

# Logística Urbana para Entrega de Mercadorias

## Desenho de Algoritmos

### Alunos - G57

David Marques - up201905574  
Gonçalo Marques - up202006874  
Rui Soares - up202103631

### Orientadores

Ana Paula Tomás  
Rosaldo Rossetti  
Gonçalo Leão



# Descrição do Problema

Uma empresa com base tecnológica pretende inovar, criando uma plataforma eletrónica de crowdsourcing para a entrega de mercadorias em zonas urbanas.

A empresa tem o seu próprio armazém, onde recebe e mantém as mercadorias enviadas pelos fornecedores, que ficam a aguardar o transporte para o destino final.

A empresa realiza dois tipos de serviços, nomeadamente a entrega normal e a entrega expresso.

Neste contexto surgiram **3** abordagens às formas de entrega:

- **Cenário 1:** otimização do número de estafetas (entrega normal);
- **Cenário 2:** otimização do lucro da empresa (entrega normal);
- **Cenário 3:** otimização das entregas expresso.

# Cenário 1 - Formalização

- **Input:**
  - lista de carrinhas =  $\{c1, c2, c3, \dots, c_n\}$ ;
  - lista de encomendas =  $\{e1, e2, e3, \dots, e_m\}$ ;
- **Output:** lista de carrinhas com encomendas;
- **Restrições:**
  - peso e volume máximo de cada carrinha não podem ser ultrapassados;

# Cenário 1 - Descrição de Algoritmos

Neste cenário foi usado um algoritmo *greedy*:

1. **ordenar** o vetor de carrinhas pela **soma** dos valores maxPeso e maxVol por ordem crescente;
2. **ordenar** o vetor de encomendas pela **soma** dos valores peso e volume por ordem decrescente;
3. **percorrer** o vetor das carrinhas até ao final do vetor ou até o vetor das encomendas ficar vazio;
4. em cada **iteração** percorrer o vetor das encomendas até ao final do vetor ou até que o peso ou o volume das **encomendas** dentro da carrinha seja igual à capacidade da carrinha:
  - a. se o peso e o volume da **encomenda** em conjunto com o peso e volume de todas as **encomendas dentro** da carrinha forem **menor ou igual** ao peso e volume máximo da **carrinha** esta é inserida dentro da **carrinha** e removida do vetor das **encomendas**.

# Cenário 1 - Análise da Complexidade

- vetor de carrinhas: **n** elementos;
  - vetor de encomendas: **m** elementos;
1. ordenar os vetores usando a função *sort* que tem complexidade temporal  **$O(n \log(n))$** ;
  2. um ciclo **while** com **m** elementos num ciclo **for** com **n** elementos resulta em complexidade  $O(n*m)$ ;

Assim, temos um complexidade temporal total de  $O[n \log(n) + m \log(m) + n*m] = \mathbf{O(n*m)}$ .

Em relação à complexidade espacial como não são criadas novas estruturas de dados a complexidade espacial é  **$O(1)$** .

# Cenário 1 - Resultados da Avaliação Empírica

volMax	pesoMax	total
42	100	142
19	115	134
28	95	123
20	89	109
35	55	90

volume	peso	total
9	9	18
3	19	22
3	19	22
3	19	22
3	20	23
3	23	26
16	13	29
16	13	29
6	26	32
6	26	32
20	13	33
19	16	35
25	13	38
22	16	38
23	16	39
16	26	42
13	29	42
19	28	47
26	22	48
25	28	53

Carrinha	volEnc	volCar - volEnc	pesoEnc	pesoCar - pesoEnc	Eficiencia de Volume	Eficiencia de Peso
142	9	33	9	91	88%	99%
	3	30	19	72		
	3	27	19	53		
	3	24	19	34		
	3	21	20	14		
134	16	5	13	1	100%	31%
	3	16	23	92		
123	16	0	13	79	100%	82%
	6	22	26	69		
	6	16	26	43		
109	16	0	26	17	100%	15%
	20	0	13	76		
	19	16	16	39		
90	13	3	29	10	91%	82%

Encomendas Entregues: 70%

Eficiencia Média

96%

62%

Na tabela acima podemos ver os resultados ideais do cenário. Usando o algoritmo descrito anteriormente obtemos valores que estão dentro das margens de erro aceitáveis. Existem algoritmos que podem dar respostas melhores ao problema (e.g. *brute-force*) mas têm complexidades temporais muito maiores do que o nosso algoritmo.

# Cenário 2 - Formalização

- **Input:**
  - lista de carrinhas =  $\{c1, c2, c3, \dots, cn\}$ ;
  - lista de encomendas =  $\{e1, e2, e3, \dots, em\}$ ;
- **Output:**
  - lucro máximo;
  - carrinhas usadas;
  - lucro por carrinha;
- **Restrições:**
  - peso e volume máximo de cada carrinha não podem ser ultrapassados;
  - não utilizar carrinhas (ou encomendas) que causem prejuízo.
- **Função Objetivo:** max (lucro).

## Cenário 2 - Descrição do Algoritmo

Para este problema usamos um algoritmo **greedy**:

1. ordenar **encomendas** por ordem de decrecente de **recompensa**;
2. ordenar **carrinhas** por ordem crecente de **custo**;
3. enquanto houver encomendas, ou existir peso e volume livre na carrinha, encher a carrinha:
  - a. quando uma encomenda ultrapassa a capacidade restante da carrinha, tentar a seguinte até uma conseguir ser inserida ou chegar ao fim da lista;
4. calcular o lucro gerado por essa carrinha;
5. **repetir** até uma carrinha dar **prejuízo**, porque a partir dessa nenhuma carrinha dará lucro.
6. calcular o lucro final com a seguinte equação:

*encomendasUsadas.size*

$$\sum_{x=0}$$

*x.recompensa*—

*carrinhasUsadas.size*

$$\sum_{x=0}$$

*x.custo*



máximo de lucro com o  
mínimo de custos.



## Cenário 2 - Análise de Complexidade

- vetor de carrinhas: **n** elementos;
  - vetor de encomendas: **m** elementos;
1. ordenar os vetores usando a função *sort* que tem complexidade temporal  **$O(n\log(n))$** ;
  2. um ciclo **while** com **m** elementos num ciclo **for** com **n** elementos resulta em complexidade  **$O(n*m)$** ;

Assim, temos um complexidade temporal total de  $O[n\log(n) + m\log(m) + n*m] = \mathbf{O(n*m)}$ .

Para além disso, não são criadas novas estruturas de dados, pelo que a complexidade espacial é  **$O(1)$** .

## Cenário 2 - Resultados da Avaliação Empírica

volMax	pesoMax	custo
19	115	2 025,00 €
28	95	2 378,00 €
42	100	3 796,00 €
20	89	4 015,00 €
35	55	5 226,00 €

volum	peso	recompensa
6	26	1 991,00 €
19	16	1 967,00 €
3	20	1 645,00 €
26	22	1 628,00 €
16	26	1 590,00 €
20	13	1 542,00 €
13	29	1 511,00 €
3	19	1 432,00 €
3	23	1 410,00 €
25	28	1 370,00 €
6	26	1 291,00 €
25	13	1 251,00 €
9	9	1 137,00 €
16	13	1 121,00 €
22	16	982,00 €
19	28	946,00 €
23	16	868,00 €
3	19	754,00 €
3	19	585,00 €
16	13	367,00 €

Carrinha	volEnc	volCar - volEnc	pesoEnc	pesoCar - pesoEnc	Recompensa Carrinha	Lucro Carrinha
2025	6	13	26	89	7 232,00 €	5 207,00 €
	3	10	20	69		
	3	7	19	50		
	3	4	23	27		
	3	1	19	8		
2378	19	9	16	79	3 843,00 €	1 465,00 €
	6	3	26	53		
	3	0	19	34		
3796	26	16	22	78	3 218,00 €	-578,00 €
	16	0	26	52		
4015	20	0	13	76	1 542,00 €	-2 473,00 €
5226	13	22	29	26	2 648,00 €	-2 578,00 €
	9	13	9	17		

Custo Total	4 403,00 €
Recompensa Total	11 075,00 €
Lucro Total	6 672,00 €

Estas tabelas demonstram os dados utilizados para os testes empíricos e as respostas ideais. O algoritmo utilizado conseguiu aproximar-se de uma resposta ideal. Outros tipos de algoritmos que conseguissem alcançar uma resposta mais precisa, seriam mais lentos.

# Cenário 3 - Formalização

- **Input:**
  - lista de encomendas = {e1, e2, e3, ..., en};
- **Output:** tempo médio mínimo;
- **Restrições:**
  - 1 encomenda por entrega;
  - no máximo 28800 segundos por dia (8 horas = 1 dia de trabalho).
- **Função Objetivo:** min (tempo médio).

## Cenário 3 - Descrição do Algoritmo

Para este problema usamos um algoritmo *greedy*:

1. ordenar as **encomendas** por ordem crescente de **duração** da entrega.
2. enquanto houverem encomendas ou enquanto o tempo da entrega não passar as **8 horas** de trabalho diárias, são guardados os tempos das encomendas numa lista (*time*) para serem usados no cálculo do tempo médio das entregas.

Finalmente, para calcular o tempo médio das entregas, são usados os tempos na lista referida anteriormente da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{time.size} time[time.size - 1] * i$$

## Cenário 3 - Análise de Complexidade

- vetor de encomendas: **n** elementos;
- 1. ordenar o vetor usando a função *sort* tem complexidade temporal  **$O(n \log(n))$** ;
- 2. um ciclo **for** com **n** elementos tem complexidade  **$O(n)$** ;
- 3. outro ciclo **for** com **n** elementos tem complexidade  **$O(n)$** ;

Assim, temos um complexidade temporal total de  $O[n \log(n) + n + n] = \mathbf{O(n \log(n))}$ .

Para além disso, não são criadas novas estruturas de dados, pelo que a complexidade espacial é  **$O(1)$** .

# Cenário 3 - Resultados da Avaliação Empírica

Estas tabelas demonstram os dados utilizados para os testes empíricos e as respostas ideais.

O algoritmo utilizado conseguiu alcançar aproximadamente a resposta ideal.

Outros tipos de algoritmos que conseguissem alcançar uma resposta mais precisa, seriam mais lentos.

Ou seja, para estas 20 encomendas expresso, que só serão entregues em 6 dias, foram obtidos estes tempos médios mínimos de entrega para cada dia.

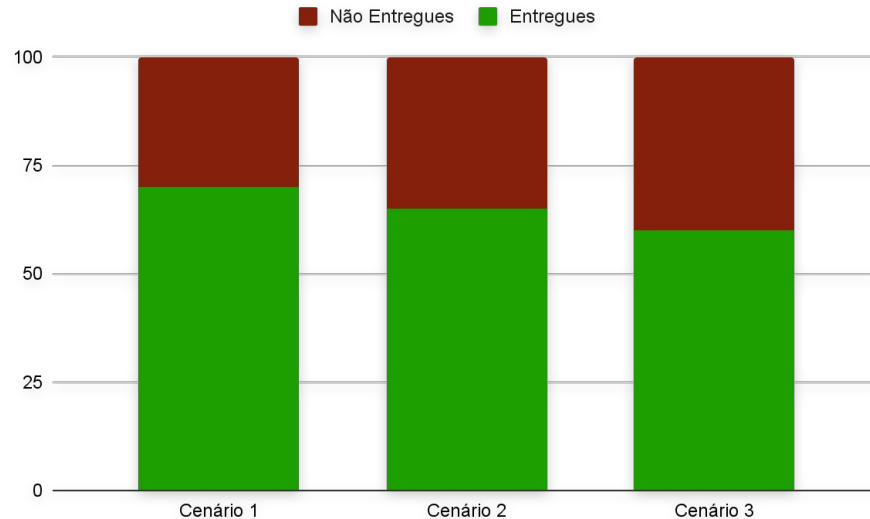
volume	peso	duração (s)
20	13	1280
22	16	2290
3	20	3160
6	26	3180
13	29	3250
25	13	3840
25	28	5350
23	16	6080
16	13	6410
16	13	7030
16	26	7280
3	19	8270
19	16	8650
26	22	9250
3	19	9840
9	9	10190
19	28	10210
3	23	10280
6	26	10350
3	19	10510

Segundos em 1 Dia de Trabalho: 28800

Dia	Sum. Aux	Somatório	Média	Enc. Entregues	Tempo Total
1	1280	102430	12803,75	40,00%	28430
	3570				
	6730				
	9910				
	13160				
	17000				
	22350				
2	28430	40570	13523,33	25,00%	20720
	6410				
	13440				
3	20720	51360	17120	33,33%	26170
	8270				
	16920				
4	26170	29870	14935	33,33%	20030
	9840				
5	20030	30700	15350	50,00%	20490
	10210				
6	20490	31210	15605	100,00%	20860
	10350				
6	20860	31210	15605	100,00%	20860
	10350				

# Funcionalidades Extra

Acrescentamos também a capacidade de medir a **eficiência de entregas** em cada cenário, em termos do quociente entre o número de pedidos entregues e os não entregues.



# Solução Algorítmica de Destaque

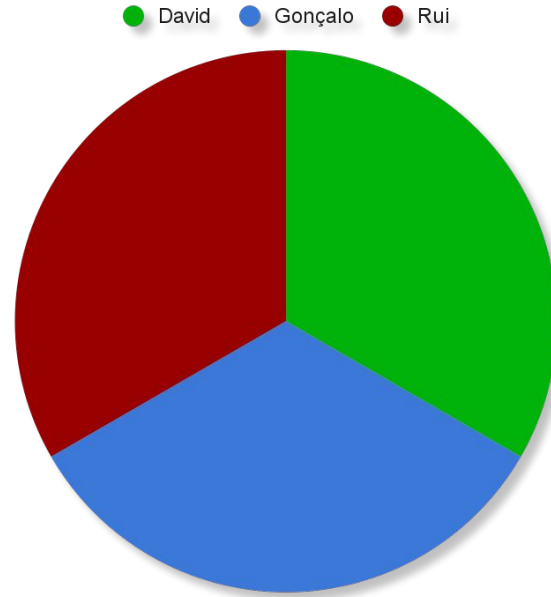
Achamos que vale a pena destacar o algoritmo que obtivemos para o cenário 3, pois apesar de, tal como os outros cenários, ser um algoritmo *greedy*, conseguimos obter nesse caso uma complexidade temporal melhor do que nos outros algoritmos.

$$O(n \log(n)) > O(n^2)$$



# Dificuldades Encontradas e Contributos

- Encontrar algoritmos com mais precisão em relação à solução ótima do que os do tipo *greedy* sem sacrificar tempo de execução.



# FIM

