

## Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

MIEI - UMinho

Trabalho 2 (data de entrega: 11 de dezembro)

A exploração de minas a céu aberto é uma técnica usada para extrair minérios, rochas ornamentais ou outros materiais quando estes se encontram perto da superfície. A escavação pode abranger uma grande superfície de terra, dependendo dos limites da zona de concessão e das prospecções geológicas.

Durante a fase de prospecção, é feita uma estimativa dos recursos existentes nas diferentes zonas do subsolo, o que dá origem a um mapa do inventário dos recursos existentes em cada bloco de uma grelha tridimensional.

Na fase de exploração, o terreno é escavado, definindo um contorno que é determinado pela remoção de blocos em diferentes níveis de profundidade até se atingir o material que se pretende retirar. Adicionalmente, são impostas regras para o contorno da escavação, relacionadas, por exemplo, com questões de segurança, como a estabilidade do terreno, ou com questões práticas, como a construção de caminhos para transporte do material para a superfície.

Vamos considerar uma versão simplificada. A zona da concessão está dividida num quadriculado bidimensional, correspondendo a um corte da mina segundo uma direcção. A regra para o contorno da escavação é a seguinte: para extrair um bloco, é necessário extrair três blocos no nível de profundidade acima, o que está imediatamente por cima e os dois que lhe são adjacentes. O valor estimado do inventário de minério em cada bloco é o indicado no seguinte quadro:

nível -1						10	8				
nível -2	x				12	14	15	40			x
nível -3	x	x			16			20		x	x
nível -4	x	x	x	3	18	B		C	x	x	x
nível -5	x	x	x	x	20	D		E	x	x	x

Não se pode escavar abaixo do último nível indicado no quadro. Os custos de extracção de cada bloco dependem da profundidade e são dados pela seguinte tabela:

nível	-1	-2	-3	-4	-5
custo	1	2	3	4	5

O objectivo deste trabalho é usar software de optimização de redes para determinar os blocos que devem ser extraídos para maximizar o lucro. Cada bloco corresponde a um vértice. Use sempre a numeração dos vértices indicada no seguinte quadro.

nível -1	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
nível -2		19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
nível -3			11	12	13	14	15	16	17	18		
nível -4				5	6	7	8	9	10			
nível -5					1	2	3	4				

### Valor estimado de inventário B, C, D e E

Seja ABCDE o número de inscrição do estudante do grupo com maior número de inscrição. Use os valores dos dígitos B, C, D e E para o valor estimado de inventário dos respectivos blocos.

### PARTE I

0. Indique o valor de ABCDE, e apresente a grelha com o valor estimado do inventário de minério em cada bloco após a devida actualização com os valores BCDE.
1. Apresente a formulação deste problema (ver informação no Anexo).
2. Apresente a rede do problema de fluxo máximo correspondente à instância a resolver (pode ser um desenho feito à mão e colado no relatório).
3. Apresente o ficheiro de input submetido ao *software* de optimização em rede (por exemplo, o Relax4) (*cut-and-paste*).
4. Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
5. Interprete a solução óptima dada pelo software, e apresente o plano de escavação da mina, pintando os blocos do quadriculado a extrair; indique o lucro, proveito e custo de operação.
6. Descreva os procedimentos usados para validar o modelo.
7. Faça *upload* do ficheiro de input no BlackBoard.

## ANEXO

### Objectivo

Os trabalhos práticos experimentais visam desenvolver a capacidade de analisar sistemas complexos, de criar modelos para os descrever, de obter soluções para esses modelos utilizando programas computacionais adequados, de validar os modelos obtidos, de interpretar as soluções obtidas, e de elaborar recomendações para o sistema em análise.

### Apresentação da formulação e do modelo

Um dos aspectos mais valorizados é a correcção da apresentação das formulações e dos modelos, que devem ser delineados como se indica de seguida.

Formulação:

- A formulação do problema é a ideia (fórmula) subjacente à construção do modelo.
- Usando linguagem corrente e em linhas gerais, deve conter:
  1. a descrição do problema, indicando aspectos relevantes, como os recursos disponíveis ou regras gerais de funcionamento;
  2. o objectivo;
  3. a escolha das variáveis de decisão e o modo como os valores das variáveis de decisão (ou conjuntos de valores) se traduzem em decisões a implementar no sistema real;
  4. uma apresentação da coerência global do modelo a construir, *i.e.*, como se pretende representar o problema do sistema real através de um modelo com restrições lineares e uma função objectivo linear;
  5. em casos mais complexos em que a formulação não é de todo evidente, por ser justificada por resultados teóricos, estes devem ser apresentados, ou, em alternativa, deve ser fornecida evidência suficiente, complementada por referências bibliográficas.

Modelo:

- Usando linguagem matemática, a apresentação de cada elemento do modelo (eventualmente agrupando elementos) deverá ser justificada e acompanhada de uma explicação com detalhe do seu significado, e de uma identificação da dimensão:
  1. variáveis de decisão (*e.g.*,  $x_i$  : número de artigos de tipo  $i$  a produzir por hora,  $i = 1, 2$ ). Adicionalmente, deverá haver uma declaração do tipo de variável, por exemplo:
    - $x_1, x_2 \geq 0$  (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  ou  $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}^2$ );
    - $x_1, x_2 \geq 0$  e inteiros (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  ou  $x \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^2$ ); ou

- $x_1, x_2 \in \{0, 1\}$  (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{B}$  ou  $x \in \mathbb{B}^2$  ou  $x \in \{0, 1\}^2$ ).
  - 2. parâmetros (*e.g.*, número de artigos disponíveis/mês, número de horas da máquina  $j$  disponíveis / dia,  $j = 1, \dots, m$ , etc.);
  - 3. função objectivo (linear) (*e.g.*, lucro diário), explicitando se se trata de um problema de maximização ou minimização;
  - 4. restrições (lineares), eventualmente com uma verificação da coerência dimensional das funções lineares das restrições quando elas se relacionam com dados do problema (*e.g.*, horas da máquina  $j$  / dia,  $j = 1, \dots, m$ , etc.).
- Finalmente, pode justificar-se aprofundar a análise da coerência global do modelo, mostrando que:
    1. as restrições (ou os grupos de restrições) traduzem as regras de funcionamento do sistema e definem um espaço de soluções que permite obter qualquer decisão admissível no sistema real;
    2. a função objectivo traduz a medida desejada de eficiência do sistema;

Outros aspectos que são também valorizados são os relacionados com a metodologia da Investigação Operacional. Por exemplo, o trabalho de validação do modelo, que deve necessariamente incluir uma verificação de que a solução obtida pelo *solver* é uma decisão admissível e correcta do modelo e que pode ser traduzida numa decisão adequada ao sistema real.

## Grupos de Trabalho

Os trabalhos experimentais devem ser realizados em grupos de 3, 4 ou 5 estudantes.

Os estudantes de um grupo podem pertencer a turnos TP diferentes.

## Formato do Relatório

- O relatório de cada trabalho experimental deve traduzir a experiência de modelação e resolução dos casos propostos e conter as peças requeridas no enunciado do trabalho.
- Poderá incluir a discussão de dificuldades surgidas durante a realização do trabalho.
- Não é desejável que o estudante perca muito tempo com a qualidade de "apresentação gráfica", que não é valorizada. O relatório pode incluir texto editado com processador de texto e impresso, texto manuscrito legível, desenhos feitos em computador e desenhos feitos manualmente. É aceitável haver páginas que combinem elementos de todos estes tipos. No caso de haver páginas que tenham uma matriz comum (template), o original com a matriz pode ser fotocopiado, e depois manuscrito.
- O relatório deve ser feito em folhas formato A4, ter uma folha de capa com a identificação dos estudantes do grupo, do trabalho e da data, e em formato PDF, desejavelmente, ou Word.

## **Entrega dos Relatórios dos Trabalhos**

- No Blackboard, na entrada > Upload de ficheiros de trabalhos (NOVO).
- O nome do ficheiro com o Relatório deve conter ABCDE (*e.g.*, ABCDE.pdf ou ABCDE.docx), em que ABCDE é o número de inscrição do aluno do grupo com maior número de inscrição.

## **Outras Informações**

Os trabalhos em que haja conduta académica ilícita serão anulados, de acordo com o definido no Art. 152.º do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM), publicado em Diário da República, 2.ª série, em 20 de janeiro de 2020, e proceder-se-á conforme está definido nesse artigo.

## **Dispensa de realização de Trabalhos Práticos Experimentais**

Aplica-se o que está descrito em baixo, a menos que algum despacho superveniente estabeleça outras regras.

### **1. Estudantes sem regime especial de frequência**

Um estudante que não tenha obtido aproveitamento na UC num ano lectivo anterior, apesar de ter tido classificação positiva nos trabalhos, não está dispensado da realização dos trabalhos no ano lectivo corrente.

### **2. Estudantes em regime especial de frequência de estudante-trabalhador**

Segundo está determinado no Artigo 68.º - Frequência e avaliação das aprendizagens - do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM):

5 - O estudante trabalhador que obtenha aproveitamento na componente de natureza laboratorial ou componente de trabalho prático num dado ano letivo e não obtenha aproveitamento na respetiva UC fica dispensado de efetuar essa componente no ano letivo seguinte.

Assim, no corrente ano, essa dispensa não é válida para os estudantes trabalhadores que realizaram os trabalhos há dois ou mais anos.

### **3. Alunos em outros regimes especiais de frequência**

Aplica-se o determinado no RAUM. Solicita-se aos alunos nestes regimes que informem o docente caso estejam dispensados da realização dos trabalhos práticos.

### **4. A verificação do estatuto do aluno é feita à data de emissão das classificações, no final do semestre.**