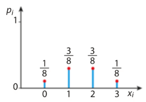
Variável Aleatória

Apontamentos sobre distribuição de probabilidade, valor médio, variância e desvio-padrão, função de probabilidade e função de distribuição acumulada

Page

Distribuição de Probabilidade

- Uma **distribuição de probabilidades** ou **função massa de probabilidade** de uma variável aleatória é uma função que a cada elemento do suporte do modelo probabilístico faz corresponder a respetiva probabilidade
- A distribuição de probabilidade da variável aleatória também pode ser representada por um gráfico



x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	…	p_n

- Seja V uma v.a discreta que assume os valores. Interessa saber qual a probabilidade de X assumir um valor em particular
- Representando por $\boldsymbol{p1}$, $\boldsymbol{p2}$, $\boldsymbol{p3}$, … , $\boldsymbol{pn}$ a probabilidade de X ser igual a cada um dos valores tem-se que:

$$\boxed{p_i = P(X = x_i)}$$

Diz-se que $\boldsymbol{p1}$, $\boldsymbol{p2}$, $\boldsymbol{p3}$, … , $\boldsymbol{pn}$ consitituem uma distribuição de probabilidade desde que:

$$\boxed{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n = 1 \implies \sum_{i=1}^{n} p_i = 1}$$

Se estas condições se verificarem então chama-se **função de probabilidade de X**

Valor médio

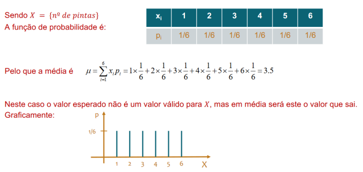
- Para os casos em que as probabilidades são todas iguais, ou seja, $\boldsymbol{p1}$ = $\boldsymbol{p2}$ = $\boldsymbol{p3}$ = … = $\boldsymbol{pn}$, vem que:

$$\boxed{E(X) = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}}$$

- Costuma-se designar por μ, $\boldsymbol{E(X)}$, ou $\neg\boldsymbol{x}$

Exemplo 1:

No lançamento de um dado qual é o valor esperado do número de pintas saído?


Sendo $X = \{n^{\text{o}}\ de\ pintas\}$
A função de probabilidade é:

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Pelo que a média é $\mu = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = 1\times\frac{1}{6} + 2\times\frac{1}{6} + 3\times\frac{1}{6} + 4\times\frac{1}{6} + 5\times\frac{1}{6} + 6\times\frac{1}{6} = 3.5$

Neste caso o valor esperado não é um valor válido para X, mas em média será este o valor que sai.
Graficamente:

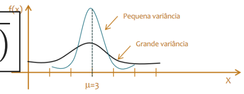
Variância e Desvio-padrão populacional

- A variância de um modelo de probabilidade de uma v.a é dada por:

$$Var(X) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{m} (x_i - E(X))^2 \times p_i$$

- E o desvio padrão por:

$$\sigma_x^2 = \sigma_x = \sqrt{Var(X)}$$



Função de probabilidade

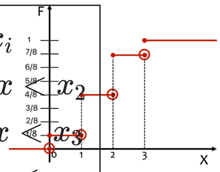
- Sendo X uma variável aleatória discreta cujos possíveis valores são {x1, x2, ..., xn} com $n \in \mathbb{N}$, a função f que associa a cada valor $xi \in X$, a sua probabilidade $f(xi) = P(X = xi)$ é dada por:

$$f(x_i) = \begin{cases} P(X = x_i), & se\ x = x_i \\ 0, & se\ x \neq x_i \end{cases}$$

Função de distribuição acumulada

- A distribuição de probabilidades pode ainda ser descrita através da chamada função de distribuição acumulada $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & se\ x < x_i \\ f(x_1) & se\ x_1 \leq x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2) & se\ x_2 \leq x < x_3 \\ f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) & se\ x_3 \leq x < x_4 \\ \vdots & \\ f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_n) & se\ x \geq x_n \end{cases}$$



Distribuição de Bernoulli