Integração

Apontamentos sobre integração, o conceito geométrico, as suas propriedades e o teorema de Barrow

Page

- O conceito de integral definido está relacionado com um problema geométrico: o cálculo da área de uma figura plana

Conceito geométrico

- O integral de uma função é a área limitada pela função f, pela paralelas ao eixo das ordenadas, passando pelos limites de integração (a, b) e pelo eixo das abcissas

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx}$$

Propriedades

- Se trocarmos os limites do integral o mesmo muda de sinal

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

- Considerando o intervalo $[a, b]$ e seja $c \in]a, b[$, a área total é igual à soma das áreas parciais

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

- Sendo k constante, temos

$$\int_a^b k.f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

- Seja $f(x) \leq g(x)$, $\forall\ x \in [a, b]$, então:

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

Teorema de Barrow

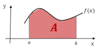
- O integral definido (entre a e b) é igual à diferença que toma a primitiva da função, $F(x)$, quando se substitui os limites de integração a e b

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_b^a = F(b) - F(a)}$$

Teorema fundamental do cálculo

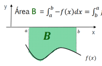
- Seja f uma função contínua no intervalo fechado $[a, b]$ e g uma função, tal que $g'(x) = f(x)$ para todo o $x \in [a, b]$. Então:

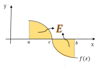
$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = g(b) - g(a)}$$



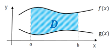
Área A $= \int_a^b f(x)dx$

Área B $= \int_a^b -f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$

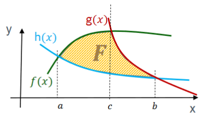




Área E $= \int_a^c f(x)dx + \int_c^b -f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$



Área D $= \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$



Área F $= \int_a^c [f(x) - h(x)]dx + \int_c^b [g(x) - h(x)]dx$

Onde:

$\boldsymbol{a}$: $\boldsymbol{f(x) = h(x)}$

$\boldsymbol{b}$: $\boldsymbol{h(x) = g(x)}$

$\boldsymbol{c}$: $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$