Análisis Numérico

Práctica 4: Solución de Ecuaciones No Lineales

Ejercicio 5 - Método de Punto Fijo

Facultad de Ciencias, UNAM
Prof. César Carreón Otañez

Ejercicio 5

Tenemos esta funcion

$$f(x) = x^4 + 2x^2 - x - 3$$

y reformularla como una ecuación de punto fijo, es decir, encontrar alguna forma de $g(x)$ tal que la ecuación $x = g(x)$ tenga como solución una raíz de $f(x)$.

a) Despeje

La idea es manipular $f(x)$ hasta aislar la x de un lado, un despeje.

Una forma directa es notar que:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = x^4 + 2x^2 - 3$$

Entonces, usamos:

$$g(x) = x^4 + 2x^2 - 3$$

b) Iteraciones con $x_0 = 1$

Ahora comencemos a iterar. Sea $x_0 = 1$ y seguimos con:

1. $x_1 = g(x_0) = 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$
2. $x_2 = g(x_1) = 0^4 + 2 \cdot 0^2 - 3 = -3$
3. $x_3 = g(x_2) = (-3)^4 + 2 \cdot (-3)^2 - 3 = 81 + 18 - 3 = 96$
4. $x_4 = g(x_3) = 96^4 + 2 \cdot 96^2 - 3$

A estas alturas, está claro que la sucesión no converge. Los términos x^4 y x^2 crecen demasiado rápido y la iteración explota. No basta con que la expresión sea algebraicamente válida; necesitamos que la derivada de $g(x)$ sea menor que 1 en valor absoluto cerca de la raíz (la condición de convergencia del punto fijo). Aquí claramente no se cumple.

Será mejor buscar una alternativa para $g(x)$ donde sí se cumplan las condiciones.