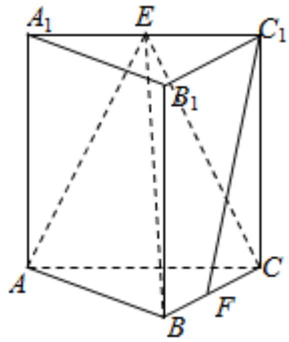
Automatic solving processes of 10 problems by our method

1. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧棱垂直于底面，$AB\perp BC$，$AA_1=AC=2$，$BC=1$，E、F分别为A_1C_1、BC的中点.
   (1)求证：平面$ABE\perp$平面B_1BCC_1；
   (2)求证：$C_1F//$平面 ABE；
   (3)求三棱锥$E-ABC$的体积.



【Automatic solving】
第 1 问:
(1)∵　CB⊂平面 BCC_1B_1
(2)∵　B_1B⊂平面 BCC_1B_1
(3)∵ AB⊥BC
(4)∵ 棱柱 ABC-A_1B_1C_1
(5)∴ 由条件(4)得: 线段 BB_1⊥平面△ABC
(6)∵　BA⊂平面 ABC
(7)∴ 由条件(5,6)得: BB_1⊥AB
(8)∴ 由条件(1,2,3,7)得: 线段 AB⊥平面 BCC_1B_1
(9)∵　BA⊂平面 ABE
(10)∴ 由条件(8,9)得: 平面 BCC_1B_1⊥平面 ABE

第 2 问:
(1)∵　建立以 B_1 为原点,以↑B_1B、↑B_1C_1、↑B_1A_1 为基的仿射坐标系
(2)∴ 由条件(1)得: 平面 ABE 的法向量为 V_1(1,4,0)
(3)∵　△CC_1F
(4)∴ 由条件(1)得: ↑B_1B(2,0,0)
(5)∵ 矩形 BCC_1B_1
(6)∴ 由条件(5)得: CC_1∥BB_1
(7)∴ 由条件(5)得: CC_1=BB_1
(8)∴ 由条件(4,6,7)得: ↑C_1C(2,0,0)
(9)∵　CF
(10)∴ 由条件(1)得: ↑B_1C_1(0,1,0)
(11)∴ 由条件(5)得: BC∥B_1C_1
(12)∴ 由条件(5)得: BC=B_1C_1
(13)∴ 由条件(10,11,12)得: ↑BC(0,1,0)
(14)∴ 由条件(9,13)得: ↑FC(0,1/2,0)
(15)∴ 由条件(3,8,14)得: ↑FC_1(-2,1/2,0)
(16)∴ 由条件(1,2,15)得: 线段 C_1F∥平面 ABE

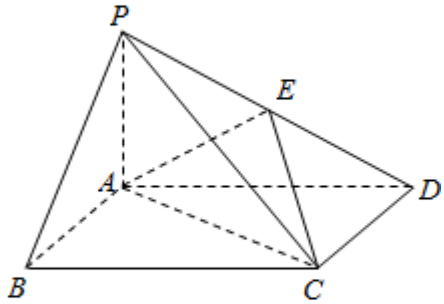
第 3 问:
(1)∵　棱锥 E-ABC

(2)∵ 棱柱 ABC-A_1B_1C_1
(3)∴ 由条件(2)得: 线段 AA_1⊥平面△ABC
(4)∵ 矩形 ACC_1A_1
(5)∴ 由条件(4)得: AC∥A_1C_1
(6)∵ CA⊂平面 ABC
(7)∴ 由条件(5,6)得: 线段 A_1C_1∥平面 ABC
(8)∴ 由条件(1,3,7)得: 线段 AA_1 是 EABC 的高
(9)∴ 由条件(1,8)得: V_EABC=1/3*S_△ABC*AA_1
(10)∵ AA_1=AC
(11)∵ AC=2
(12)∴ 由条件(10,11)得: AA_1=2
(13)∴ 由条件(9,12)得: V_EABC-2/3*`S_△ABC`=0
(14)∵ BC
(15)∵ △ABC
(16)∵ 点 A
(17)∵ AB⊥BC
(18)∴ 由条件(14,15,16,17)得: 线段 AB 是三角形△ABC 的高
(19)∴ 由条件(18)得: S_△ABC=((1/2)*(BC))*(AB)
(20)∵ BC=1
(21)∴ 由条件(19,20)得: `S_△ABC`-1/2*AB=0
(22)∵ 矩形 ABB_1A_1
(23)∴ 由条件(22)得: AB=A_1B_1
(24)∵ Rt△A_1B_1C_1
(25)∴ 由条件(24)得: ((A_1B_1)^(2))+((B_1C_1)^(2))=(A_1C_1)^(2)
(26)∵ 矩形 BCC_1B_1
(27)∴ 由条件(26)得: BC=B_1C_1
(28)∴ 由条件(20,27)得: B_1C_1=1
(29)∴ 由条件(4)得: AC=A_1C_1
(30)∴ 由条件(11,29)得: A_1C_1=2
(31)∴ 由条件(25,28,30)得: A_1B_1=3^(1/2)
(32)∴ 由条件(23,31)得: AB=3^(1/2)
(33)∴ 由条件(21,32)得: `S_△ABC`=1/2*3^(1/2)
(34)∴ 由条件(13,33)得: V_EABC=1/3*3^(1/2)

2. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PA\perp$平面 $ABCD$，E 为 PD 的中点.

(Ⅰ)证明：$PB//$平面 AEC；

(Ⅱ)设二面角$D-AE-C$为60°，$AP=1$，$AD=\sqrt{3}$，求三棱锥$E-ACD$的体积.



【Automatic solving】

第 1 问:

连接 D、B,连接 B、E,作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 A、F、C、连接 F、E、连接 D、F、B,作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 A、F、C、连接 F、E、连接 D、F、B

(1)∵△BDP

(2)∵点 E 是线段 DP 的中点

(3)∵点 F 是线段 BD 的中点

(4)∴由条件(1,2,3)得: 线段 EF 为△BDP 的中位线

(5)∴由条件(4)得: EF∥BP

(6)∵ FE⊂平面 AEC

(7)∴由条件(5,6)得: 线段 BP∥平面 AEC

第 2 问:

连接 D、B,连接 B、E,作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 A、F、C、连接 F、E、连接 D、F、B,作线段 AE 的高 G,连接 D、G、连接 A、E、G、连接 C、G,作线段 AE 的高 G,连接 D、G、连接 A、E、G、连接 C、G

(1)∵棱锥 E-ACD

(2)∵ DA⊂平面 ADP

(3)∵ PA⊂平面 ADP

(4)∵线段 AP⊥平面 ABCD

(5)∵ BA⊂平面 ABCD

(6)∴由条件(4,5)得: AP⊥AB

(7)∵ Rt∠BAD

(8)∴由条件(7)得: AD⊥AB

(9)∴由条件(2,3,6,8)得: 线段 AB⊥平面 ADP

(10)∵矩形 ABCD

(11)∴由条件(10)得: AB∥CD

(12)∴由条件(9,11)得: 线段 CD⊥平面 ADP

(13)∴由条件(1,12)得: 线段 CD 是 EACD 的高

(14)∴由条件(1,13)得: V_EACD=1/3*S_△ADE*CD

(15)∵ Rt△CDG

(16)∴由条件(15)得: cos(CGD)=5/4-1/3*CD^2

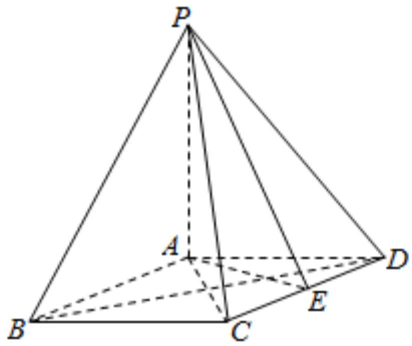
(17)∵二面角 D-AE-C 的大小为 1/3*π
(18)∵∠CGD
(19)∴由条件(17,18)得: ∠CGD=1/3*π
(20)∴由条件(19)得: cos(CGD)=1/2
(21)∴由条件(20)得: CGD=1/3*π
(22)∴由条件(16,21)得: CD=3/2
(23)∴由条件(14,22)得: V_EACD-1/2*`S_△ADE`=0
(24)∵△ADE
(25)∵∠ADP
(26)∴由条件(24,25)得: S_△ADE=(((DE)*(AD))*(sin(∠ADE)))*(1/2)
(27)∵ DE=1
(28)∵ AD=(3^(1/2))
(29)∵等腰△ADE
(30)∴由条件(29)得: ∠ADE=∠DAE
(31)∵∠DAE=π/6
(32)∴由条件(30,31)得: ∠ADE=π/6
(33)∴由条件(26,27,28,32)得: `S_△ADE`=1/4*3^(1/2)
(34)∴由条件(23,33)得: V_EACD=1/8*3^(1/2)

3. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为菱形，E 为 CD 的中点．

(Ⅰ)求证：$BD\perp$平面 PAC；

(Ⅱ)若$\angle ABC=60°$，求证：平面$PAB\perp$平面 PAE；

(Ⅲ)棱 PB 上是否存在点 F，使得$CF//$平面 PAE？说明理由．



【Automatic solving】

第 1 问:

(1)∵ PA⊂平面 PAC

(2)∵ CA⊂平面 PAC

(3)∵菱形 ABCD

(4)∴由条件(3)得: AC⊥BD

(5)∵线段 AP⊥平面 ABCD

(6)∵ DB⊂平面 ABCD

(7)∴由条件(5,6)得: AP⊥BD

(8)∵ CA⊂平面 ABCD

(9)∴由条件(5,8)得: AP⊥AC

(10)∴由条件(1,2,4,7,9)得: 线段 BD⊥平面 PAC

第 2 问:

(1)∵线段 AP⊥平面 ABCD

(2)∵ PA⊂平面 AEP

(3)∴由条件(1,2)得: 平面 ABCD⊥平面 AEP

(4)∵ DC⊂平面 ABCD

(5)∵等腰△ACD

(6)∵菱形 ABCD

(7)∴由条件(6)得: ∠ABC=∠ADE

(8)∵∠ABC=1/3*π

(9)∴由条件(7,8)得: ∠ADE=π/3

(10)∴由条件(5,9)得: 等边△ACD

(11)∵点 E 是线段 CD 的中点

(12)∵△ACD

(13)∴由条件(11,12)得: 线段 AE 是△ACD 的中线

(14)∴由条件(10,13)得: 线段 AE 是三角形△ACD 的高

(15)∴由条件(14)得: AE⊥CD

(16)∴由条件(3,4,15)得: 线段 CD⊥平面 AEP

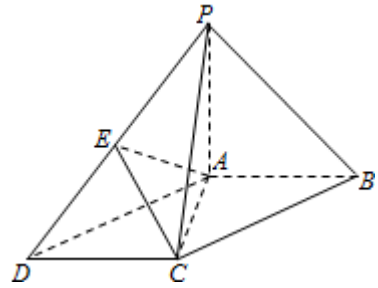
(17)∴由条件(6)得: AB∥CD
(18)∴由条件(16,17)得: 线段 AB⊥平面 AEP
(19)∵ BA⊂平面 ABP
(20)∴由条件(18,19)得: 平面 AEP⊥平面 ABP

第 3 问:
在 BP 上取中点 F 使得:FP=(1/2)*(BP)
连接 O、P,,连接 O、B,连接 O、P,连接 E、F,作线段 AP 的中点 G,连接 E、G、连接 G、F、连接 A、G、P
(1)∵作线段 AP 的中点 G,连接 E、G、连接 G、F、连接 A、G、P
(2)∴由条件(1)得: 点 G
(3)∵点 F
(4)∵点 C
(5)∵点 E
(6)∴由条件(2,3,4,5)得: 四边形 CEGF
(7)∵菱形 ABCD
(8)∴由条件(7)得: AB∥CD
(9)∵ BA⊂平面 ABP
(10)∴由条件(8,9)得: 线段 CD∥平面 ABP
(11)∵点 C 在平面 EFG 上
(12)∴由条件(2,3,5)得: △EFG
(13)∴由条件(12)得: 平面 EFG
(14)∴由条件(11,13)得: CD⊂平面 EFG
(15)∵△ABP
(16)∴由条件(15)得: 平面 ABP
(17)∴由条件(13,16)得: 平面 EFG∩平面 ABP 于 FG
(18)∴由条件(10,14,17)得: CD∥FG
(19)∵ FG=CE
(20)∴由条件(6,18,19)得: CEGF 是平行四边形
(21)∴由条件(20)得: CF∥EG
(22)∵ GE⊂平面 AEG
(23)∴由条件(21,22)得: 线段 CF∥平面 AEG

4. 如图，在底面为平行四边形的四棱锥$P-ABCD$中，$AB\perp AC$，$PA\perp$平面$ABCD$，且$PA=AB$，点E是PD的中点.

(1)求证：$PB//$平面AEC;

(2)求二面角$E-AC-B$的大小.



【Automatic solving】

第 1 问:

作线段 AC 的中点 F,连接 A、F、C、连接 F、E、连接 B、F、D,,连接 B、D,,连接 B、E,作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 A、F、C、连接 F、E、连接 B、F、D

(1)∵ △BDP

(2)∵ 点 E 是线段 DP 的中点

(3)∵ 点 F 是线段 BD 的中点

(4)∴ 由条件(1,2,3)得: 线段 EF 为△BDP 的中位线

(5)∴ 由条件(4)得: EF∥BP

(6)∵ FE⊂平面 AEC

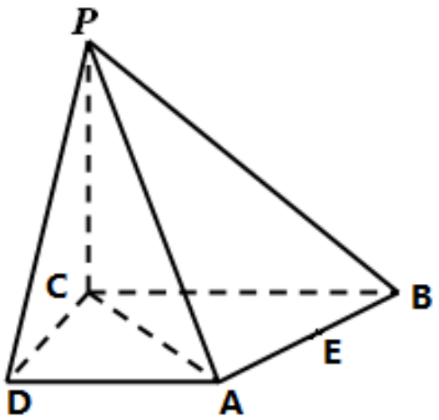
(7)∴ 由条件(5,6)得: 线段 BP∥平面 AEC

5. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PC\perp$ 平面$ABCD$，$AB/\!/DC$，$DC\perp AC$.

(1)求证：$DC\perp$平面B_1BCC_1；

(2)求证：平面$PAB\perp$平面PAC；

(3)设点 E 为 AB 的中点，在棱 PB 上是否存在点 F，使得$PA/\!/$平面 CEF?说明理由.



【Automatic solving】

第 1 问:

(1)∵ CA⊂平面 PAC

(2)∵ PC⊂平面 PAC

(3)∵ CD⊥AC

(4)∵ 线段 CP⊥平面 ABCD

(5)∵ DC⊂平面 ABCD

(6)∴ 由条件(4,5)得: CP⊥CD

(7)∴ 由条件(1,2,3,6)得: 线段 CD⊥平面 PAC

第 2 问:

(1)∵ CA⊂平面 PAC

(2)∵ PC⊂平面 PAC

(3)∵ CD⊥AC

(4)∵ 线段 CP⊥平面 ABCD

(5)∵ DC⊂平面 ABCD

(6)∴ 由条件(4,5)得: CP⊥CD

(7)∴ 由条件(1,2,3,6)得: 线段 CD⊥平面 PAC

(8)∵ AB∥CD

(9)∴ 由条件(7,8)得: 线段 AB⊥平面 PAC

(10)∵ BA⊂平面 ABP

(11)∴ 由条件(9,10)得: 平面 PAC⊥平面 ABP

第 3 问:

作 BP 的中点 F 使得:FP=(1/2)*(BP)

(1)∵ Rt△ABP

(2)∵ 点 E 是线段 AB 的中点
(3)∵ 点 F 是线段 BP 的中点
(4)∴ 由条件(1,2,3)得：线段 EF 为△ABP 的中位线
(5)∴ 由条件(4)得：EF∥AP
(6)∵ FE⊂平面 CEF
(7)∴ 由条件(5,6)得：线段 AP∥平面 CEF

6. 直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90°$，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，$BC=CA=CC_1$，则 BM 与 AN 所成角的余弦值为（　　）

A. $\boxed{\frac{1}{10}}$　　B. $\boxed{\frac{2}{5}}$　　C. $\boxed{\frac{\sqrt{30}}{10}}$　　D. $\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

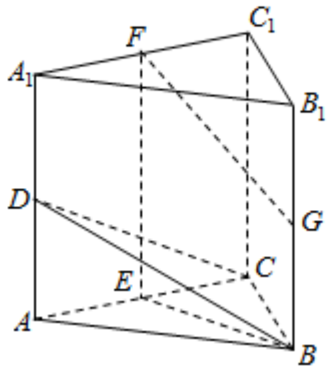
【Automatic solving】C

7. 如图，在三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，CC_1⊥平面 ABC，D，E，F，G 分别为 AA_1，AC，A_1C_1，BB_1 的中点，$AB=BC=\sqrt{5}$，$AC=AA_1=2$．

（Ⅰ）求证：AC⊥平面 BEF；

（Ⅱ）求二面角 B-CD-C_1 的余弦值；

（Ⅲ）证明：直线 FG 与平面 BCD 相交．



【Automatic solving】

第 1 问:

(1)∵　FE⊂平面 BEF

(2)∵　EB⊂平面 BEF

(3)∵　CB⊂平面 ABC

(4)∵　BA⊂平面 ABC

(5)∵ BB_1C_1C 是平行四边形

(6)∴ 由条件(5)得: BC∥B_1C_1

(7)∵　B_1C_1⊂平面 A_1B_1C_1

(8)∴ 由条件(6,7)得: 线段 BC∥平面 A_1B_1C_1

(9)∵ AA_1B_1B 是平行四边形

(10)∴ 由条件(9)得: AB∥A_1B_1

(11)∵　B_1A_1⊂平面 A_1B_1C_1

(12)∴ 由条件(10,11)得: 线段 AB∥平面 A_1B_1C_1

(13)∴ 由条件(3,4,8,12)得: 平面 ABC∥平面 A_1B_1C_1

(14)∵ 线段 CC_1⊥平面 ABC

(15)∴ 由条件(13,14)得: 线段 CC_1⊥平面 A_1B_1C_1

(16)∴ 由条件(5)得: CC_1∥BB_1

(17)∵　点 B_1 在平面 BEF 上

(18)∵　平面 BEF

(19)∴ 由条件(17,18)得: B_1B⊂平面 BEF

(20)∴ 由条件(16,19)得: 线段 CC_1∥平面 BEF

(21)∵　C_1C⊂平面 AA_1C_1C

(22)∵ AA_1C_1C 是平行四边形

(23)∴ 由条件(22)得: 平面 AA_1C_1C

(24)∴ 由条件(18,23)得: 平面 BEF∩平面 AA_1C_1C 于 EF

(25)∴ 由条件(20,21,24)得: CC_1∥EF

(26)∴ 由条件(15,25)得: 线段 EF⊥平面 A_1B_1C_1

(27)∵　A_1C_1⊂平面 A_1B_1C_1

(28)∴ 由条件(26,27)得: EF⊥A_1C_1

(29)∵　CA⊂平面 AA_1C_1C

(30)∵ 等腰△ABC

(31)∵ 点 E 是线段 AC 的中点
(32)∵ △ABC
(33)∴ 由条件(31,32)得: 线段 BE 是△ABC 的中线
(34)∴ 由条件(30,33)得: 线段 BE 是三角形△ABC 的高
(35)∴ 由条件(34)得: BE⊥AC
(36)∵ EB⊂平面 ABC
(37)∴ 由条件(14,36)得: CC_1⊥BE
(38)∴ 由条件(21,29,35,37)得: 线段 BE⊥平面 AA_1C_1C
(39)∵ A_1C_1⊂平面 AA_1C_1C
(40)∴ 由条件(38,39)得: BE⊥A_1C_1
(41)∵ FE⊂平面 AA_1C_1C
(42)∴ 由条件(38,41)得: BE⊥EF
(43)∴ 由条件(1,2,28,40,42)得: 线段 A_1C_1⊥平面 BEF
(44)∴ 由条件(22)得: AC∥A_1C_1
(45)∴ 由条件(43,44)得: 线段 AC⊥平面 BEF

第 3 问:
连接 C、F,连接 D、B_1,作线段 AB 的高 H,连接 H、B_1、连接 H、A_1、连接 C、H、连接 B、H、A,连接 D、F,,连接 C、G,连接 G、D
(1)∵ CB⊂平面 BCD
(2)∵ DB⊂平面 BCD
(3)∵ CB⊂平面 ABC
(4)∵ BA⊂平面 ABC
(5)∵ BB_1C_1C 是平行四边形
(6)∴ 由条件(5)得: BC∥B_1C_1
(7)∵ B_1C_1⊂平面 A_1B_1C_1
(8)∴ 由条件(6,7)得: 线段 BC∥平面 A_1B_1C_1
(9)∵ AA_1B_1B 是平行四边形
(10)∴ 由条件(9)得: AB∥A_1B_1
(11)∵ B_1A_1⊂平面 A_1B_1C_1
(12)∴ 由条件(10,11)得: 线段 AB∥平面 A_1B_1C_1
(13)∴ 由条件(3,4,8,12)得: 平面 ABC∥平面 A_1B_1C_1
(14)∵ 线段 CC_1⊥平面 ABC
(15)∴ 由条件(13,14)得: 线段 CC_1⊥平面 A_1B_1C_1
(16)∴ 由条件(5)得: CC_1∥BB_1
(17)∵ B_1B⊂平面 BFG
(18)∴ 由条件(16,17)得: 线段 CC_1∥平面 BFG
(19)∵ C_1C⊂平面 AA_1C_1C
(20)∵ △BFG
(21)∴ 由条件(20)得: 平面 BFG
(22)∵ AA_1C_1C 是平行四边形
(23)∴ 由条件(22)得: 平面 AA_1C_1C
(24)∴ 由条件(21,23)得: 平面 BFG∩平面 AA_1C_1C 于 EF

(25)∴ 由条件(18,19,24)得: CC_1∥EF
(26)∴ 由条件(15,25)得: 线段 EF⊥平面 A_1B_1C_1
(27)∵ A_1C_1⊂平面 A_1B_1C_1
(28)∴ 由条件(26,27)得: EF⊥A_1C_1
(29)∵ FE⊂平面 AA_1C_1C
(30)∵ A_1C_1⊂平面 AA_1C_1C
(31)∴ 由条件(21)得: 点 E 在平面 BFG 上
(32)∴ 由条件(21,31)得: EB⊂平面 BFG
(33)∵ GF⊂平面 BFG
(34)∵ CA⊂平面 AA_1C_1C
(35)∵ 等腰△ABC
(36)∵ 点 E 是线段 AC 的中点
(37)∴ 由条件(35,36)得: 线段 BE 是△ABC 的中线
(38)∴ 由条件(35,37)得: 线段 BE 是三角形△ABC 的高
(39)∴ 由条件(38)得: BE⊥AC
(40)∵ EB⊂平面 ABC
(41)∴ 由条件(14,40)得: CC_1⊥BE
(42)∴ 由条件(19,34,39,41)得: 线段 BE⊥平面 AA_1C_1C
(43)∴ 由条件(29,42)得: BE⊥EF
(44)∴ 由条件(21,31)得: EF⊂平面 BFG
(45)∴ 由条件(30,42)得: BE⊥A_1C_1
(46)∴ 由条件(28,32,43,44,45)得: 线段 A_1C_1⊥平面 BFG
(47)∵ FB⊂平面 BFG
(48)∴ 由条件(46,47)得: A_1C_1⊥BF
(49)∴ 由条件(48)得: Rt∠BFC_1
(50)∴ 由条件(49)得: ∠BFC_1=π/2
(51)∵ CH⊥AB
(52)∴ 由条件(51)得: Rt∠BHC
(53)∴ 由条件(52)得: ∠BHC=π/2
(54)∵ ∠A_1C_1C
(55)∴ 由条件(54)得: ∠DC_1F+∠CC_1D=∠CC_1F
(56)∵ HC⊂平面 ABC
(57)∵ A_1D⊂平面 AA_1C_1C
(58)∴ 由条件(42,57)得: BE⊥A_1D
(59)∵ BA⊂平面 AA_1B_1B
(60)∵ B_1B⊂平面 AA_1B_1B
(61)∵ 作线段 AB 的高 H,连接 H、B_1、连接 H、A_1、连接 C、H、连接 B、H、A
(62)∴ 由条件(61)得: CH⊥AB
(63)∴ 由条件(15,16)得: 线段 BB_1⊥平面 A_1B_1C_1
(64)∴ 由条件(13,63)得: 线段 BB_1⊥平面 ABC
(65)∴ 由条件(56,64)得: BB_1⊥CH
(66)∴ 由条件(59,60,62,65)得: 线段 CH⊥平面 AA_1B_1B
(67)∵ A_1D⊂平面 AA_1B_1B
(68)∴ 由条件(66,67)得: CH⊥A_1D

(69)∴ 由条件(40,56,58,68)得：线段 A_1D⊥平面 ABC
(70)∴ 由条件(13,69)得：线段 A_1D⊥平面 A_1B_1C_1
(71)∴ 由条件(27,70)得：A_1D⊥A_1C_1
(72)∴ 由条件(71)得：Rt∠AA_1C_1
(73)∴ 由条件(22,72)得：矩形 AA_1C_1C
(74)∴ 由条件(73)得：Rt∠A_1C_1C
(75)∴ 由条件(74)得：∠CC_1F=π/2
(76)∴ 由条件(55,75)得：∠DC_1F+∠CC_1D=π/2
(77)∵ 点 G
(78)∵ 点 F
(79)∵ 点 E
(80)∵ 点 B
(81)∴ 由条件(77,78,79,80)得：四边形 BEFG
(82)∵ FG=EF
(83)∵ EF=BE
(84)∵ BE=BG
(85)∵ FG=BG
(86)∴ 由条件(81,82,83,84,85)得：菱形 BEFG
(87)∴ 由条件(86)得：∠EFG=∠EBG
(88)∴ 由条件(40,64)得：BB_1⊥BE
(89)∴ 由条件(88)得：Rt∠EBG
(90)∴ 由条件(89)得：∠EBG=π/2
(91)∴ 由条件(87,90)得：∠EFG=π/2
(92)∴ 由条件(50,53,76,91)得：Rt∠EFG
(93)∴ 由条件(92)得：EF⊥FG
(94)∴ 由条件(32,33,43,93)得：线段 EF⊥平面 BFG
(95)∴ 由条件(13,26)得：线段 EF⊥平面 ABC
(96)∴ 由条件(94,95)得：平面 BFG∥平面 ABC
(97)∴ 由条件(44,96)得：线段 EF∥平面 ABC
(98)∴ 由条件(13,27)得：线段 A_1C_1∥平面 ABC
(99)∴ 由条件(28,29,30,97,98)得：平面 AA_1C_1C∥平面 ABC
(100)∴ 由条件(3,99)得：线段 BC∥平面 AA_1C_1C
(101)∵ FD⊂平面 AA_1C_1C
(102)∴ 由条件(16,19)得：线段 BB_1∥平面 AA_1C_1C
(103)∴ 由条件(17,24,102)得：BB_1∥EF
(104)∴ 由条件(60,103)得：线段 EF∥平面 AA_1B_1B
(105)∵ A_1B_1⊂平面 AA_1B_1B
(106)∵ B_1G⊂平面 AA_1B_1B
(107)∵ 点 D
(108)∵ 点 A_1
(109)∵ 点 B_1
(110)∴ 由条件(77,107,108,109)得：四边形 A_1B_1GD
(111)∵ 点 G 是线段 BB_1 的中点
(112)∵ 点 D 是线段 AA_1 的中点

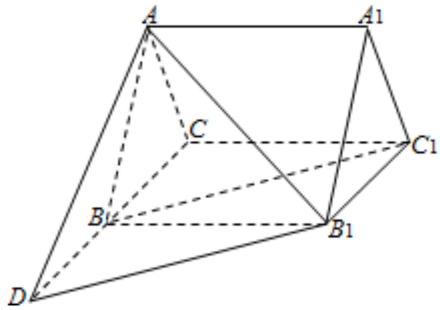
(113)∴ 由条件(9,111,112)得: DG=A_1B_1
(114)∵ A_1D=B_1G
(115)∴ 由条件(110,113,114)得: A_1B_1GD 是平行四边形
(116)∴ 由条件(115)得: DG∥A_1B_1
(117)∵ GD⊂平面 DFG
(118)∴ 由条件(116,117)得: 线段 A_1B_1∥平面 DFG
(119)∵ GF⊂平面 DFG
(120)∴ 由条件(11,70)得: A_1D⊥A_1B_1
(121)∴ 由条件(120)得: Rt∠AA_1B_1
(122)∴ 由条件(9,121)得: 矩形 AA_1B_1B
(123)∴ 由条件(122)得: Rt∠A_1B_1B
(124)∴ 由条件(115,123)得: 矩形 A_1B_1GD
(125)∴ 由条件(124)得: Rt∠B_1GD
(126)∴ 由条件(125)得: B_1G⊥DG
(127)∵ B_1G∥BB_1
(128)∴ 由条件(103,126,127)得: EF⊥DG
(129)∴ 由条件(93,117,119,128)得: 线段 EF⊥平面 DFG
(130)∴ 由条件(94,129)得: 平面 BFG∥平面 DFG
(131)∵ B_1G⊂平面 BFG
(132)∴ 由条件(130,131)得: 线段 B_1G∥平面 DFG
(133)∴ 由条件(105,106,118,132)得: 平面 AA_1B_1B∥平面 DFG
(134)∵ FD⊂平面 DFG
(135)∴ 由条件(133,134)得: 线段 DF∥平面 AA_1B_1B
(136)∴ 由条件(29,101,104,135)得: 平面 AA_1C_1C∥平面 AA_1B_1B
(137)∵ DB⊂平面 AA_1B_1B
(138)∴ 由条件(136,137)得: 线段 BD∥平面 AA_1C_1C
(139)∴ 由条件(1,2,100,138)得: 平面 BCD∥平面 AA_1C_1C
(140)∴ 由条件(33,46)得: A_1C_1⊥FG
(141)∴ 由条件(28,29,30,93,140)得: 线段 FG⊥平面 AA_1C_1C
(142)∴ 由条件(139,141)得: 线段 FG⊥平面 BCD
(143)∴ 直线 FG 与平面 BCD 相交

8. 如图，三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 3 的正三角形，侧棱 AA_1 垂直于底面 ABC，$AA_1=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，D 是 CB 延长线上一点，且 $BD=BC$.

（1）求证：直线 $BC_1\parallel$平面 AB_1D；

（2）求二面角 $B_1\text{-}AD\text{-}B$ 的大小；

（3）求三棱锥 $C_1\text{-}ABB_1$ 的体积.



【Automatic solving】

第 1 问

(1)∵　DA⊂平面 AB_1D

(2)∵　B_1A⊂平面 AB_1D

(3)∵　DC⊂平面 BB_1C_1C

(4)∵点 D 在平面 BB_1C_1C 上

(5)∵点 C 在平面 BB_1C_1C 上

(6)∵点 C 在线 n_0 上

(7)∵点 D 在线 n_0 上

(8)∴由条件(4,5,6,7)得: StraightLine[n_0] analytic :y=k_n_0*x+b_n_0　slope:null　b:b_n_0⊂平面 BB_1C_1C

(9)∵线段 AA_1⊥平面 ABC

(10)∵点 D 在平面 ABC 上

(11)∵点 C 在平面 ABC 上

(12)∴由条件(6,7,10,11)得: StraightLine[n_0]　analytic　:y=k_n_0*x+b_n_0　slope:null　b:b_n_0⊂平面 ABC

(13)∴由条件(9,12)得: AA_1⊥n_0

(14)∵　DC⊂平面 ABC

(15)∴由条件(9,14)得: AA_1⊥CD

(16)∴由条件(3,8,13,15)得: 线段 AA_1⊥平面 BB_1C_1C

(17)∴由条件(9,16)得: 平面 BB_1C_1C∥平面 ABC

(18)∵　DA⊂平面 ABC

(19)∴由条件(17,18)得: 线段 AD∥平面 BB_1C_1C

(20)∵　CB⊂平面 ABC

(21)∵　BA⊂平面 ABC

(22)∵　BB_1C_1C 是平行四边形

(23)∴由条件(22)得: BC∥B_1C_1

(24)∵　B_1C_1⊂平面 A_1B_1C_1

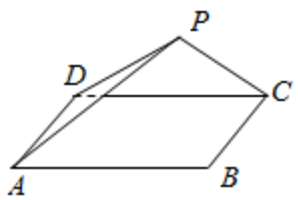
(25)∴由条件(23,24)得: 线段 BC∥平面 A_1B_1C_1
(26)∵ AA_1B_1B 是平行四边形
(27)∴由条件(26)得: AB∥A_1B_1
(28)∵ B_1A_1⊂平面 A_1B_1C_1
(29)∴由条件(27,28)得: 线段 AB∥平面 A_1B_1C_1
(30)∴由条件(20,21,25,29)得: 平面 ABC∥平面 A_1B_1C_1
(31)∴由条件(9,30)得: 线段 AA_1⊥平面 A_1B_1C_1
(32)∴由条件(28,31)得: AA_1⊥A_1B_1
(33)∵ A_1A⊂平面 AA_1B_1B
(34)∵ A_1B_1⊂平面 AA_1B_1B
(35)∴由条件(26)得: BB_1∥AA_1
(36)∵ B_1B⊂平面 BB_1C_1C
(37)∴由条件(35,36)得: 线段 AA_1∥平面 BB_1C_1C
(38)∴由条件(16,31)得: 平面 BB_1C_1C∥平面 A_1B_1C_1
(39)∴由条件(28,38)得: 线段 A_1B_1∥平面 BB_1C_1C
(40)∴由条件(32,33,34,37,39)得: 平面 AA_1B_1B∥平面 BB_1C_1C
(41)∵ B_1A⊂平面 AA_1B_1B
(42)∴由条件(40,41)得: 线段 AB_1∥平面 BB_1C_1C
(43)∴由条件(1,2,19,42)得: 平面 AB_1D∥平面 BB_1C_1C
(44)∵ C_1B⊂平面 BB_1C_1C
(45)∴由条件(43,44)得: 线段 BC_1∥平面 AB_1D

9. 如图,三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直，$PD=PC=4$，$AB=6$，$BC=3$．

（1）证明：$BC\parallel$平面 PDA；

（2）证明：$BC\perp PD$；

（3）求点 C 到平面 PDA 的距离．



【Automatic solving】

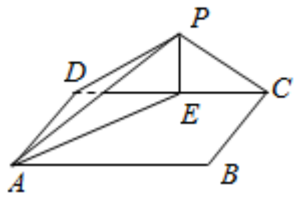
第 1 问:

(1)∵矩形 ABCD

(2)∴由条件(1)得: BC∥AD

(3)∵　DA⊂平面 PDA

(4)∴由条件(2,3)得: 线段 BC∥平面 PDA



(1)∵矩形 ABCD

(2)∴由条件(1)得: BC∥AD

(3)∵　DA⊂平面 PDA

(4)∴由条件(2,3)得: 线段 BC∥平面 PDA

第 2 问:

(1)∵平面 PDC⊥平面 ABCD

(2)∵　CB⊂平面 ABCD

(3)∵ Rt∠BCD

(4)∴由条件(3)得: BC⊥CD

(5)∴由条件(1,2,4)得: 线段 BC⊥平面 PDC

(6)∵　PD⊂平面 PDC

(7)∴由条件(5,6)得: BC⊥DP

第 3 问:

连接 B、P,连接 D、B,连接 C、A,作线段 DP 的高 E,连接 D、P、E、连接 C、E

(1)∵　DA⊂平面 ADP

(2)∵　PD⊂平面 ADP

(3)∵作线段 DP 的高 E,连接 D、P、E、连接 C、E

(4)∴由条件(3)得: CE⊥DP

(5)∵平面 PDC⊥平面 ABCD

(6)∵　DA⊂平面 ABCD

(7)∵ Rt∠ADC

(8)∴由条件(7)得: CD⊥AD

(9)∴由条件(5,6,8)得: 线段 AD⊥平面 PDC

(10)∵　EC⊂平面 PDC

(11)∴由条件(9,10)得: AD⊥CE

(12)∴由条件(1,2,4,11)得: 线段 CE⊥平面 ADP

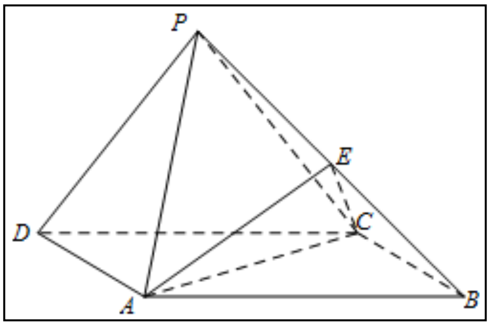
(13)∵ CE⊥DP

(14)∵ CP

(15)∴由条件(2,12,13,14)得: 线段 CP 在平面 ADP 上的射影为线段 DP

(16)∴由条件(15)得: 点 C 到面 PDA 的距离为 3/2*7^(1/2)

10. 如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$，$AB=2$，$BC=1$，$\boxed{PC = PD = \sqrt{2}}$，$E$ 为 PB 中点.



（Ⅰ）求证：$PD\parallel$平面 ACE；
（Ⅱ）求证：$PD\perp$平面 PBC；
（Ⅲ）求三棱锥 $E\text{-}ABC$ 的体积.

【Automatic solving】

第 1 问:

作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 C、F、A、连接 F、E、连接 B、F、D,连接 B、D,,连接 D、E,作线段 AC 与线段 BD 的交点 F,连接 C、F、A、连接 F、E、连接 B、F、D

(1)∵△BDP

(2)∵点 E 是线段 BP 的中点

(3)∵点 F 是线段 BD 的中点

(4)∴由条件(1,2,3)得: 线段 EF 为△BDP 的中位线

(5)∴由条件(4)得: EF∥DP

(6)∵ FE⊂平面 ACE

(7)∴由条件(5,6)得: 线段 DP∥平面 ACE

第 2 问:

连接 F、P,连接 F、A,连接 F、E,连接 C、F,连接 D、E,作线段 BC 的中点 G,连接 G、D、连接 C、G、B、连接 G、E、连接 G、P、连接 G、A、连接 C、G,连接 F、P,连接 B、D,连接 F、D,作线段 AC 与线段 BD 的交点 G,连接 C、G、A、连接 G、E、连接 B、G、D

(1)∵ PG⊂平面 PBC

(2)∵ CB⊂平面 PBC

(3)∵ Rt△DGP

(4)∴由条件(3)得: Rt∠DPG

(5)∴由条件(4)得: DP⊥GP

(6)∵平面 PCD⊥平面 ABCD

(7)∵ CB⊂平面 ABCD

(8)∵ Rt△CDG

(9)∴由条件(8)得: Rt∠BCD

(10)∴由条件(9)得: CD⊥CG

(11)∴由条件(6,7,10)得: 线段 BC⊥平面 PCD

(12)∵ PD⊂平面 PCD

(13)∴由条件(11,12)得: BC⊥DP
(14)∵作线段 BC 的中点 G,连接 G、D、连接 C、G、B、连接 G、E、连接 G、P、连接 G、A、连接 C、G
(15)∴由条件(14)得: 点 G 是线段 BC 的中点
(16)∵▵BCP
(17)∴由条件(15,16)得: 线段 GP 是△BCP 的中线
(18)∴由条件(17)得: GP 平分 BC
(19)∴由条件(1,2,5,13,18)得: 线段 DP⊥平面 PBC

第 3 问:
连接 F、P,连接 F、A,连接 F、E,连接 C、F,连接 D、E,作线段 BC 的中点 G,连接 G、D、连接 C、G、B、连接 G、E、连接 G、P、连接 G、A、连接 C、G,连接 F、P,连接 B、D,连接 F、D
(1)∵ V_EABC=v_0
(2)∴由条件(1)得: V_EABC=V_BACP-V_EACP
(3)∴由条件(1)得: 棱锥 B-ACP
(4)∴由条件(1)得: 棱锥 E-ACP
(5)∴由条件(3,4)得: V_EACP=1/2*V_BACP
(6)∵ PG⊂平面 PBC
(7)∵ CB⊂平面 PBC
(8)∵ Rt▵DGP
(9)∴由条件(8)得: Rt∠DPG
(10)∴由条件(9)得: DP⊥GP
(11)∵平面 PCD⊥平面 ABCD
(12)∵ CB⊂平面 ABCD
(13)∵ Rt▵CDG
(14)∴由条件(13)得: Rt∠BCD
(15)∴由条件(14)得: CD⊥CG
(16)∴由条件(11,12,15)得: 线段 BC⊥平面 PCD
(17)∵ PD⊂平面 PCD
(18)∴由条件(16,17)得: BC⊥DP
(19)∵作线段 BC 的中点 G,连接 G、D、连接 C、G、B、连接 G、E、连接 G、P、连接 G、A、连接 C、G
(20)∴由条件(19)得: 点 G 是线段 BC 的中点
(21)∵▵BCP
(22)∴由条件(20,21)得: 线段 GP 是△BCP 的中线
(23)∴由条件(22)得: GP 平分 BC
(24)∴由条件(6,7,10,18,23)得: 线段 DP⊥平面 PBC
(25)∵矩形 ABCD
(26)∴由条件(25)得: BC∥AD
(27)∴由条件(7,26)得: 线段 AD∥平面 PBC
(28)∴由条件(3,24,27)得: 线段 DP 是 BACP 的高
(29)∴由条件(3,28)得: V_BACP=1/3*S_▵BCP*DP
(30)∵ CP=DP=(2^(1/2))

(31)∴由条件(30)得: DP=(2^(1/2))
(32)∴由条件(29,31)得: `S_▵BCP`-3/2*V_BACP*2^(1/2)=0
(33)∵ CP
(34)∵点 B
(35)∵ PC⊂平面 PCD
(36)∴由条件(16,35)得: BC⊥CP
(37)∴由条件(21,33,34,36)得: 线段 BC 是三角形△BCP 的高
(38)∴由条件(37)得: S_▵BCP=((1/2)*(CP))*(BC)
(39)∵ BC=1
(40)∴由条件(30)得: CP=(2^(1/2))
(41)∴由条件(38,39,40)得: `S_▵BCP`=1/2*2^(1/2)
(42)∴由条件(32,41)得: V_BACP=1/3
(43)∴由条件(5,42)得: V_EACP=1/6
(44)∴由条件(2,42,43)得: V_EABC=1/6