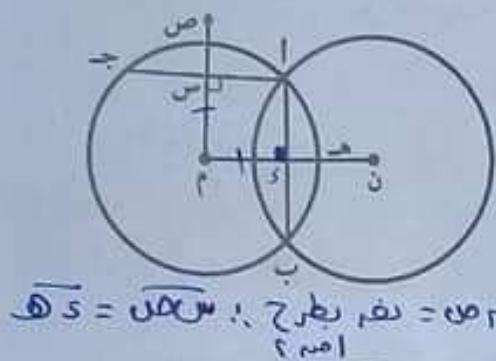
أثبت أن:  $SC = CB$  .  $SC = CB \Rightarrow SC = CM$  .  $CM = CM \Rightarrow SC = CM$

$SC = CM \Rightarrow SC = CM$

(٥٩.)  $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} = \text{ن} \perp \text{س} = \text{ص} \perp \text{ه}$  معطى بالطرح .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} = \text{ن} \perp \text{س} \Rightarrow \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{ن} \perp \text{س} \Rightarrow \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{ج}$   
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{ج} \Rightarrow \text{م} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$

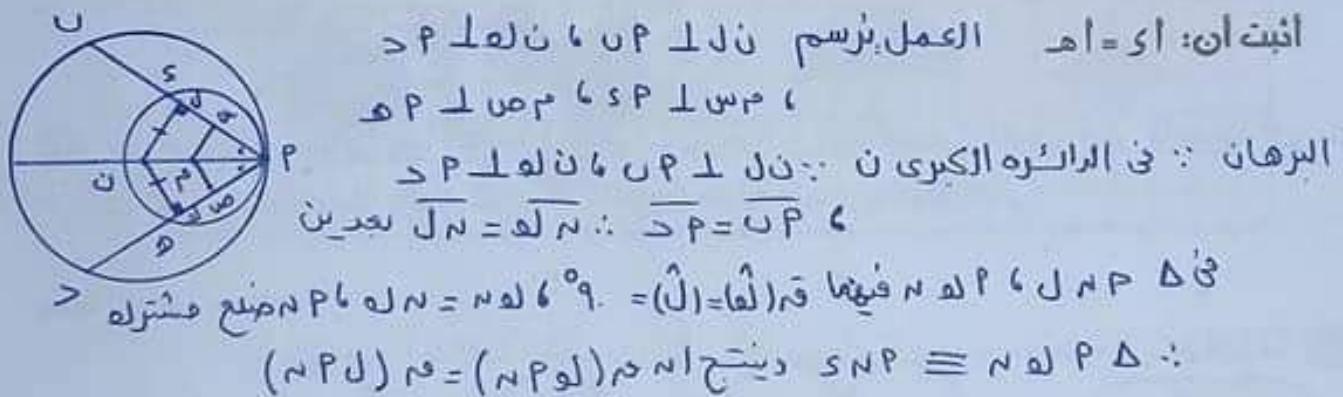


٧) أب، جـ وتران في الدائرة، مـ سـ لـ أـ بـ ويقطع الدائرة فيـ كـ،  
 مـ صـ لـ جـ ويرقط الدائرة فيـ هـ سـ هـ صـ.  
 أثبت أن: أولاً: أب = جـ ثانياً: أـ وـ جـ هـ



٨) في الشكل المقابل: مـ نـ دائـرـاتـ مـ تـقـاطـعـاتـانـ فـيـ أـ بـ،  
 رـسـ مـ سـ لـ أـ جـ يـقـطـعـ أـ جـ فـيـ سـ وـيـقـطـعـ الدـائـرـةـ مـ فـيـ صـ.  
 وـرـسـ مـ نـ يـقـطـعـ أـ بـ فـيـ كـ وـالـدـائـرـةـ مـ فـيـ هـ إـذـاـ كـانـ أـ جـ =ـ أـ بـ.  
 أـثـبـتـ أـنـ: سـ صـ =ـ هـ .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب}$  خط المذكرين .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  دـعـطـيـ .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  ①

٩) مـ نـ دائـرـاتـ مـ تـقـاطـعـاتـانـ فـيـ أـ، رـسـ أـ بـ، أـ جـ وـترـانـ مـتـسـاوـيـانـ فـيـ الطـولـ فـيـ الدـائـرـةـ الـكـبـرـىـ  
 فـقطـعاـ الدـائـرـةـ الصـغـرـىـ فـيـ كـ، هـ عـلـىـ التـرـتـيبـ.



أـثـبـتـ أـنـ: أـيـ =ـ أـهـ العـلـمـ بـرـسـ نـ لـ مـ نـ لـ هـ لـ مـ دـ  
 الرـهـانـ :ـ فـيـ الـرـائـرـهـ الـكـبـرـىـ نـ :ـ نـ لـ مـ نـ لـ هـ لـ مـ دـ  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب}$  .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  دـعـطـيـ .  
 $\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  دـيـسـتـحـاـجـ أـهـ دـمـ (ـلـوـرـ) =ـ فـ (ـلـهـ)

فـيـ دـ مـ صـ مـ، دـ مـ سـ مـ فـيـ هـامـ صـلـحـ مـسـتـرـكـ، دـ مـ (ـمـ مـ) =ـ فـ (ـمـ مـ) مـاـ وـصـ =ـ سـ

$\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  دـيـسـتـحـاـجـ أـنـ مـ صـ =ـ مـ سـ بـعـرـيـنـ فـيـ الدـائـرـةـ مـ،

$\therefore \text{م} \perp \text{ب} \perp \text{أ} \perp \text{ج}$  دـتـرـيـنـ فـيـ الدـائـرـةـ مـ

## تمارين متنوعة على الوحدة الرابعة

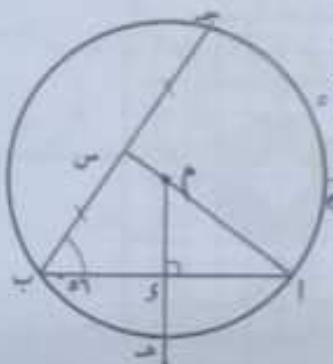
### ١ أكمل لتكون العبارة صحيحة:

- أ وتر الدائرة هو القطعة المستقيمة المرسومة بين نقطتين على الدائرة  
 ب المستقيم المار بمركز الدائرة عمودياً على أي وتر فيها  لأنها في هذا الورقة  
 ج خط المركزين لدائرةتين متامتين من الداخل يمر ب نقطة التماس  
 د مركز الدائرة الخارجية للمثلث هو نقطة تقاطع قلوب تماشل أضلاعه  
 ه الأوتار المتساوية الطول في دائرة على أي عباره متساوية من مركزها

**نعم نعم**

### ٢ اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

- ١ المسار لدائرة طول قطرها ٦ سم يكون على بعد  نصف من مركزها.  $\frac{6}{2} = 3$   
 ٢ أو ١٢ أو  أو ٣  
 يمكن رسم دائرة تمر برؤوس مستطيل أو صدري أدى به متر متساوي المساقين  
 (معين أو  مستطيل أو شبه منحرف أو متوازي أضلاع)  
 ج  اب قطر في الدائرة، آج، بـ ممسان للدائرة، فإن آج // بـ.  
 ٤  نصف  $\frac{6}{2}$  (يقطع أو  يوازي) أو عمودي على أو ينطبق على  
 ٥  دائرة محيطها ٦ ط سم، والمستقيم L يبعد عن مركزها ٣ سم، فإن المستقيم L يكون ممساً  
 ٦  نصف  $\frac{6}{2}$  (مسار للدائرة) أو قاطع للدائرة أو خارج الدائرة أو قطر للدائرة  
 ٧  م، ن دائرتان متقاطعتان، طول نصف قطريهما ٢ سم، ٥ سم، فإن: م من  $\frac{5}{2}$   
 ٨  [٠٠,٨] أو [٢٠,٠] أو [٠٠,٢] أو [٨٠,٢]  
 ٩  $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$   $60^\circ \times 2 = 120^\circ$



### ٣ في الشكل المقابل: أب، بـ جـ وتران في الدائرة M، سـ هـ منتصف حـ

التي طول نصف قطرها ٥ سم،  $M \in \overline{AB}$   $\angle A = 36^\circ$   $\angle B = 54^\circ$   $\angle C = 18^\circ$   $\angle D = 9^\circ$   $\angle E = 12^\circ$

يقطع  $\overline{AB}$  في  $\overline{D}$  ويقطع الدائرة M في  $H$ ،  $C \in \overline{DH}$   $\angle A = 36^\circ$   $\angle B = 54^\circ$   $\angle C = 12^\circ$   $\angle D = 9^\circ$   $\angle E = 18^\circ$

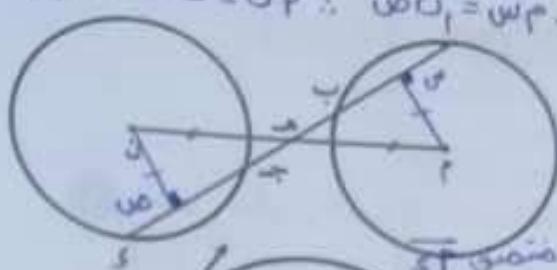
أو  $\angle F = 12^\circ$   $\angle G = 8^\circ$   $\angle H = 56^\circ$   $\angle I = 36^\circ$   $\angle J = 54^\circ$

$$\text{في } \triangle ABC: \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow 36^\circ + 54^\circ + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ \quad \angle E = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ \quad \angle F = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ \quad \angle G = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

الجمل:  $\text{لرسم } \overline{MN} \text{ من } \overline{PQ} \text{ متصدة لـ } \overline{AB}$  البرهان: ٣.٥٥ مسـه ، من هـ ، نـ (مـ سـهـ) = (نـ هـ هـ) .  
، هـ (مـ هـ هـ) = (نـ هـ هـ) بالتقابل بالرأس : مـ سـهـ هـ من هـ

٤ في الشكل المقابل:  $M, N$  دائرتان متطابقتان ومتباعدتان،  $\therefore MN = NP \therefore$



هـ منتصف مـ نـ ، رسم أـ هـ يقطع الدائرة مـ في أـ بـ  
ويقطع الدائرة نـ في جـ دـ .

أثبتت أن:  $AB = CD$  هـ منصف أـ دـ

٥ في الشكل المقابل:

مـ دائرة طول نصف قطرها هـ ، نقطة خارج الدائرة، أـ دـ  
مسـهـ للدائرة مـ عندـى، أـ بـ يقطع الدائرة في بـ، جـ على

الترتيب حيث  $AB = EM$  ،  $AD = CM$  .

٦ أوجد بعد الوتر بـ جـ عن مركز الدائرة.

٧ احسب طول أـ دـ .

$$F_1 = 45^\circ, F_2 = 90^\circ, F_3 = 45^\circ, F_4 = 90^\circ$$

٨ في الشكل المقابل في  $\triangle ABC$  وقائم في  $\triangle AED$

مـ نـ دائرتان متقاطعتان في أـ بـ، رسم بـ دـ // مـ نـ ويقطع

الدائرةـيـنـ فيـ دـ، هـ عـلـىـ التـرـتـيـبـ . أـثـبـتـ أـنـ دـ هـ مـ نـ .

$\therefore DE \parallel MN$  ،  $DE \perp AB$  .  $MN \parallel DE$  .

$\therefore DE = MN$  .  $MN = DE$  .

٩ في الشكل المقابل:  $DE = MN = CM$

أـ بـ، جـ دـ وتران متساويان في الطول في الدائرةـمـ، سـ، صـ منتصفـاـ

أـ بـ، جـ دـ بحيث يكونـ بـ، دـ فيـ جـهـةـ وـاحـدـةـ منـ سـ صـلـفـنـ عـصـفـحـكـ

أـثـبـتـ أـنـ قـ (ـ دـ بـ سـ صـ) = قـ (ـ دـ كـ سـ صـ) .

١٠ فـكـرـ: هل  $AD \parallel BC$  ؟ فـ إـجـابـتكـ .

١١ في الشكل المقابل:  $BC = AD$  .

١٢ دائرتان متحدلتـاـ المـرـكـزـ مـ طـوـلـاـ نـصـفـ قـطـرـيـهـمـاـ ؛

المـلـثـ أـ بـ جـ يـحـيـثـ تـقـعـ رـؤـوسـهـ عـلـىـ الدـائـرـةـ الـكـرـيـ وـتـمـسـ

أـضـلاـعـهـ الدـائـرـةـ الصـغـرـيـ فيـ سـ، صـ، عـ .

أـثـبـتـ أـنـ: المـلـثـ أـ بـ جـ مـتـاـوـيـ الأـضـلاـعـ وـأـوـجـدـ مـسـاحـتـهـ .

١٣ فيـ الشـكـلـ المـقـاـبـلـ:  $BC = AD$  .

١٤ اـبـ جـ مـلـثـ فيـهـ أـبـ = أـجـ . رـسـمـتـ دـائـرـةـ مـ قـطـرـهـاـ بـ جـ قـطـمـتـ

أـبـ فيـ دـ، أـجـ فيـ هـ .

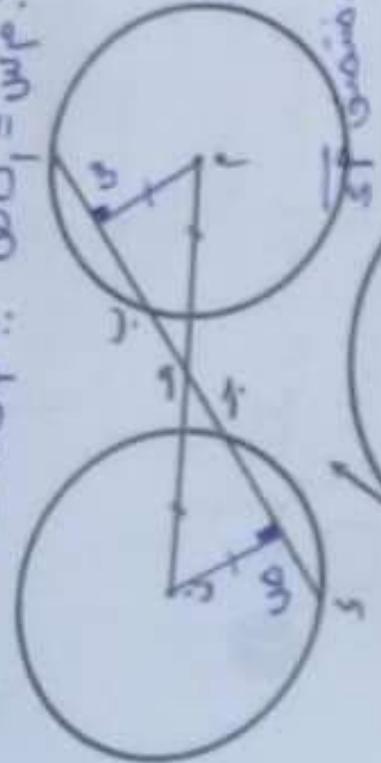
أـثـبـتـ أـنـ:  $BH = GD$  .

١٥ مـ بـ = مـ دـ ،  $NB = ND$  (ـ بـ =ـ دـ) .

$\therefore BM = DM$  .

وـيـتـجـ أـنـ  $MN = BD$  .

الحل: نرسم  $\overline{AB}$  سد $\angle A$  ما نصل  $\overline{CD}$  البرهان: في  $\triangle ABC$  مس $\angle C = 90^\circ$ ،  $\angle A = \angle B$  (نحوص) التقابل بالرأس:  $\angle A = \angle B$ ،  $AC = BC$  وتران  $\overline{AB} = \overline{CD}$



في الشكل المقابل:  $M$ ,  $N$  دائرةان متطابقان ومتلاعزان،  $MN = 12$  سم،  $AB = 8$  سم،  $CD = 6$  سم،  $AO = 5$  سم،  $CO = 4$  سم،  $BO = 3$  سم،  $DO = 2$  سم،  $AB \parallel MN$ ،  $CD \parallel MN$ ،  $AB \cap CD = O$ .  
نرسم  $\overline{MN}$  من  $M$ ،  $\angle M$  ينطبق على  $\angle A$ ،  $\angle N$  ينطبق على  $\angle C$ ،  $MN \perp AB$ ،  $MN \perp CD$ ،  $MN$  يقطع الدائرة  $M$  في  $J$ ،  $K$ ،  $MN$  يقطع الدائرة  $N$  في  $L$ ،  $K$ .  $MN$  متصرف  $JK = KL = LM$ .

في الشكل المقابل:  
م دائرة طول نصف قطرها  $10\text{ سم}$ ، انتقطلة خارج الدائرة،  $AO$  ملمس للدائرة  $M$  عند  $O$ ،  $AB$  يقطع الدائرة في  $B$ ،  $BC$  على الترتيب حيث  $A$   $B = 8\text{ سم}$ ،  $BC = 12\text{ سم}$ .  $BD = 12 - 8 = 4\text{ سم}$   
أوجد بعد الترتيب  $BC$  عن مركز الدائرة  $M$   $H$  لـ  $OB$ :  
 $OB = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} = 9\sqrt{2}$   
احسب طول  $AB$ :  $AB = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6\text{ سم}$   
في الشكل المقابل في  $\triangle ABC$  القائم في  $C$ :  $AC = 8\sqrt{2}$ ،  $BC = 6\sqrt{2}$   
في  $\triangle ABC$  دائرةان متطابقان في  $AB$  وقائم في  $C$  ( $AC = BC$ )  
ن دائرتان متطابقتان في  $A$ ,  $B$ ، رسم  $CD \parallel MN$  وينقطع الدائرةان في  $C$ ,  $D$  على الترتيب. اثبتت ان:  $CD = 2MN$   
الثابتين في  $\triangle ABC$ ،  $AC = BC$ ،  $AB = CD$ ،  $AB \perp CD$ ،  $CD \perp MN$   
هي تتحقق  $CD = 2MN$ ،  $AB = CD$ ،  $AB \perp CD$ ،  $CD \perp MN$   
 $CD = 2MN$ ،  $AB = CD$ ،  $AB \perp CD$ ،  $CD \perp MN$

## تمارين متنوعة على الوحدة الرابعة

**١** أكمل لتكون العبارة صحيحة:

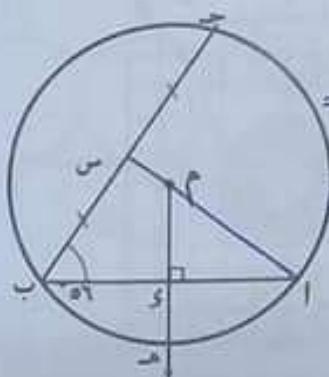
- أ** وتر الدائرة هو القطعة المستقيمة المرسومة بين نقطتين على الدائرة
- ب** المستقيم المار بمركز الدائرة عمودياً على أي وتر فيها يسمى هذا الوتر
- ج** خط المركزين لدائرةتين متامتين من الداخل يمر ب نقطة التماس
- د** مركز الدائرة الخارجية للمثلث هو نقطة تقاطع.. قاعديه تماشل أضلاعه
- هـ** الأوتار المتساوية الطول في دائرة على أبعاد متساوية من مركزها

**نعم بنيل**

حلها

**٢** اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

- أ** المماس لدائرة طول قطرها ٦ سم يكون على بعد ٣ سم من مركزها.
- ج**  $\frac{1}{2}$  أو ١٢ أو  $\frac{3}{2}$  أو ٢
- ب** يمكن رسم دائرة تمر برؤوس... هستطيل أو مربع أو شبه محرف متساوي الصاقن (معين أو مستطيل أو شبه منحرف أو متوازي أضلاع)
- ج** اب قطري الدائرة، آج، بـ مماس للدائرة، فإن آج ..... بـ.
- د** طـ نـقـطـةـ (يقطع أو يوازي) أو عمودي على أو ينطبق على
- هـ** دائرة محيطها ٦ طـ سـ، والمستقيم لـ يبعد عن مركزها ٣ سـ، فإن المستقيم لـ يكون مماساً لـ نـقـطـةـ (مماس للدائرة أو قاطع للدائرة أو خارج الدائرة أو قطر للدائرة)
- مـ** مـنـ دـائـرـاتـ مـ، نـ دـائـرـاتـ مـ تـقـاطـعـتـانـ، طـولاـ نـصـفـ قـطـريـيـهـماـ ٣ـ سـ، ٥ـ سـ، فـإنـ مـ نـ
- جـ** [٨٠، ٢] أو [٢٠، ٠] أو [٠٠، ٢]
- دـ** نـقـطـةـ مـ دـائـرـاتـ مـ، نـ دـائـرـاتـ مـ تـقـاطـعـتـانـ، طـولاـ نـصـفـ قـطـريـيـهـماـ ٣ـ سـ، ٥ـ سـ، فـإنـ مـ نـ



**٣** في الشكل المقابل: **أ**، **بـ**، **جـ** وتران في الدائرة **مـ** .. سـ منـصـفـ دـنـ

الـيـ طـولـ نـصـفـ قـطـرـهاـ ٥ـ سـ، مـ نـ اـبـ = ١ـ سـ ١ـ بـ = ٥ـ (٥ـ سـ) = ١٤ـ

يـقطـعـ اـبـ فـيـ دـ وـيـقطـعـ الدـائـرـةـ مـ فـيـ هـ، :: ١ـ كـ ٢ـ كـ آنـ .. دـ منـصـفـ آنـ

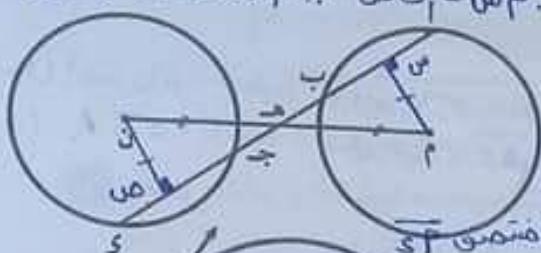
سـ منـصـفـ بـ جـ . اـبـ = ٨ـ سـ، فـ ( اـبـ جـ ) =  $\frac{1}{2} \cdot ٨ = ٤$

اوـ يـجدـ: ① فـ ( دـ كـ مـ سـ ) = ١٤ـ طـولـ دـ = ٤

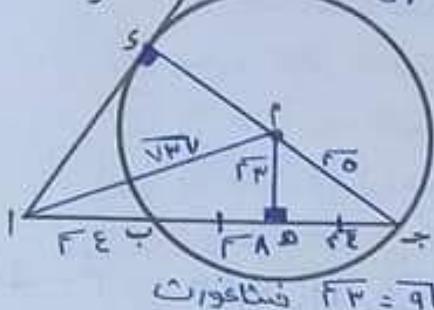
فـ ٥ـ ٢ـ ٣ـ ٢ـ :: ٥ـ ( ٥ـ ٢ـ ) = ٩ـ ٠ـ سـ - نـقـطـةـ دـ = ٥ـ سـ

:: ٥ـ ٣ـ ٥ـ = ٧ـ ( ٣ـ ٢ـ ) - ٤ـ ( ٣ـ ٢ـ ) = ٦ـ ٤ـ ٥ـ - ٩ـ ٧ـ = ٦ـ ٤ـ ٥ـ - ٩ـ ٧ـ = ٣ـ ٣ـ - ٥ـ ٥ـ = ٣ـ ٣ـ - ٣ـ ٣ـ = ٣ـ ٣ـ

الحل: نرسم  $\overline{MS}$  ساوى  $\overline{ND}$ ، ونصل  $\overline{AD}$  البرهان: في  $\triangle MSH$ ،  $\angle MSH = \angle NHD$ ،  $MS = ND$ :  $\angle MSH = \angle NHD$   
في الشكل المقابل:  $M$ ،  $N$  دائرتان متطابقتان ومتباعدتان،  $MS = ND$   $\therefore MS = ND$  وتران

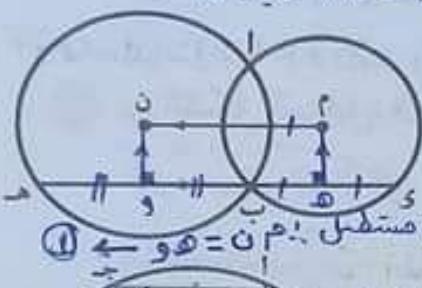


هـ منتصف  $MD$ ، رسم  $AE$  يقطع الدائرة  $M$  في  $A$ ،  $B$  و يقطع الدائرة  $N$  في  $C$ .  $\therefore MS = ND$ ،  $ND = NC$ ،  $MS = MC$  اثبتت ان:  $AB = CD$  هـ منتصف  $AC$ .  
في الشكل المقابل:



م دائرة طول نصف قطرها  $5\text{cm}$ ،  $A$  نقطة خارج الدائرة،  $AB$  مماس للدائرة  $M$  عند  $B$ ،  $AB$  يقطع الدائرة في  $D$ ،  $CD$  على الترتيب حيث  $AB = 4\text{cm}$ ،  $AD = 12\text{cm}$ .  $CD = 4\text{cm}$  اوجد بعد الوتر  $CD$  عن مركز الدائرة.  $OD = 5\text{cm}$   $\therefore CD = 4\text{cm}$

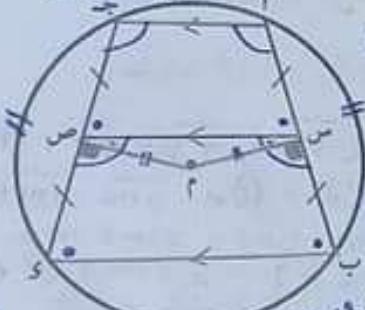
احسب طول  $AB$ .  $\therefore CD = 5\text{cm}$   $\therefore AB = 2\sqrt{5}\text{cm}$  فنайдون



في الشكل المقابل في  $\triangle MSH$  القائم في  $H$ ،  $MS = ND$  وقائم في  $D$   $\therefore MS = ND$ ،  $ND = NC$ ،  $MS = MC$  م،  $N$  دائرتان متطابقتان في  $A$ ،  $B$ ، رسم  $BE // MN$  و يقطع الدائرتين في  $E$ ،  $F$  على الترتيب. اثبتت ان:  $EF = MN$ .

$\therefore EF = MN$   $\therefore EF = MN$  هـ متحقق  $EF = MN$  و متحقق  $EF = MN$   $\therefore EF = MN$

في الشكل المقابل:  $\therefore EF = MN$



أب،  $CD$  وتران متساويان في الطول في الدائرة  $M$ ،  $MS$ ،  $CS$  منتصفان

أب،  $CD$  بحيث يكون  $B$ ،  $D$  في جهة واحدة من  $MS$   $\therefore CS = DS$  اثبتت ان:  $CD = AB$

فكير: هل  $AB // CD$ ? فسر إجابتك.  $MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

في الشكل المقابل:  $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

دائرتان متحدلتان المركز طولاً نصفى قطريهما  $4\text{cm}$ ،  $2\text{cm}$ ، رسم المثلث  $ABC$  بحيث تقع رؤوسه على الدائرة الكبيرة وتنص

أضلاعه الدائرة الصغرى في  $S$ ،  $C$ ،  $U$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

أثبتت ان: المثلث  $ABC$  متساوياً الأضلاع وأوجد مساحته.  $MS = ND$

$\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

في الشكل المقابل:  $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

مساحة  $\triangle ABC$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

أب،  $CD$  مثلث فيه  $AB = CD$  رسمت دائرة  $M$  قطرها  $AB$   $\therefore$  قطعت

أب في  $D$ ،  $AB$  في  $H$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

أثبتت ان:  $BD = GH$   $\therefore BD = GH$   $\therefore BD = GH$

$\therefore BD = GH$   $\therefore BD = GH$   $\therefore BD = GH$   $\therefore BD = GH$

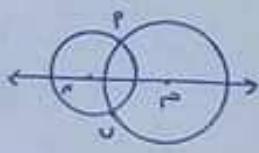
رسنح  $\angle A$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$   $\therefore MS = ND$

## اختبار الوحدة الرابعة

(ج) أصغر دائرة قطرها  $7\text{ سم} = 7\text{ سم} = \frac{\pi}{4}$  مساحة الدائرة =  $\pi \times 7^2 = 49\pi \text{ سم}^2$

(د)  $\pi r^2 = 28 \text{ سم}^2 \Rightarrow r^2 = \frac{28}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{28}{\pi}} \text{ سم}$

١ أكمل لتكون العبارة صحيحة:



أى ثالث نقط لا تنتوى لمستقيم واحد تمر بها دائرة واحدة

محور تمايل الدائريتين م، ن المتقطعتين في أ، ب هو

إذا كان  $AB = 7\text{ سم}$  فإن مساحة أصغر دائرة تمر بال نقطتين أ، ب =  $49\pi \text{ سم}^2$

إذا كانت م دائرة محيطها  $8\pi \text{ سم}$ ، نقطة على الدائرة، فإن  $M = 4\pi \text{ سم}$

وتر طوله  $8\text{ سم}$  في دائرة طول نصف قطرها  $5\text{ سم}$  فإنه يبعد عن مركزها  $3\text{ سم}$ .

$PQ = JM \Rightarrow J = \sqrt{PQ^2 - JM^2} = \sqrt{16 - 25} = -3 \text{ سم}$  فيناعورت

٢ معايس للدائرة، م ينصف قطر  $\angle ACD$  د وتر ما هو يعني قطر  $\angle ACD$  ه منتصف د

في الشكل المقابل: في المثلث الرباعي: قياس زوايا الداخلة =  $36^\circ$

أى معايس للدائرة م، أ ج يقطع الدائرة م في ب، ج

ه منتصف ب ج، و  $(A = 36^\circ - 56^\circ = 30^\circ)$

او يجد  $(\angle K = 180^\circ - 30^\circ)$ .  $\therefore K = 150^\circ$

٣  $\angle C = 90^\circ$  و  $CM \perp AB$  مصلحه عملاً  $\therefore CM = M$  من بعدين  $\therefore CS = CR = CR = 5\text{ سم}$

في الدائرة الصغرى: مصلحه عملاً  $\therefore CS = CR = 5\text{ سم}$   $\therefore \angle C = 90^\circ$

$\therefore DR = CR = CS = CR = 5\text{ سم}$  و منها  $CR = CS \Rightarrow R = S \Rightarrow \angle C = 90^\circ$  جمع (٤، ١)

٤ في الشكل المقابل:

دائرتان متحدلتا المركز م، أ ب وتر في الدائرة الكبرى، ويقطع

الصغير في ج، ك، ه وتر في الدائرة الكبرى ويقطع

الدائرة الصغرى في ع، ل حيث  $AB = HE$ .

أثبت أن: ١)  $GD = UL$

٢)  $AD = UC$

٣)  $MD = BN$  و  $MD$  محور تمايل  $BN$  د وتر مصلحه

في  $MD = BN$  د وتر تمايل  $BN$  د = د وتر مصلحه،  $\therefore MD = BN$  د وتر مصلحه

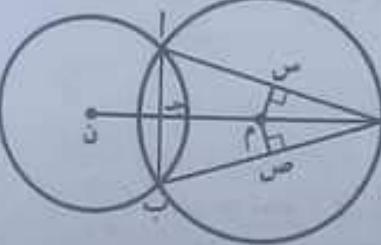
$\therefore MD = BN$  د وتر مصلحه بعدين في الدائرة م

٤ في الشكل المقابل:

الدائرة م الدائرة ن = (أ، ب)، أ ب من  $\angle$  = (ج)،

و  $ED = MN$  ،  $MN \perp AD$  ،  $MN \perp BC$ .

أثبت أن:  $MN = BC$ .



تمارين (٥ - ١)

#### على الزاوية المركزية وقياس الأقواس

١ في الشكل المقابل:

أب، حدي، هو أقطار في الدائرة م أكمل:

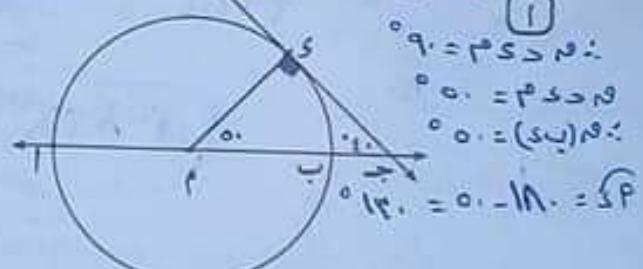
$$= (-1)^{19} \text{ (b)} \quad \text{or} \quad = (-1)^{19} \text{ (c)}$$

$$= \boxed{2} + \boxed{1} \cdot 19^2 - 5 \cdot 20 = \boxed{6} + \boxed{1} \cdot \boxed{361} - \boxed{5} \cdot \boxed{20}$$

٧) في كل من الأشكال الآتية :

ج) مماس للدائرة م عندي ، اكمل:

١



$$\circ \quad \text{و}(\text{ا}) = \widehat{\text{ا}} \quad \circ \quad \text{و}(\text{ك}) = \widehat{\text{ك}}$$

$$\varphi(\bar{y}) = \bar{\varphi}$$

$$\therefore \text{الشكل المقابل} : \because P(A) = \widehat{P}(A) = 1 - P(A) = 1 - 0.5 = 0.5$$

لـ  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$   $\therefore$   $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{\frac{dx}{dt}}$

اب قطر فى الدائرة، اب

٤ في الشكل المقابل:

اب جی ه خماسی منتظم مرسوم داخل الدائرہ م

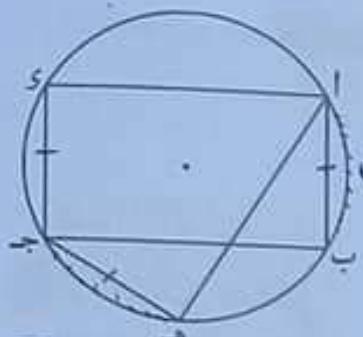
١- مماس للدائرة عند  $A$ ،  $H-S$  مماس للدائرة عند  $B$

حيث  $\{x\} \cap \{y\} = \emptyset$  (ن). الشكل الخامس المستقيم

$$\therefore \text{الآن } h = 9.25 - 9 = 0.25 \text{ بالفعل.}$$

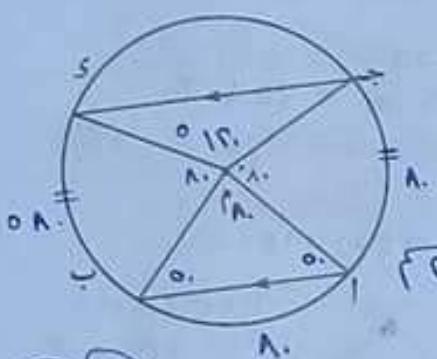
في المدى، من هم جمع زوايا المثلث الرباعي، ٣٦٥ : قم (مس. ١٠١ - ١٠٢) - بـ: مقدمة للتدرجيات، الفصل الدراسي الثاني

٥ فی الشکل المقابل:



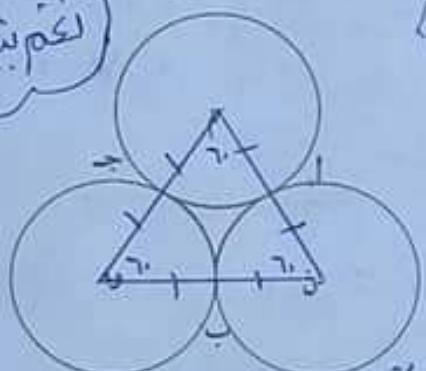
أثبت أن:  $\alpha = \beta$ .  $\therefore \widehat{CD} = \widehat{AB}$   
بحيث  $\widehat{CD} = \widehat{AB}$ .  $\therefore \widehat{CD} = \widehat{AB}$  وفقاً  
لما نعلم.

٦ فی الشکل المقابل:  $\text{م}(\widehat{AB}) = \text{م}(\widehat{CD})$



م دائرۃ طول نصف قطرها ١٥ سم،  $\widehat{AB}$ ،  $\widehat{CD}$  وتران متوازیان فی  
الدائرۃ، فی  $(\widehat{AB}) = 80^\circ$ ، طول  $\widehat{AB}$  = طول  $\widehat{CD}$ .  
 $\therefore \text{م}(\widehat{CD}) = 360^\circ - (80 + 80 + 80) = 120^\circ$ .

للمثال



م، ن، و ثلاث دوائر متطابقة ومتباينة فی  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ،  
طول نصف قطر کل منها ١٠ سم.

أثبت أن: طول  $\widehat{AB} = \text{طول } \widehat{BC} = \text{طول } \widehat{AC}$ .

٧ محیط الشکل  $ABC$ :

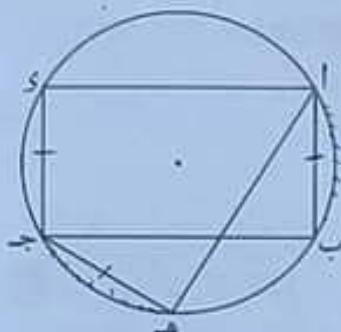
$\therefore \text{م}(\widehat{B}) = 90^\circ$  و  $\widehat{A} = \widehat{C} = 60^\circ$   $\therefore \text{م}(\widehat{B}) = 90^\circ$  و  $\text{م}(\widehat{A}) = \text{م}(\widehat{C}) = 60^\circ$   
 $\therefore \text{م}(\widehat{AB}) = \text{م}(\widehat{BC}) = \text{م}(\widehat{AC}) = 60^\circ$   $\therefore \text{م}(\widehat{AB}) = \text{م}(\widehat{BC}) = \text{م}(\widehat{AC})$

$\therefore \text{طول } \widehat{AB} = \text{طول } \widehat{BC} = \text{طول } \widehat{AC}$

محیط الشکل  $ABC = 3 \times \frac{1}{3} \times 14 \times 2 \times 10 = 42$  سـ

محیط الشکل  $ABC = \text{طول } \widehat{AB} + \text{طول } \widehat{BC} + \text{طول } \widehat{AC} = 3 \times \text{طول } \widehat{AB}$

٥ في الشكل المقابل:

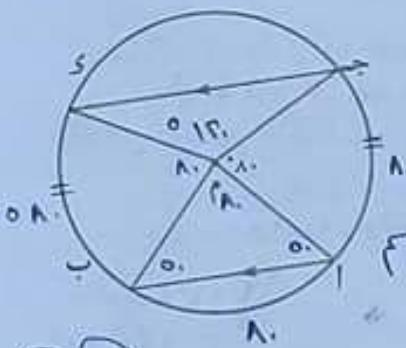


أثبت أن:  $AG = BG$ .  $\therefore \angle A = \angle B$  (اللتين يناظرنهما  $GH$ ).  $\therefore \angle A = \angle B$  (لأن  $GH$  عمود على  $AB$ ).

٦ في الشكل المقابل: طول  $\widehat{B}P = \widehat{P}A$  : و  $(\widehat{B}P) = (\widehat{P}A)$  (لأن  $PB \parallel PA$  و  $\angle B = \angle A$ ).  $\therefore \angle B = \angle P$  (لأن  $\angle B = \angle A$ ).

م دائره طول نصف قطرها ١٥ سم،  $AB$ ،  $CD$  وتران متوازيان في الدائرة،  $\angle A = ٨٠^\circ$ ، طول  $AB$  = طول  $CD$ .

أوجد:  $\angle C = ٣٦^\circ - (١٢ + ٨ + ٨)$ .

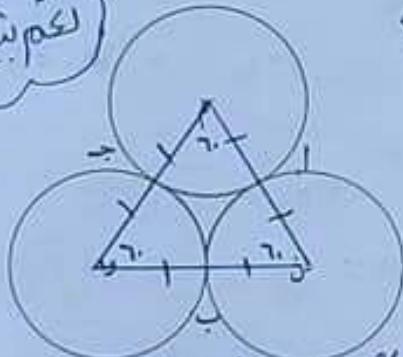


٧ في الشكل المقابل: طول القوس  $\widehat{B}C = \frac{\text{قياس القوس}}{٣٦}$ .

م، ن، وثلاث دوائر متطابقة ومتماسة في  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

طول نصف قطر كل منها ١٠ سم.

أثبت أن: طول  $AB$  = طول  $BN$  = طول  $AC$ .



٨ محيط الشكل  $ABNC$  =  $AB + BN + NC + CA + BA$  (لأن  $AB = NC$  و  $BN = CA$ ).

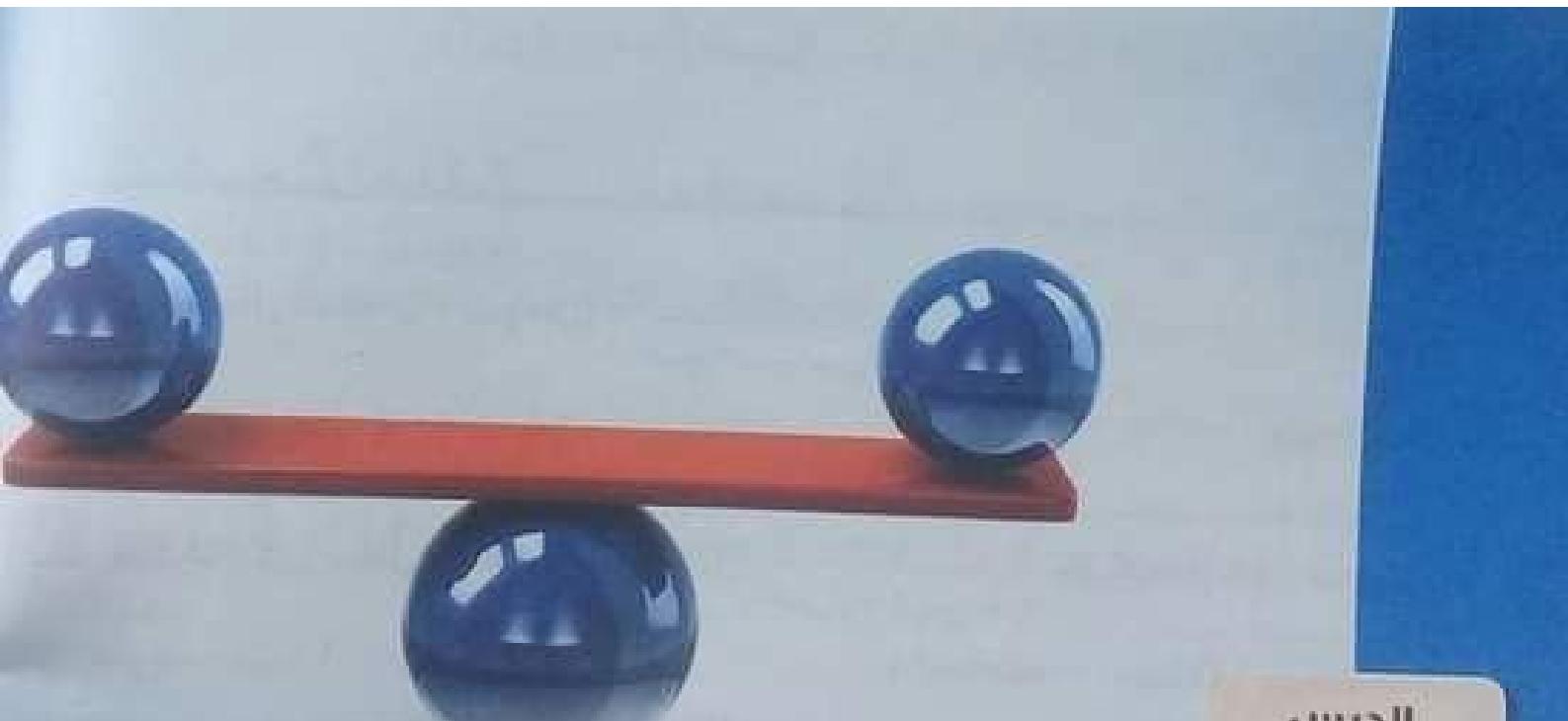
$\therefore \text{محيط } ABCN = ٩٠^\circ \times ٣ = ٢٧$  سم ومسارى الاملاع « باليمع ».

$\therefore \text{محيط } ABCN = ٩٠^\circ \times ٦ = ٥٤$  سم  $\therefore \angle B = \angle C$  (لأن  $AB = NC$ ).

$\therefore \text{طول } BC = ٥٤ - ٢٧ = ٣٧$  سم (١).

٩ محيط الشكل  $PBNC$  =  $3 \times ٣٧ = ١١١$  سم.

١٠ محيط الشكل  $PBNC$  = طول القوس  $\widehat{PB} + \widehat{BN} + \widehat{NC} = ٣ \times \text{طول القوس}$ .



الدرس

3

## تساوي كسرین جبرین

علی تساوی کسرین چبرین

تمشل

**أولاً : أكمل ما ياتي:**  $n(s) = \frac{(1-s)^2}{s}$

**أبسط صورة للدالة**  $n(x) = \frac{4x^2 - 2}{x^2 + 1}$  ،  $x \neq 0$  هي العبار الشكل  $= 2 - \frac{6}{x^2 + 1}$

$$\text{إذا كان } n(s) = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ وكان } n(s) = n(s) \text{ فإن } 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذا كان أبسط صورة للكسر الجبرى } \frac{s}{s+2} \text{ هي } \frac{s}{s+2} \text{ فإن } 1 = \dots$$

٥ إذا كان  $n(s) = \frac{7}{s+2}$  ،  $n(s) = \frac{s}{s-3}$  وكان المجال المشترك للدالتين  $n$  ،  $n$  ،  
فالسا،  $\mathcal{H} - \{ -3 \}$  قال  $n(s) = \mathcal{H} - \{ 3 \}$  له  
هو  $\mathcal{H} - \{ -2, 7 \}$  فإن  $\mathcal{L}$  = .....

بالنسبة لـ  $\{x\}$  في  $\{x\} \in \{x\}$

$$\text{الحال = } 2 - \frac{2}{\frac{s^2 - 4}{s^2 - 8(s-2)(s+2) + 4(s+2)^2}} \quad \boxed{1}$$

$$\frac{S^2 - 1}{(S-1)(S+5)} = \frac{S^2 - 6S + 9}{(S-9)(S-5)} = \frac{(S-3)^2}{(S-9)(S-5)} = \frac{(S-3)^2}{(S-9)(S-5)} = \frac{(S-3)^2}{(S-9)(S-5)}$$

$$\frac{2s^2 - 1}{s-1} = \frac{(s+1)(s-1)}{s(s-1)} = \frac{s+1}{s}$$

$$2 - \left\{ \frac{f}{3}, \frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{٦) في كل مما يأتي بين ما إذا كان ن، أم لامع ذكر السبب: مجال ن، ح - ن، المجال ن = ح - ن} \\ \boxed{\text{ن(س)}} = \frac{s-1}{s+1}, \quad \boxed{\text{ن}}(s) = \frac{(s-1)(s+1)}{s+1} = \frac{s^2-1}{s+1}$$

$$\boxed{N_1(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + s - 6}} , \quad N_2(s) = \frac{s^2 - s - 6}{s^2 - 9} \quad \text{ن } 1 \neq \text{ن } 2 \text{ لآن مجالن } \neq \text{ن } 1$$

$$\boxed{N_1(s) = \frac{s^2 + 6s}{(s - 1)(s^2 + 4)}} , \quad N_2(s) = \frac{2}{s - 1} \quad \text{فم = ن}_2 \text{ لـذ ن}_1(s) \text{ مـلـه (س)}$$

$$\boxed{N_1(s) = \frac{s^3 + s^2 + s + 1}{s^3 - s^2 + s}} \quad , \quad N_2(s) = \frac{s^3 + s^2 + s + 1}{s^3 + s} \quad \text{لأن } N_1(s) = N_2(s)$$

لأن  $N(s) = N_2(s)$

فـى كل مـا يأتـى أثـتـ أنـ:  $N = N_2$   $\therefore N_1 = N$  ، المـال مـتسـاوـى

$$\boxed{1} \quad N(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$N(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{2} \quad N(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4}$$

$$(s-1)(s+1) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{3} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\frac{s(s+1)}{(s+2)(s+1)} = \frac{s(s+1)}{(s+2)(s+1)}$$

$$\boxed{4} \quad N(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\frac{s(s+1)}{(s+2)(s+1)} + \frac{1}{(s+2)(s+1)} = \frac{s(s+1) + 1}{(s+2)(s+1)}$$

$$\boxed{5} \quad N(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\text{المـال} = \frac{1}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 4}$$

نعم نـيل

٤) أوجـدـ المـجـالـ المـشـترـكـ لـلـدـالـتـيـنـ  $N$  ،  $N_2$  لـكـلـ مـا يـأتـىـ :

$$\boxed{1} \quad N(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{3} \quad \text{مـال} = \frac{s^2 + 4s + 4}{3} \quad \text{مـال} = \frac{s^2 + 4s + 4}{3}$$

$$\boxed{2} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\text{مـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{3} \quad N(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 11}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 11}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 11}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{5} \quad N(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{6} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{7} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{8} \quad N(s) = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4}$$

$$\boxed{9} \quad N(s) = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4} \quad N(s) = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4} \quad \text{المـال} = \frac{s^2 + 9}{s^2 + 4s + 4}$$

موضوع الدرس : تمارين (٣-٢) / التاريخ

$$\boxed{1} \quad \frac{(س - ٣) - ١}{س (س - ٣)} = \frac{س - ٤ س + ٤ - ١}{س (س - ٣)}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{\{ ٣٦، ٢ \} (س - ١)}{س (س - ٢)} = \frac{٣ - ٢}{س}$$

$$\boxed{3} \quad \frac{س + ٣}{س - ٣ - س} = \frac{(س + ١)(س - س + ١)}{س (س - س + ١)}$$

لهم بس

$$\text{المحل} = ٢ - ٣ . ٢$$

$$\boxed{4} \quad \frac{س + ٣ - ٢}{س - ١} = \frac{(س - ٣ - ١) + (س - ١)}{(س - ١)} \quad \text{بالتحليل}$$

$$(س - ١)(س + س + ١) + (س - ١)(س + ١) \quad \text{المحل} = ٢ - ٣ . ٢$$

$$س + س + ١ + س + س + ١ = س + س + ١ + س + س + ١$$

$$\boxed{5} \quad ن(س) = \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٣)(س + ٣)} \quad \therefore \text{المحل} = ٢ - ٣ . ٢$$

$$\frac{9 + ٠ - ٩}{39} = ٧١ \quad \boxed{6} \quad ن(س) = \frac{س + س + ٢}{س + س + ٣}$$

$$\boxed{7} \quad ن(س) = \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٢)(س + ٢)} \quad \therefore \text{محل ن} = ٢ - ٣ . ٢$$

$$\frac{س + س + ٣}{س + س + ٢} =$$

ن ≠ ن لا ينتمي ن ≠ محل ن



$$\text{ن}_n(s) = \frac{s^3 + s}{s - 1} = \frac{s(s^2 + 1)}{s - 1}$$

المجال =  $s - 1$

$\therefore \text{ن}_n(s) = \frac{s^3 + s}{s - 1}$  المجال =  $s - 1$

$\therefore \text{ن}_1 = \text{ن}_n$  لأن  $\text{ن}_1(s) = \text{ن}_n(s)$  وال المجال = المجال

$$\text{ف}_n(s) = \frac{(s+1)(s^2 - s + 1)}{s(s^2 - s + 1)} = \frac{s+1}{s}$$

المجال =  $s - 1$

$$\text{ف}_n(s) = \frac{(s^2 + s) + (s+1) + (s+1)}{s(s^2 + 1)} = \frac{s(s+1) + (s+1) + (s+1)}{s(s^2 + 1)}$$

يخرج  $(s+1)$  كعامل مشترك

$$= \frac{(s^2 + 1)(s+1)}{s(s^2 + 1)} = \frac{s+1}{s}$$

المجال =  $s - 1$

$\therefore \text{ن}_1 = \text{ن}_n$  لأن  $\text{ن}_1(s) = \text{ن}_n(s)$  و المجال = المجال



الدرس

4

## العمليات على الكسور الجيرية

## تمارين (٢ - ٤)

**نقطة سهل**

### على العمليات على الكسور الجبرية

$$\text{رلا، أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث: المجال = ح - ج - ن(س)} \\ \text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{s^2 + 4s + 4}{s+4} = \frac{(s+2)^2}{s+4}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{1} \quad \text{ن(س)} = s - \frac{2}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s-1}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{2} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{3} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{4} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{5} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{6} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{7} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{8} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{9} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{10} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

$$\text{حيال ن = ح - ج - ن(س) : } \frac{2s}{s+3} = \frac{3s+2}{s+3}$$

$$\text{الإجابة: } \textcircled{11} \quad \text{ن(س)} = \frac{2s}{s+3}$$

إذا كان  $n(s) = s + \frac{1}{s-2}$  ،  $n(s) = 4s + \frac{4}{s-2}$   
وكانت  $n(s) = n(s) + n(s)$  أوجد:

٢)  $n(s)$  في أبسط صورة

١) مجال  $n(s)$



## اختبار الوحدة الثانية

$$n(s) = \frac{s^3 - 1}{s+1} \times \frac{s+1}{s-3}$$

أولاً: أكمل ما يلى:

$$n(s) = \frac{s^3 - 1}{s-3} = \frac{(s-1)(s^2+s+1)}{s-3} = \frac{s^2+s+1}{s+1} \text{ هي } 3 \text{ و المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s > 3\}$$

$$2) \text{ إذا كان للكسر الجبرى } s^{-3} \text{ معكوس ضربى هو } s^{-3} \text{ فإن } 1 = \frac{s^2+s+1}{s+1} \text{ حال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\}$$

$$3) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2+s}{s^2-2s} \leftarrow s(n) = \{s \in \mathbb{R} : s \neq 0, 2\} \text{ فإن المجال المشترك الذى تساوى فيه } n, n \text{ هو } ?$$

$$\text{ثانياً: } n(s) = \frac{(s+1)(s-3)}{(s+1)(s-3)} \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1, 3\}, n(s) = \frac{s-3}{s+1}, n(s) = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\}$$

$$4) \text{ أوجد المجال المشترك الذى تساوى فيه } n, n(s) \text{ حيث: } n(s) = \frac{s+1}{s+2}, \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\}$$

$$n(s) = \frac{s^2+5s+4}{s^2+2s+4} = \frac{(s+1)(s+4)}{(s+2)^2} \rightarrow n(s) = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -2\}$$

$$5) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2+7s+49}{s^2-49} \text{ فأوجد } n(s) \text{ فى أبسط صورة مبيناً مجالها، واحسب قيمة } n(1).$$

$$(s-7)(s+7) \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq \pm 7\}, n(s) = \frac{s^2+7s+49}{s^2-49} = \frac{s^2+7s+49}{(s-7)(s+7)}$$

$$6) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2-s-10}{s^2+2s-15} \text{ أثبت أن } n = n \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -5, 3\}$$

$$7) \text{ إذا كان مجال الدالة } n \text{ حيث } n(s) = \frac{s+1}{s-2} \text{ هو } ? \text{ (أ) } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq 2\} \text{ (ب) } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\}$$

$$8) \text{ أوحد الدالة } n \text{ فى أبسط صورة مبيناً مجالها حيث: } n(s) = \frac{(s-1)(s+4s+1)}{(s-1)(s+4s+1)} \text{ لا } \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\} = 3 \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\}$$

$$9) \text{ أولاً: } n(s) = \frac{s^2-5s+4}{s^2-1} \text{ ثانياً: } n(s) = \frac{s-1}{s-2} \times \frac{s-2}{s-1} = \frac{1}{s-2} \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq 1, 2\}$$

$$10) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2-2s}{(s+2)(s-2)} = \frac{s(s-2)}{(s+2)(s-2)} \text{ المجال } n = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -2, 2\}$$

$$11) \text{ أولاً: أوجد } n(s) \text{ وعين مجاله. ثانياً: إذا كان } n(s) = 2 \text{ فما قيمة } s. \{s \in \mathbb{R} : s \neq 0\}$$

$$12) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2+3s+2}{s^2+2s+1} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+1)(s+1)} = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1\} \text{ فالتحليل }$$

$$13) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2-2s-3}{s^2-4s+3} = \frac{(s-3)(s+1)}{(s-3)(s-1)} = \{s \in \mathbb{R} : s \neq 1, 3\} \text{ فالتحليل }$$

$$14) \text{ إذا كان } n(s) = \frac{s^2+2s+1}{s^2+3s+2} = \frac{(s+1)^2}{(s+1)(s+2)} = \{s \in \mathbb{R} : s \neq -1, -2\} \text{ فالتحليل }$$