

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

MIEI - UMinho

Trabalho 3 (data de entrega: 8 de janeiro)

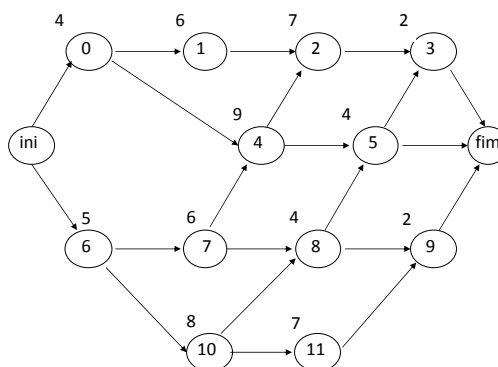
O método do caminho crítico, designado na literatura anglo-saxónica por *critical path method (CPM)*, constitui uma ferramenta muito importante em gestão de projectos. O método do caminho crítico é aplicado a projectos que podem ser decompostos num conjunto de actividades, que se considera terem durações determinísticas, entre as quais existem relações de precedência. As restrições de precedência traduzem o facto de o instante em que se pode dar início a uma dada actividade ter de ser posterior aos instantes em que terminam as actividades que lhe são precedentes.

No método do caminho crítico, a rede que representa o projecto pode ser representada de duas formas alternativas: uma, em que as actividades do projecto são representadas por arcos do grafo, e a outra, em que são representadas por nós. Vamos usar a segunda representação.

Considere um projecto com as actividades e as relações de precedência a seguir indicadas:

Actividade	Duração	Precedências
0	4	—
1	6	0
2	7	1,4
3	2	2,5
4	9	0,7
5	4	4,8
6	5	—
7	6	6
8	4	7,10
9	2	8,11
10	8	6
11	7	10

O grafo associado a este projecto é:



No problema em análise, o caminho crítico corresponde às actividades 6, 7, 4, 2 e 3, com uma duração de 29 unidades de tempo, que é também o menor tempo necessário para completar a execução de todo o projecto.

Há várias formas de determinar o caminho crítico de um projecto. O ficheiro "programacao linear aplicacoes.pdf" apresenta modelos de programação linear que podem apoiar a resolução deste trabalho.

Neste trabalho, cada grupo deverá considerar um problema em que as actividades do projecto são determinadas da forma indicada no fim do texto do enunciado.

PARTE 0 - Apresentação do projecto a abordar pelo grupo

1. Apresente a rede que representa o projecto depois de eliminar as actividades indicadas na secção "Determinação da lista de actividades", no final do texto, identificando os vértices da rede e os arcos e respectivos custos.
2. Apresente o diagrama de Gantt (que resulta de resolver o modelo com as variáveis de decisão $t_i, \forall i$), e indique a duração do projecto.

PARTE I

O CPM assume que qualquer actividade pode ser realizada em paralelo com qualquer outra. É, por exemplo, o caso das actividades 0 e 6. Há, no entanto, situações em que os recursos são limitados, e a realização das actividades depende dos recursos disponíveis. Se existir apenas um equipamento utilizado pelas actividades 0 e 6, as duas actividades não podem decorrer em simultâneo, devendo a actividade 0 terminar antes de se iniciar a actividade 6 ou a actividade 6 terminar antes de se iniciar a actividade 0. Claramente, pode haver casos em que a duração global do projecto aumenta em consequência disso.

Para este trabalho, identifique 3 actividades que, no diagrama de Gantt da PARTE 0, decorrem em paralelo; uma das actividades que seleccionar deve pertencer ao caminho crítico. Considere agora que existe apenas um equipamento para realizar as três actividades. O objectivo continua a ser realizar o projecto na menor duração possível.

1. Explique a forma que escolheu para formular este problema. Identifique claramente o significado das **novas** restrições e da função objectivo do novo modelo de programação linear inteira mista. Teça todos os comentários que considere adequados.
2. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
3. Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Apresente o plano de execução (diagrama de Gantt) do projecto. Verifique sumariamente que o plano obedece às novas restrições.
5. Faça *upload* no BlackBoard do ficheiro .1p juntamente com os ficheiros .1p das outras Partes.

PARTE II (independente da PARTE I)

Considere que é possível, aumentando os recursos aplicados e com custos suplementares, reduzir a duração de uma actividade, num caso em que o custo da redução é não-linear. Um modelo com funções não-lineares pode ser aproximado por um modelo em que cada uma dessas funções é aproximada por uma função contínua linear por partes. Neste trabalho, para aproximar a função não-linear, vamos usar um função linear com 2 partes.

Na variante em análise, cada actividade tem cinco parâmetros adicionais: o primeiro é o valor do custo normal, expresso em unidades monetárias [U.M.], o segundo é o valor de c_1 , o custo suplementar de reduzir a duração da actividade de uma unidade de tempo [U.T.], expresso em [U.M./U.T.], o terceiro é o valor da máxima redução de tempo a um custo c_1 , o quarto é o valor de c_2 , o custo suplementar de reduzir a duração da actividade de uma unidade de tempo [U.T.] após ter aplicado a máxima redução a um custo c_1 , expresso em [U.M./U.T.], e o quinto é o valor da máxima redução de tempo a um custo c_2 .

Esses valores estão apresentados na seguinte Tabela (considere apenas aqueles que dizem respeito às actividades da lista do grupo):

Actividade	Custo Normal	c_1	Máx. red. a custo c_1	c_2	Máx. red. a custo c_2
0	400	200	0,5	100	0,5
1	1000	600	1	300	1
2	1400	1000	3	500	1
3	300	200	0,5	100	0,5
4	2000	800	2	400	1
5	1000	1600	0,5	800	0,5
6	800	180	1	90	1
7	900	–	0	–	0
8	600	200	0,5	100	0,5
9	300	–	0	–	0
10	1600	1000	0,5	500	0,5
11	1400	600	1	300	1

A título ilustrativo, para a Actividade 2, cuja duração normal é de 7 U.T. e cujo custo normal é 1400 U.M., reduzir a duração da actividade de 3 U.T., passando a 4 U.T., tem um custo suplementar de 3000 U.M., ou seja, a Actividade 2 passa a ter um custo total de 4400 U.M.. A redução máxima que se pode obter a este custo é de 3 U.T.. Depois disso, é possível reduzir a duração da actividade de 1 U.T., e o custo suplementar de redução torna-se mais económico, 500 U.M./U.T., ou seja, a realização desta actividade no tempo mínimo de 3 U.T. tem um custo de 4900 U.M. (=1400+3*1000+500). Note que a função contínua linear por partes tem um custo de redução maior na primeira parte, tendo portanto a função de redução do custo uma forma côncava.

Pretende-se que o tempo de execução do projecto encontrado na PARTE 0 seja reduzido em 3 U.T.. O objectivo do problema é decidir como devem ser reduzidas as durações das actividades, de modo a realizar o projecto na nova duração desejada, com um custo suplementar mínimo.

1. Explique a forma que escolheu para formular este problema. Identifique claramente o significado das **novas** restrições e da função objectivo do novo modelo de programação linear inteira mista. Teça todos os comentários que considere adequados.
2. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
3. Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Apresente o plano de execução (diagrama de Gantt) do projecto representando as actividades com as durações que elas têm após a respectiva redução.
5. Verifique que o custo da solução está correcto.
6. Faça *upload* no BlackBoard do ficheiro .1p juntamente com os ficheiros .1p das outras Partes.

Determinação da lista de actividades

Seja $ABCDE$ o número de inscrição do aluno do grupo com maior número de inscrição. Remova da lista de actividades as actividades D e E , passando as precedências a ser estabelecidas da seguinte forma:

- os sucessores da actividade D passam a ter como novas precedências os antecessores da actividade D ; e
- o mesmo para E .

A título ilustrativo, se a actividade 4 for removida, a actividade 2 passa a ter como precedências, como novas precedências, as actividades 0 e 7 (em vez da actividade 4), o mesmo acontecendo com a actividade 5.

ANEXO

Objectivo

Os trabalhos práticos experimentais visam desenvolver a capacidade de analisar sistemas complexos, de criar modelos para os descrever, de obter soluções para esses modelos utilizando programas computacionais adequados, de validar os modelos obtidos, de interpretar as soluções obtidas, e de elaborar recomendações para o sistema em análise.

Classificação dos trabalhos

O aspecto que é mais valorizado é a correcção e a apresentação dos modelos. A apresentação dos modelos deve incluir a identificação das variáveis de decisão e dos parâmetros (dados) e a explicitação da função objectivo e das restrições, mas deverá ser acompanhada de explicações detalhadas e de justificações. Por exemplo, a escolha das variáveis de decisão deve ser justificada, mostrando como é que elas representam as decisões a tomar no sistema real. As restrições (ou os grupos de restrições) devem ser também justificadas com detalhe, mostrando como é que traduzem as regras de funcionamento do sistema e como é que representam as decisões admissíveis. Deve também ser mostrado que a função objectivo traduz uma medida de eficiência do sistema. A dimensão (por exemplo, artigos/mês, horas, etc.) em que estão expressos os vários elementos do modelo (variáveis de decisão, parâmetros, função objectivo, restrições) deve ser claramente indicada.

Outros aspectos que são também valorizados são os relacionados com a metodologia da Investigação Operacional. Por exemplo, o trabalho de validação do modelo, que deve necessariamente incluir uma verificação de que a solução obtida pelo solver é uma decisão admissível, e a tradução da solução do solver numa decisão adequada ao sistema real.

Formato do Relatório

O relatório de cada trabalho experimental deve traduzir a experiência de modelação e resolução dos casos propostos e conter as peças requeridas no enunciado do trabalho.

Poderá incluir a discussão de dificuldades surgidas durante a realização do trabalho.

O relatório deve ser feito em folhas formato A4, ter uma folha de capa com a identificação dos alunos do grupo, do trabalho e da data, devendo o conjunto ser agrafado no canto superior esquerdo.

Não é desejável que o aluno perca muito tempo com a qualidade de "apresentação gráfica", que não é valorizada. O relatório pode incluir texto editado com processador de texto e impresso, texto manuscrito legível, desenhos feitos em computador e desenhos feitos manualmente. É aceitável haver páginas que combinem elementos de todos estes tipos. No caso de haver páginas que tenham uma matriz comum (template), o original com a matriz pode ser fotocopiado, e depois manuscrito.

Grupos de Trabalho

Os trabalhos experimentais devem ser realizados em grupos de 3 ou 4 alunos, excepcionalmente 5. A inscrição nos grupos é feita pelos alunos no BlackBoard > Grupos.

Entrega dos Relatórios dos Trabalhos

A entrega dos relatórios dos trabalhos deverá ser feita:

- alunos de MIEI: no cacifo de correio de Valério de Carvalho (DPS, Braga, 1º piso; após subir as escadas, virar à direita para um corredor estreito, e novamente à direita).
- alunos de MIEGSI: na Secretaria do Departamento de Produção e Sistemas (DPS, Guimarães).

Estudantes com estatuto de trabalhador-estudante que não possam deslocar-se à UMinho poderão fazer o envio para vc@dps.uminho.pt

Outras Informações

Os trabalhos em que haja uma conduta académica imprópria serão anulados, de acordo com o definido no Art. 108.º do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM), e proceder-se-á conforme está definido nesse artigo. A classificação final dos alunos envolvidos nessas situações será "não admitido", pelo que deverão voltar a frequentar a disciplina no ano seguinte.

Dispensa de realização de Trabalhos Práticos Experimentais

1. Alunos com estatuto de aluno ordinário

A classificação obtida nos trabalhos num ano lectivo anterior não dispensa um aluno reprovado da realização dos trabalhos no ano lectivo corrente.

2. Alunos com estatuto de trabalhador-estudante

Segundo está determinado no Artigo 33.º - Regime de frequência - do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM):

4. O trabalhador estudante que obtenha aproveitamento na componente de natureza experimental ou componente de trabalho prático num dado ano letivo e sem aproveitamento na respetiva UC fica dispensado de efetuar essa componente no ano letivo seguinte.

Assim, no corrente ano, essa dispensa não é válida para os alunos trabalhadores estudantes que realizaram os trabalhos há dois ou mais anos.

A verificação do estatuto do aluno é feita à data de emissão das classificações, no final do semestre.