

# CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Ej. 1:



	Trabajar	No trabajar	$\Sigma$
Hombres	10	9	19

## Probabilidades

Apontamentos sobre a probabilidade de um evento, definição de Laplace, os axiomas da teoria das probabilidades

Page

### Probabilidade de um evento

- A probabilidade mede a verosimilhança (possibilidade) com que um evento pode ocorrer. É a base da Inferência Estatística
- Um **modelo de probabilidade** é a descrição matemática de um fenómeno aleatório que consiste em definir o espaço de resultados e calcular a probabilidade de cada acontecimento elementar → O conhecimento da probabilidade não oferece qualquer garantia sobre o resultado individual de uma experiência estatística

### Exemplo 1:

Considere a experiência aleatória que consiste em rodar a roda da sorte, dividida em quatro setores de igual amplitude e anotar o número que saiu.

Define um modelo de probabilidade que descreva esta experiência.

Espaço de resultados:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$

Admitimos que existe igual possibilidade de ocorrer cada um dos acontecimentos elementares.  
Por isso, é natural esperar que cada um tenha igual probabilidade, ou seja  $\frac{1}{4}$ .

Logo:

$$P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{4}$$

Acontecimento elementar	(1)	(2)	(3)	(4)
Probabilidade	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

### Definição de Laplace de probabilidade

- Numa experiência aleatória onde os casos possíveis são um número finito e equiprováveis, a probabilidade de um acontecimento  $A$  é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis.

$$P(A) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favoráveis a } A}{N^{\circ} \text{ de casos possíveis}} = \frac{\#A}{\#E}$$

### Exemplo 1:

Numa caixa foram colocados 4 copos de velas aromáticas numeradas de 1 a 4 de acordo com o aroma.

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, um copo da caixa e registar o respetivo número.

Calcule a probabilidade de se retirar:

- o copo com o número 3.
- um copo com um número ímpar.

a) Seja  $A$ : "sair o copo com o número 3."

Número de casos possíveis: 4  
Número de casos favoráveis: 1

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

b) Seja  $B$ : "sair o copo com um número ímpar."

Número de casos possíveis: 4  
Número de casos favoráveis: 2

$$P(B) = \frac{2}{4} = 0,5$$

### Exemplo 2:

Na experiência aleatória que consiste em lançar uma moeda e, de seguida, lançar um dado equilibrado, numerado de 1 a 6, e verificar as faces que ficam voltadas para cima.

Qual é a probabilidade de sair face europeia e número par em simultâneo?

A: "sair face europeia e número par"

N - nacional  
E - europeia



Casos possíveis: 12

		1	2	3	4	5	6
Mãe	N	(N,1)	(N,2)	(N,3)	(N,4)	(N,5)	(N,6)
	E	(E,1)	(E,2)	(E,3)	(E,4)	(E,5)	(E,6)

Neste caso, temos que:

**Exemplo 3:**  $\Omega = \{(N,1), (N,2), (N,3), (N,4), (N,5), (N,6), (E,1), (E,2), (E,3), (E,4), (E,5), (E,6)\}$

Na experiência aleatória que consiste em escolher ao acaso uma família com 3 filhos e anotar o sexo destes, considerando a ordem pela qual nasceram.

Qual é a probabilidade da família ter pelo menos 2 raparigas?



## Axiomas da teoria das probabilidades

- As probabilidades são definidas com base num conjunto de regras ou axiomas, que devem satisfazer:
  - 1º Axioma:**  $P(A) \geq 0$ .
  - 2º Axioma:**  $P(\Omega) = 1$
  - 3º Axioma:**  $P(A1 \cup A2 \cup \dots \cup Ak) = P(A1) + P(A2) + \dots + P(Ak)$
  - 4º Axioma:**  $P(\emptyset) = 0$
- Existem também alguns teoremas:
  - $P(A - B) = P(A) - P(B)$
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
  - $P(A) + P(\neg A) = 1$
  - Se  $A \subseteq B$ , então  $P(A) \leq P(B)$

### Exemplo 1:

Suponha que tira uma carta de um baralho de 52 cartas.

Qual é a probabilidade de se obter um rei ou uma copa?

Sejam:  
R: "sair Rei"  
C: "sair Copas"

Então a probabilidade de se obter um rei ou uma copa é:

$$P(R \cup C) = P(R) + P(C) - P(R \cap C) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

### Exemplo 2:

Do conjunto de empresas que atuam num dado setor industrial, 25% possuem departamento de investigação, 50% realizam lucros e 20% possuem departamento de investigação e realizam lucros.

Calcule a probabilidade de uma empresa, escolhida ao acaso, do referido conjunto, estar nas seguintes condições:

- a) possuir departamento de investigação ou realizar lucros ou ambas as coisas.

DI: "Empresa possui departamento de investigação"  
L: "Empresa realiza lucros"

$P(DI) = 0,25$   
 $P(L) = 0,5$   
 $P(DI \cap L) = 0,2$

$P(DI \cup L) = P(DI) + P(L) - P(DI \cap L) = 0,25 + 0,5 - 0,2 = 0,55$

- b) não possuir departamento de investigação e não realizar lucro

DI: "Empresa possui departamento de investigação"  
L: "Empresa realiza lucros"

$P(\overline{DI}) + P(DI) = 1 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow P(\overline{DI}) = 1 - P(DI) \Leftrightarrow P(\overline{DI}) = 1 - 0,25 = 0,75$