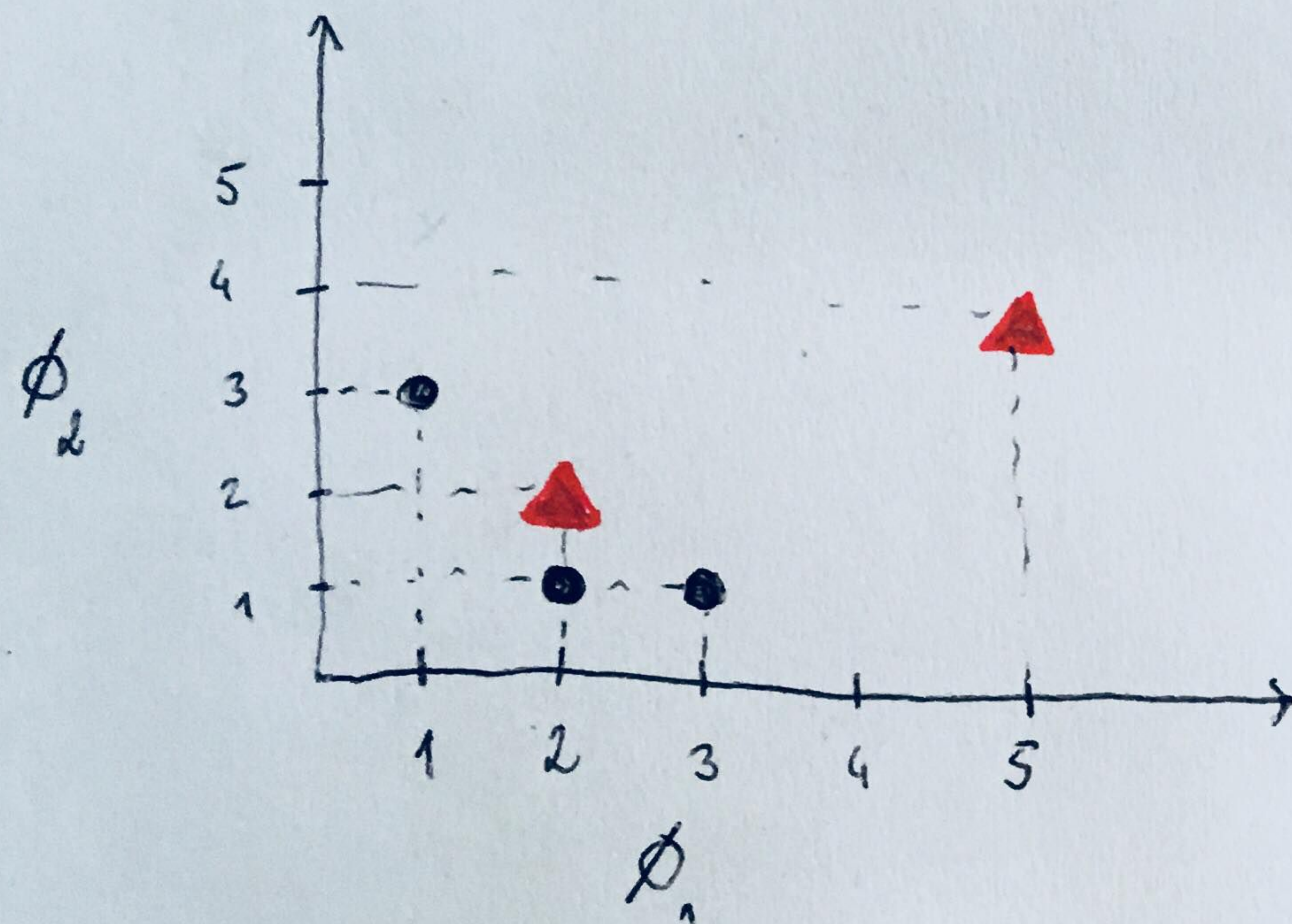


Hw 4 - Grupo 3

1.

a)

● - class 0 ($a=0$)
▲ - class 1 ($a=1$)



O dataset não é linearmente separável porque não é possível definir uma linha tal que todos os pontos $a=0$ estão de um lado e todos os pontos $a=1$ estão do outro lado.

b) initial weights $w_0 = 0$ $w_1 = 0$ $w_2 = 0$; step-size $\alpha = 1$

Gradient descent

$$\begin{aligned} -w_0 \quad \frac{\partial J(\pi)}{\partial w_0} &= \sum_{n=1}^5 (\pi(1|x_n) - a_n) = \sum_{n=1}^5 \frac{1}{1 + e^{-(w_0 + w_1 x_{n,1} + w_2 x_{n,2})}} - a_n = \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot 5 - \sum_{n=1}^5 a_n \right) = \frac{5}{2} - (0 + 1 + 0 + 0 + 1) = \frac{5}{2} - 2 = \frac{5}{2} - \frac{4}{2} = 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -w_1 \quad \frac{\partial J(\pi)}{\partial w_1} &= \sum_{n=1}^5 x_{n,1} (\pi(1|x_n) - a_n) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) \\ &+ 5 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{1}{2} - 1 + 1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -w_2 \quad \frac{\partial J(\pi)}{\partial w_2} &= \sum_{n=1}^5 x_{n,2} (\pi(1|x_n) - a_n) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) + 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + \\ &1 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + 4 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{3}{2} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = -0,5 \end{aligned}$$

Updated weights

$$w_0 = w_0 - \alpha \nabla J = 0 - 1 \times 0,5 = -0,5$$

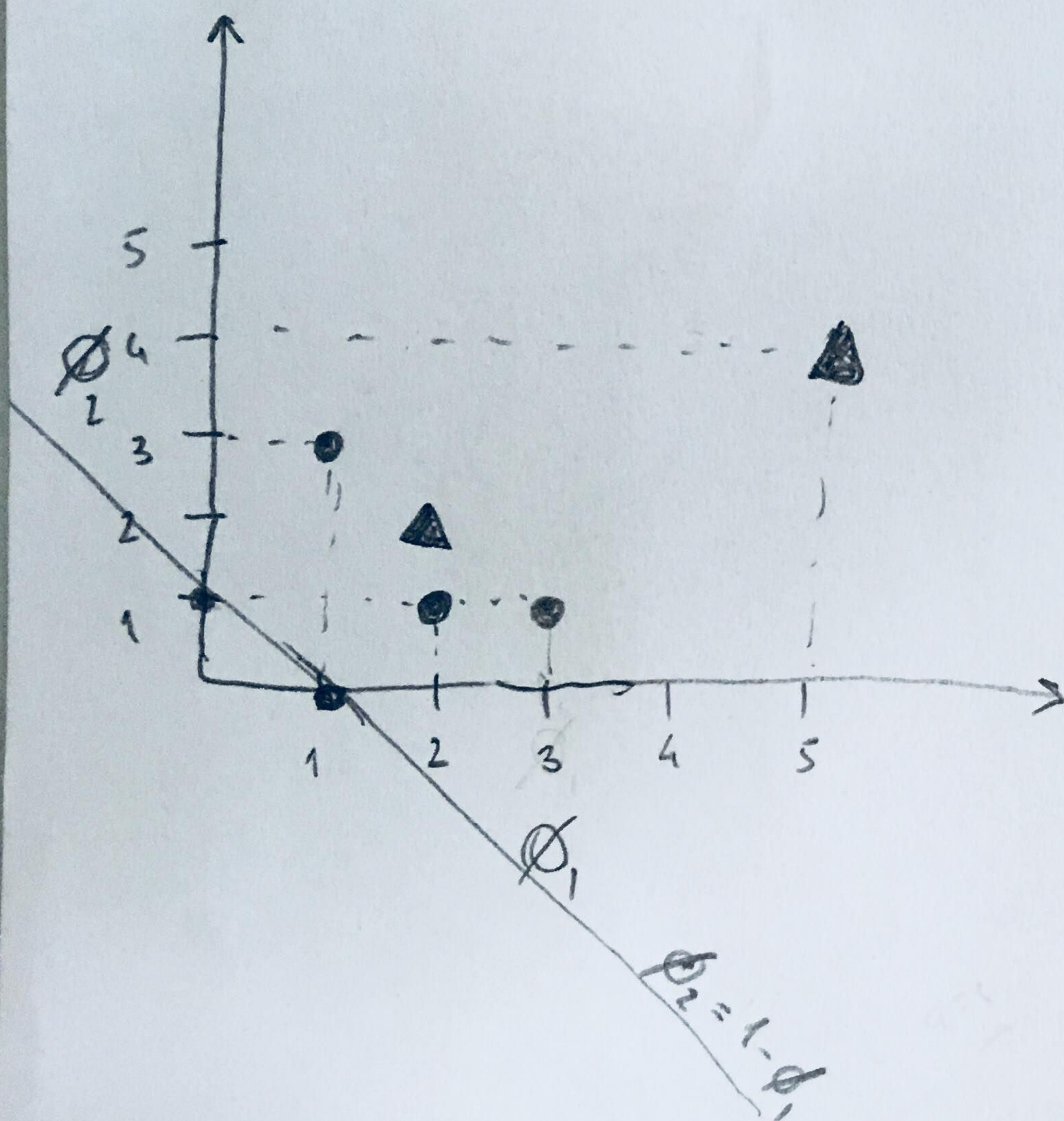
$$w_1 = w_1 - \alpha \nabla J = 0 - 1 \times -0,5 = 0,5$$

$$w_2 = w_2 - \alpha \nabla J = 0 - 1 \times -0,5 = 0,5$$

e) Decision boundary given w_0, w_1, w_2 from b)

$$w^T \phi(x) + w_0 = 0 \Leftrightarrow w_0 + w_1 \phi_1 + w_2 \phi_2 = 0 \Leftrightarrow -0,5 + 0,5 \phi_1 + 0,5 \phi_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi_1 + \phi_2 = 1 \Leftrightarrow \phi_2 = 1 - \phi_1$$



Não classifica todos os pontos
corretamente pois classifica todos
os pontos com a mesma classe.