Análisis Numérico

Práctica 4: Solución de Ecuaciones No Lineales

Ejercicio 3 - Método de Bisección

Facultad de Ciencias, UNAM
Prof. César Carreón Otañez

Se nos da la función:

$$f(x) = (x+2)(x+1)^2 x(x-1)^3(x-2)$$

Esta función tiene varias raíces por la factorización ya explicita:

- $x = -2$
- $x = -1$
- $x = 0$
- $x = 1$
- $x = 2$

Recordemos que el método de bisección solo garantiza convergencia si la función cambia de signo en el intervalo dado, es decir, si $f(a) \cdot f(b) < 0$ y f es continua en $[a, b]$. La función f es un polinomio, así que es continua en todo $\mathbb{R}$. Entonces basta con ver dónde hay cambio de signo.

Veamos cada inciso:

(a) $[-1.5,\ 2.5]$: Este intervalo contiene **todas las raíces desde** $x = -1$ **hasta** $x = 2$, incluyendo la raíz triple en $x = 1$, y raíces simples en $x = 0$ y $x = 2$. Pero como $x = -1$ es una raíz *par*, y el signo no cambia ahí, lo que importa es si $f(-1.5) \cdot f(2.5) < 0$. Como hay cambio de signo, sí **converge**.

(b) $[-0.5,\ 2.4]$: Este intervalo excluye las raíces negativas, pero contiene $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$. Como tanto $x = 0$ como $x = 2$ son raíces simples (cambio de signo) y $x = 1$ es raíz de multiplicidad impar (cambio de concavidad y también de signo), este intervalo **sí garantiza convergencia**.

(c) $[-0.5,\ 3]$: Este intervalo es aún más amplio que el anterior, y claramente incluye raíces en $x = 0$, $x = 1$, y $x = 2$. Como ya dijimos, todas estas raíces son "válidas" para bisección, así que **sí converge**.

(d) $[-3,\ -0.5]$: Este intervalo solo contiene raíces negativas: $x = -2$ (simple) y $x = -1$ (doble). Ojo aquí: la raíz en $x = -1$ es de *multiplicidad par*, así que **no hay cambio de signo en torno a ella**. En cambio, en $x = -2$ sí hay. Así que hay que evaluar $f(-3)$ y $f(-0.5)$. Si hay cambio de signo, el método funcionará. Y efectivamente, como $f(-3) < 0$ y $f(-0.5) > 0$, entonces **sí hay cambio de signo**. Así que **sí converge**, y la raíz a la que llega es $x = -2$.

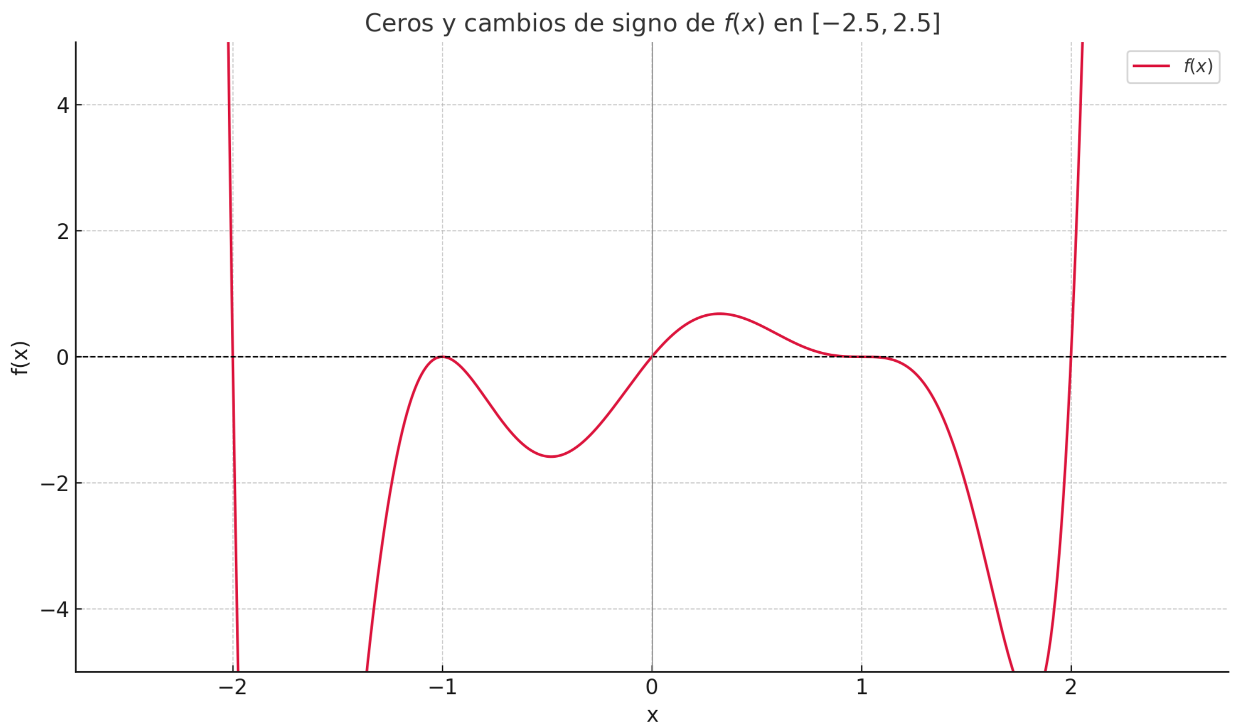

Figure 1: Grafica de la función