



Álgebra das Variáveis Lógicas

Apontamentos sobre as várias portas lógicas: AND, OR, NOT, XOR e os seus complexos

Page

Sistemas Lógicos

- Circuitos combinatórios: As saídas só dependem das entradas nesse instante
- Circuitos sequenciais: As saídas podem depender das entradas nesse instante mas também das entradas em instantes anteriores

Variáveis e Funções Lógicas

Variáveis Lógicas

- Também chamadas de *Boole* ou Binárias
- Têm por domínio apenas 2 valores distintos, normalmente "0" e "1"

Funções Lógicas

- Também chamadas de *Boole* ou Binárias
- Funções que têm por contradomínio o conjunto lógico [0,1]

Portas Lógicas

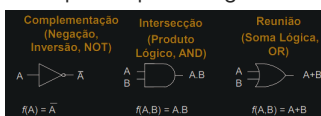
- Fazem a associação de um intervalo de tensão a um valor lógico



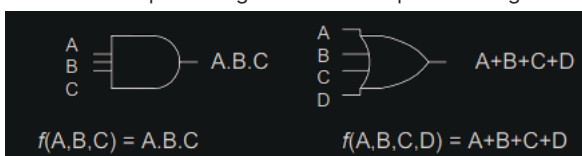
- Uma porta lógica produz uma tensão dentro de um intervalo o qual é reconhecido como determinado nível lógico

Portas Lógicas Elementares

- Com 3 tipos de portas lógicas elementares é possível construir qualquer circuito digital combinatório

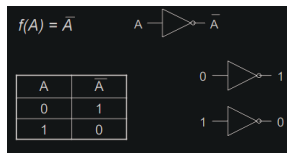


- Os símbolos das portas lógicas AND e OR podem ser generalizados para qualquer número de entradas

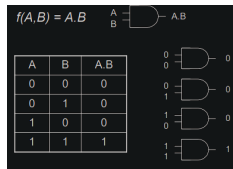


- Porta Lógica NOT

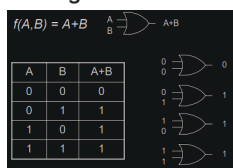
- O circuito na saída NOT representa inversão



- Porta Lógica AND



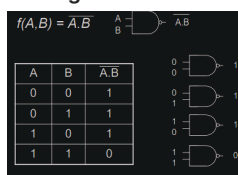
- Porta Lógica OR



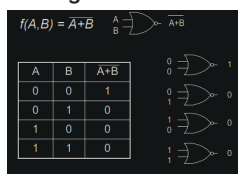
Portas Lógicas Complexas

- Combinando o NOT com o AND ou OR pode-se obter funções lógicas

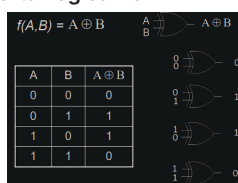
- Porta Lógica NAND



- Porta Lógico NOR



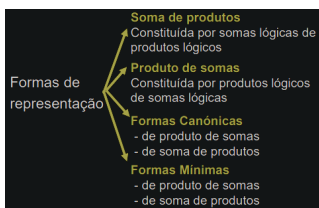
- Porta Lógica XOR



- Combinação entre a porta AND, OR e NOT $\rightarrow A \cdot B + \bar{A} \cdot B$

Expressões Lógicas

- Dizem-se **equivalentes** se:
 - Uma for igual a "1" quando a outra também for igual a "1" e igual a "0" quando a outra também o for.
- Dizem-se **complementares** se:
 - Uma for igual a "1" quando a outra for igual a "0" e vice-versa



Axiomas

- São um conjunto de definições elementares, que se considera serem verdadeiras

• $X = 0 \text{ se } X = 1$	$X = 1 \text{ se } X = 0$
• Se $X = 0, \bar{X} = 1$	se $X = 1, \bar{X} = 0$
• $1+1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$
• $0+0 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$
• $1+0 = 0+1 = 1$	$0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$

Teoremas

- Os teoremas são enunciados, que se sabe serem verdadeiros, que permitem manipular expressões algébricas

Postulados/Teoremas	Soma Lógica	Produto Lógico
1. Elementaridade	$X + X = X$	$X \cdot X = X$
2. Elementaridade Associativa	$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$
3. Elementaridade Distributiva	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	$X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$
4. Complementaridade	$X + \bar{X} = 1$	$X \cdot \bar{X} = 0$
5. Elementaridade Absorção	$X + (X \cdot Y) = X$	$X \cdot (X + Y) = X$
6. Associatividade	$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$
7. Distributividade	$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$	$X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$
8. Lei de De Morgan	$\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$	$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$

Postulados/Teoremas	Soma Lógica	Produto Lógico
9. Lei de Morgan	$\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$	$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$
10. Teorema da Independência Lógica	$X + X \cdot Y = X$	$X \cdot (X + Y) = X$
11. Lei de De Morgan (alterar o nome)	$X + \bar{X} \cdot Y = X + Y$	$X \cdot (\bar{X} + Y) = X \cdot Y$
12. Lei de De Morgan (alterar o nome)	$\overline{X \cdot Y} = \bar{X} + \bar{Y}$	$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$

Simplificação de Expressões

$$f(A, B) = A \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{A}$$

$$= A(B + \bar{B}) + \bar{A} = A + \bar{A} = 1$$

$$f(A, B, C) = A(B + \bar{C}) + A \cdot \bar{B}$$

$$= A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} = A \cdot \bar{B}(C + 1) = A \cdot \bar{B}$$

$$f(A, B, C) = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + A(B + C)$$

$$= A \cdot B + (\bar{A} + \bar{B})C + \bar{A}C + \bar{A}B$$

$$= A \cdot B + \bar{A}C + \bar{B}C + \bar{A}C + \bar{A}B$$

$$= A \cdot B + \bar{A}C + \bar{B}C + \bar{A}B$$

$$= B(A + \bar{A}) + \bar{A}C + \bar{B}C$$

$$= B + \bar{A}C + \bar{B}C$$

$$= (B + \bar{B})(B + C) + \bar{A}C$$

$$= B + C + \bar{A}C = B + C$$

$$f(A, B, C) = (A + B)C + \bar{A}\bar{C}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C} = A + B + C + \bar{A}\bar{C}$$

$$= (A + \bar{A})(A + \bar{C}) + B + C$$

$$= A + \bar{C} + B + C = 1$$

Expressões Lógicas e Tabelas de Verdade