数字三角形

CF1517C

从上往下对于每个数，如果左边有空格子就往左延伸，否则向下。

那一天她离我而去

暴力一点的想法是删掉与 1 相连的边，然后在与 1 相邻的点两两之间跑最短路，复杂度$O(\text{数据水能过})$

正解分组最短路，我们没有必要两两跑最短路，将与 1 相邻的点和边单独存一下，与 1 相邻的点的编号对应的二进制一定至少有一位不相同，于是我们枚举每个二进制位，每次将该位为 1 的点x与 1 连一条 $1->x$ 的边，为 0 的向虚拟点$n+1$连边，边权为原来$1-x$的边权，这样跑$1-n+1$的最短路即可，任意两个点一定分别出于两端至少一次，他们构成的环一定能跑出来。枚举二进制时，每次回复一下$head$数组和tot，再连该次所需边即可.

我们这届有人找到了爆标解法。

哪一天她能重回我身边

把背面的数向正面的数连边，翻一张卡相当于把边反向，我们要用最少次数让所有点入度小于等于1，并且求出方案数

然后你发现这是树形DP

显然对每个联通块可以分开考虑

如果一个联通块$n>m$那么无论如何都无法满足要求

那么我们只需要考虑$n==m$和$n-1==m$两种情况

$n-1==m$这不是棵树吗

我们再看一眼目的“用最少次数让所有点入度小于等于1”

在树上就有且只有一个点入度为0，我们令这个点为树根，然后换根DP就好了

$n==m$基环树，环上要么顺时针要么逆时针，其实只有两种情况，随便找个环上的边断开，分别以两边为根DFS一次即可

最小次数是所有联通块最小次数和，方案数是所有联通块方案数乘起来。

单调区间

CF1693D

一个有神奇性质的 DP 题

考虑如何

首先给出一个很别扭的定义

$dp_{i,0}$ 为第 i 个元素在 **递增** 序列中时， **递减** 序列最后一个元素的 **最大值**

$dp_{i,1}$ 为第 i 个元素在 **递减** 序列中时， **递增** 序列最后一个元素的 **最小值**

初始时候所有 $dp_{i,0}=-\infty \quad dp_{i,1}=\infty$

$dp_{1,0}=\infty \;\; dp_{1,1}=-\infty$

怎么转移?

枚举第 $(i-1)$ 个元素是在递增序列还是递减序列，然后尝试更新 $dp_{i,1,0}$ ，~~其实就是分类讨论~~

只要 $dp_{n,0}\neq -\infty$ 或者 $dp_{n,1}\neq\infty$ 那么就存在合法方案

这个时候我们有了 n^3 做法：枚举所有区间然后判断

然后考虑如何优化这个东西

如果我们枚举区间左端点，尝试扩展到最远的右端点，然后统计答案是能写到 n^2 的

进一步，我们从大到小枚举左端点

考虑在更新过程中

要么在有限次操作内新的 $dp_{k,1,0}$ 将与原来的相同，这时再往后将与原来完全一致，可以直接使用上次记录的最远点

要么在某个位置发现无法更新下去了，这个时候更新最远点即可

这貌似只是个常数优化？不，其实我们可以证明对于任意一个 f_i ，它最多被更新 7 次，所以这样就能切掉这个题了

下面是~~比较严谨的~~证明

在 i 之前找到一个最大的 j ，使得 $a_j>a_{j+1}$ ，那么 $a_j \quad a_{j+1}$ 不能同时处于递增序列中， $dp_{i,0}$ 必然为 $a_j,a_{j+1}-\infty$ 中的一个

如果不存在这样的 j ，那么 $dp_{i,0}=\infty$

所以 $dp_{i,0}$ 只有 4 种取值

同理，我们可以证明 $dp_{i,1}$ 也只有四种取值

每次更新至少有一个值不同，一共 8 个取值，所以对于任意一个 f_i ，它最多被更新 7 次，复杂度是 $O(n)$ 的