

ÖDEV

1) $f(x) = x^{1/3}$ denkleminin kökünü bulmak için Newton-Raphson yöntemini kullanınız. Elde edilen bulguları yorumlayınız

1. adım : $f(x) = x^{1/3}$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Başlangıç değeri $x_0 = 1$ olsun

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0^{1/3}}{\frac{1}{3} x_0^{-2/3}} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1^{1/3}}{\frac{1}{3} x_1^{-2/3}} = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

$$x_3 = x_2 - \frac{x_2^{1/3}}{\frac{1}{3} x_2^{-2/3}} = \frac{5}{12} - \frac{5}{9} = \frac{5}{36}$$

$$x_4 = x_3 - \frac{x_3^{1/3}}{\frac{1}{3} x_3^{-2/3}} = \frac{5}{36} - \frac{5}{12} = -\frac{5}{27}$$

⋮

Yukarıdaki işleme devam ettikçe x değerleri sonsuza doğru büyüyüp küçülecektir. Bu durumda $f(x) = x^{1/3}$ fonksiyonunun kökü yaklaşık olarak değişken bir biçimde $x = -\infty$ ve $x = \infty$ şekilde yorumlanır.

Bu durum, kökün negatif ve pozitif sonsuz değerlerine yaklaştığını gösterir.

ÖDEV 1: $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$ denkleminin $[2, 4]$ aralığında kökünü
ikiye bölme metodu ile 4 iterasyonda gerçekleştiriniz.

1. adım: $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5 = 0$

$$f(2) = 8 - 8 - 5 = -5$$

$$f(4) = 4^3 - 2 \cdot 4^2 - 5 = -27$$

} $f(2) \cdot f(4) < 0$ olduğundan
bu aralıkta bir kök vardır

2. adım: ikiye bölme metodu

1. iterasyon:

$$\frac{2+4}{2} = 3$$

$$f(3) = 3^3 - 2 \cdot 3^2 - 5 = 4$$

$f(2) \cdot f(3) < 0$ olduğundan bu aralıkta kök vardır $[2, 3]$

2. iterasyon:

$$\frac{2+3}{2} = 2.5$$

$$f(2.5) = (2.5)^3 - 2(2.5)^2 - 5$$

$$= 15.625 - 12.5 - 5 = -1.875$$

$f(2.5) \cdot f(3) < 0$ olduğundan bu aralıkta kök vardır $[2.5, 3]$

3. iterasyon:

$$\frac{2.5+3}{2} = 2.75$$

$$f(2.75) = (2.75)^3 - 2(2.75)^2 - 5$$

$$= 20.796875 - 15.125 - 5$$

$$= 0.671875$$

$f(2.5) \cdot f(2.75) < 0$

4. iterasyon:

$$\frac{2.5+2.75}{2} = 2.625$$

$$f(2.625) = (2.625)^3 - 2(2.625)^2 - 5$$

$$= 18.087890625 - 13.78125 - 5$$

$$= -0.693359375$$

$$= -0.693359375$$

Xyaklaşık = 2.625

ÖDEV 2: $X^3 + 4X^2 - 10 = 0$ denkleminin $[1, 2]$ aralığında kökünü ikiye bölme metodu ile 4 iterasyonda gerçekleştiriniz. Gözleme bağlı hata payı $\varepsilon = 10^{-6}$ olma kadar devam edin.

1. adım: $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$ $f(x)$ $[1, 2]$ aralığında sürekli

$$f(1) = 1 + 4 - 10 = -5$$

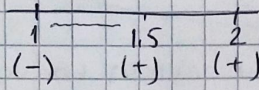
$$f(2) = 8 + 16 - 10 = 14$$

} $f(1) \cdot f(2) < 0$ olduğundan bu aralıkta kök vardır.

2. adım: İkiye bölme metodu

1. iterasyon:

$$\frac{1+2}{2} = 1.5$$



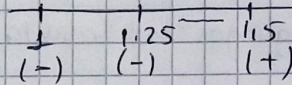
$$f(1.5) = (1.5)^3 + 4(1.5)^2 - 10$$

$$= 3.375 + 9 - 10 = 2.375$$

$f(1) \cdot f(1.5) < 0$ olduğundan bu aralıkta kök vardır.

2. iterasyon:

$$\frac{1+1.5}{2} = 1.25$$



$$f(1.25) = (1.25)^3 + 4(1.25)^2 - 10$$

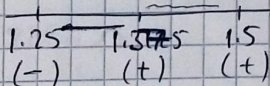
$$= 1.953125 + 6.25 - 10$$

$$= -1.796875$$

$$f(1.25) \cdot f(1.5) < 0$$

3. iterasyon:

$$\frac{1.25+1.5}{2}$$



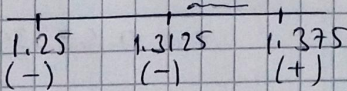
$$f(1.375) = (1.375)^3 + 4(1.375)^2 - 10$$

$$= 0.162109375$$

$$f(1.25) \cdot f(1.375) < 0$$

4. iterasyon:

$$\frac{1.25+1.375}{2}$$



$$f(1.3125) = (1.3125)^3 + 4(1.3125)^2 - 10$$

$$= -0.8483886719$$

$$X_{yaklaşık} = 1.3125$$

ÖDEV 2: $f(x) = 4e^{-0.5x} - x$ denkleminin kökünü Newton - Raphson ile başlangıç değeri $x_0 = 2$ alarak 4 iterasyon sonucunda bulunuz

$$f(x) = 4e^{-0.5x} - x$$

$$f'(x) = -2e^{-0.5x} - 1$$

1. iterasyon: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

$$x_1 = 2 - \frac{4e^{-0.5 \cdot 2} - 2}{-2e^{-0.5 \cdot 2} - 1}$$

$$x_1 \approx 1.787$$

2. iterasyon: $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$

$$x_2 = 1.787 - \frac{4e^{-0.5 \cdot 1.787} - 1.787}{-2e^{-0.5 \cdot 1.787} - 1.787}$$

$$x_2 \approx 1.715$$

3. iterasyon: $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$

$$x_3 = 1.712$$

4. iterasyon: $x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$

$$x_4 \approx 1.712$$