

**1a)** O problema consiste em determinar se o novo sistema de gestão de base de dados é mais rápido que o atual. A variável dependente é o tempo de resposta da consulta, dado que é a única métrica que é mencionada no enunciado. A variável independente mais relevante é o sistema que é medido (fator *sistema*) que tem dois níveis: *atual* e *novo*. Além desta, é possível considerar outras variáveis independentes que também podem influenciar o tempo de resposta da consulta:

- *Número de movimentos*
- *Intervalo temporal*
- *Número de contas*

O tipo de consulta também poderia ser considerado como um fator adicional, embora estivesse diretamente relacionado com as opções dos três fatores mencionados acima.

Dado que o departamento de sistemas de informação está interessado em perceber se o novo sistema é mais rápido, faz sentido formular uma hipótese unidirecional ao considerar o fator *sistema*. As hipóteses são:

$H_0$ : Não existe diferença de tempo de resposta entre os dois sistemas

$H_1$ : O tempo de resposta da consulta do sistema novo é menor do que o tempo de resposta do sistema atual.

É de esperar que quanto maior o número movimentos, maior é o tempo de resposta, o que justifica a seguinte hipótese unidirecional:

$H_0$ : Não existe diferença entre os tempos de resposta para diversos números de movimentos

$H_1$ : Existe pelo menos uma diferença negativa entre o tempo resposta da consulta com  $i$  movimentos e o tempo de resposta com  $j$  movimentos,  $i < j$ .

É necessário formular hipóteses semelhantes para os fatores *intervalo temporal* e *número de contas*. Também seria necessário formular hipóteses sobre as interações entre fatores, preferencialmente entre o fator *sistema* e cada um dos três fatores acima. Também seria possível considerar hipóteses bidirecionais, mas não seria atribuída a totalidade da classificação .

**1 b)** A medição mencionada no enunciado corresponde a um dos dois tipos de incertezas:

- Incerteza aleatória, que corresponde a uma variação sem padrão definido e que pode ser tratada estatisticamente. O seu efeito pode ser minorizado através do aumento da amostra.
- Incerteza sistemática, que corresponde a uma variação que consistentemente aumenta o valor do que está a ser medido, por exemplo, derivado de sobrecarga do processador. Esta observação deverá ser removida.

**2a)** Dado que o tamanho da amostra é maior do que 30, é possível aplicar o Teorema do Limite Central. Seja  $x$  a variável que corresponde ao tempo para encontrar um sinal válido de GPS. Deste modo, dado que  $\mu = 10$  e  $\sigma = 6$ , temos que

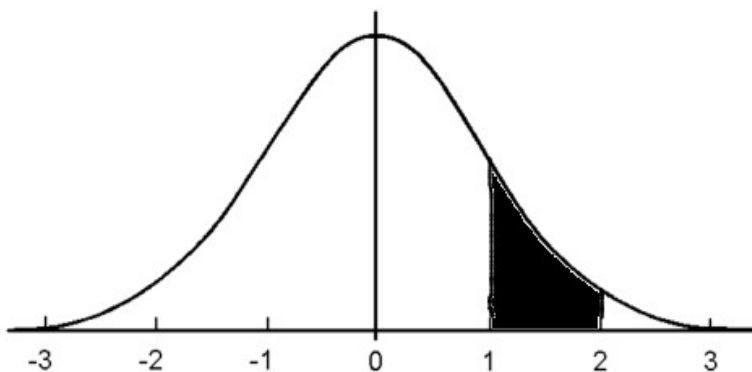
$$\mu_x = 10$$

$$\sigma_x = 6/\sqrt{36} = 1$$

Logo, obtém-se a seguinte probabilidade

$$\Pr(11 < x < 12) = \Pr((11 - \mu_x)/\sigma_x < z < (12 - \mu_x)/\sigma_x) = \Pr((11 - 10)/1 < z < (12 - 10)/1) = \Pr(1 < z < 2)$$

que corresponde à área na seguinte figura.



**2 b)** Dado que o tamanho de amostra é pequeno ( $n=9$ ), é necessário recorrer à distribuição de t de Student. Temos que

$$x = 10.5$$

$$s = 5$$

$$1-\alpha = 0.95$$

Asumindo que a distribuição da população é normal, o intervalo de confiança é calculado da seguinte forma:

$$\mu = x \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \times s / \sqrt{n} = 10.5 \pm t_{8, 0.975} \times 5 / 3 = 10.5 \pm 2.306004 \times 1.6(7) \approx [6.65666, 14.34334]$$

Ou seja, o tempo médio para a deteção de um sinal válido de GPS está contido no intervalo acima com 95% de confiança.

**2 c)** Sim, bastaria aumentar o tamanho da amostra, assumindo que não haveriam alterações significativas na média e desvio padrão.

**2 d)** Tem razões para não confiar se o tempo obtido for significativamente superior ao reportado pelo fabricante. Por essa razão, é necessário considerar um teste unidirecional.

i) Definição de hipóteses:

$$H_0: \mu = 10$$

$$H_1: \mu > 10$$

ii) Critério de seleção (assumindo normalidade):

$$\text{Definição da região de rejeição: } [t_{n-1, 1-\alpha}, +\infty] = [t_{8, 0.95}, +\infty] = [1.859548, +\infty]$$

iii) Cálculo do teste estatístico:

$$t_c = (x - \mu) / (s / \sqrt{n}) = (10.5 - 10) / (5 / 3) = 0.3$$

iv) Tomada de decisão

Como  $t_c$  está fora da região de rejeição, não se rejeita a hipótese nula. Logo, não existe evidência que o tempo de deteção de sinal válido de GPS seja superior ao reportado pelo fabricante.

Também seria possível considerar hipótese bidirecional, mas a totalidade da classificação não seria atribuída. O tipo de erro associado à decisão é não rejeitar a hipótese nula quando esta é falsa, ou seja, erro do tipo II.

**3a)** O gráfico indica que pode existir diferenças significativas entre sistemas operativos e entre dispositivos. Também indica que pode existir uma interação significativa entre os dois fatores, dado que a aplicação é mais rápida no dispositivo A do que no dispositivo B com sistemas operativos iOS e Android, mas mais lenta no dispositivo A do que no dispositivo B com sistema operativo Ubuntu.

**3b)** Para um nível de 5% de significância, a tabela indica que existem diferenças significativas de tempo entre pelo menos dois sistemas operativos (o p-valor do fator SO  $< 0.05$ ), que não existem diferenças de tempo entre dispositivos (o p-valor do fator SPhone  $> 0.05$ ) e que existe uma interação significativa entre sistemas operativos e dispositivos (o p-valor de interações  $< 0.05$ ). Notar que, embora não existam diferenças significativas entre dispositivos, estas pode estar “mascaradas” pelas interações, como é indicado na alínea anterior. Os valores de F indicam que o efeito do fator sistema operativo é maior do que o efeito do dispositivo e igual ao fator das interações. Dado que existem interações positivas, será necessário efetuar um teste *post-hoc* para identificar as diferenças entre pares de combinações de sistemas operativos / dispositivos, por exemplo, com teste Tukey HSD ou pairwise t-test com correção de testes múltiplos.