

**Trabajo Práctico N° 1: Lógica Proposicional**

1) Sea  $\Sigma = V \cup K \cup P$      $V = \{p, q, r\}$      $K = \{\neg\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$      $P = \{(\,,\,)\}$

Determinar cuáles de las siguientes expresiones son fórmulas bien formadas y cuáles no justificando las respuestas:

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| a) $p$                | h) $(p \neg q) \rightarrow r$  |
| b) $)p)$              | i) $\neg p \rightarrow \neg p$   |
| c) $p \neg \neg q$    | j) $\neg p \neg \rightarrow p$   |
| d) $p \vee \neg q$    | k) $((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p))$                          |
| e) $\neg (p \vee r)$  | l) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$                   |
| f) $\neg p \vee r$    | m) $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q) \neg (\neg p \wedge q)$ |
| g) $pq \rightarrow r$ | n) $(p \vee \wedge q)$   |

2) Sea  $\Sigma = V \cup K \cup P$      $V = \{p, q, r, s\}$ .     $K = \{\neg\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$      $P = \{(\,,\,)\}$

Hallar la valuación de cada una de las fórmulas  $\theta$  para las interpretaciones dadas en cada caso.

- |  |      |                  |                  |
|--|------|------------------|------------------|
| a) $\theta = (p \wedge q) \Rightarrow r$   | para | $I = \{r\}$      |                  |
| b) $\theta = [p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow \neg s$                                       | para | $I_1 = \{s, q\}$ | $I_2 = \{q, r\}$ |
| c) $\theta = (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  | para | $I = \{r\}$      |                  |
| d) $\theta = (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$  | para | $I = \{p\}$      |                  |
| e) $\theta = (p \vee \neg q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge p)$                              | para | $I = \{p\}$      |                  |
| f) $\theta = [(p \Rightarrow r) \vee (\neg s \Leftrightarrow r)] \Rightarrow \neg(q \vee p)$ | para | $I = \{s\}$      | $I_2 = \{q, r\}$ |

3) Sea  $\Sigma = V \cup K \cup P$      $V = \{p, q, r, s\}$ .     $K = \{\neg\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$      $P = \{(\,,\,)\}$

Hallar la valuación de cada una de las fórmulas  $\theta$  para todas las interpretaciones posibles.

Escribir al menos una interpretación en cada caso donde  $I \models \theta$  y donde  $I \not\models \theta$ , si es posible.

- a)  $\theta = ((p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p))$   
 b)  $\theta = ((p \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q)) \Leftrightarrow (p \wedge (\neg p \vee \neg q)))$   
 c)  $\theta = (((\neg(\neg p \vee q) \vee q) \vee p) \Leftrightarrow (q \vee p))$   
 d)  $\theta = (((p \vee q) \wedge \neg q) \Leftrightarrow ((\neg p \wedge q) \Rightarrow p))$   
 e)  $\theta = (((\neg(p \wedge q) \vee \neg p) \wedge q) \Leftrightarrow ((\neg p \wedge q) \Rightarrow q))$   
 f)  $\theta = ((p \wedge q) \vee r) \Rightarrow s$

4) Dadas las siguientes fórmulas, colocar los paréntesis señalando la prioridad de los conectivos en la construcción de las mismas, teniendo en cuenta las reglas de precedencia:

- a)  $p \Rightarrow q \Rightarrow r \vee p \Leftrightarrow p \wedge \neg p \vee \neg q$   
 b)  $p \wedge q \Rightarrow r \vee p \vee q \Leftrightarrow q \vee p \Leftrightarrow r \vee s$   
 c)  $p \vee q \wedge \neg q \Leftrightarrow \neg p \wedge q \Rightarrow p \vee r \Rightarrow s \Leftrightarrow q$   
 d)  $\theta = \neg p \wedge q \vee \neg p \wedge q \Leftrightarrow \neg p \wedge q \Rightarrow q$

5) Aplicando reglas de prioridad, determinar qué paréntesis son redundantes en las siguientes fórmulas y reescribirlas:

- $((p \wedge q) \vee q) \leftrightarrow ((r \rightarrow q) \vee (p \wedge r))$
- $((\neg p \rightarrow r) \vee (p \vee r) \wedge (s \wedge q)) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow q)$
- $((q \vee s) \rightarrow p) \vee (r \wedge \neg(p \wedge q)) \leftrightarrow (r \vee \neg q)$
- $((\neg p \rightarrow ((r \vee ((q \wedge s) \wedge p)) \rightarrow (r \rightarrow s))) \rightarrow q)$

6) Sea  $\Sigma = V \cup K \cup P$      $V = \{p, q, r\}$      $K = \{\neg\} \cup \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$      $P = \{(\,,)\}$

Probar que las siguientes fórmulas son tautologías.

- $\theta = p \vee p \wedge q \Leftrightarrow p$
- $\theta = p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$
- $\theta = p \Rightarrow q \wedge r \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
- $\theta = \neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \neg q)$
- $\theta = \neg(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow p \Rightarrow q$

7) Dada la siguiente implicación determinar su valor de verdad, escribir las implicaciones asociadas y determinar el valor de verdad de las mismas.

Sean  $a, b$  y  $c$  números enteros, con  $a \neq 0$

$$a|b + c \Rightarrow a|b \wedge a|c$$

8) Dada la siguiente implicación: "Si un número entero es múltiplo de 4, es múltiplo de 2"

- Determinar su valor de verdad, escribir en lenguaje coloquial sus implicaciones asociadas y determinar su valor de verdad.
- Probar que la implicación directa y la contrarrecíproca son equivalentes.

9) Dado el conjunto de fórmulas, hallar si es posible, una valuación que satisfaga a S.

- $S = \{(p \wedge q), (p \Rightarrow q)\}$
- $S = \{(p \wedge \neg q), (p \Leftrightarrow r), (r \wedge q)\}$
- $S = \{(p \vee q), (p \Rightarrow r), (q \wedge r)\}$
- $S = \{(p \vee q), (p \Rightarrow r), (q \Leftrightarrow r)\}$
- $S = \{(p \Rightarrow (\neg q \wedge r)), (p \wedge r), (q \Rightarrow r), (r \wedge q)\}$

10) Dadas las siguientes proposiciones compuestas, identificar las proposiciones primitivas, escribir en forma simbólica y construir la tabla de verdad para cada fórmula e indicar si se trata de tautología, contingencia o contradicción.

- Si ocho es múltiplo de nueve, entonces, es múltiplo de tres. Ocho no es múltiplo de tres. Por lo tanto, ocho no es múltiplo de nueve.
- Si la figura F es un rectángulo, entonces es un polígono. La figura F es un rectángulo. Por lo tanto, la figura F es un polígono.
- Si es un gato entonces come carne. Si come carne entonces es felino. Por lo tanto si es un gato, es felino.
- Si el día está nublado y hay pronóstico de lluvia salgo con paraguas. Hoy no está nublado pero hay pronóstico de lluvia. Entonces no salgo con paraguas.
- Si un juego es multijugador y se estrena en octubre entonces consigue muchas ventas. "God of War" no es multijugador y no se estrenó en octubre, pero consiguió muchas ventas.

**11)** Determinar si las siguientes fórmulas son satisfacibles, justificando tus respuestas.

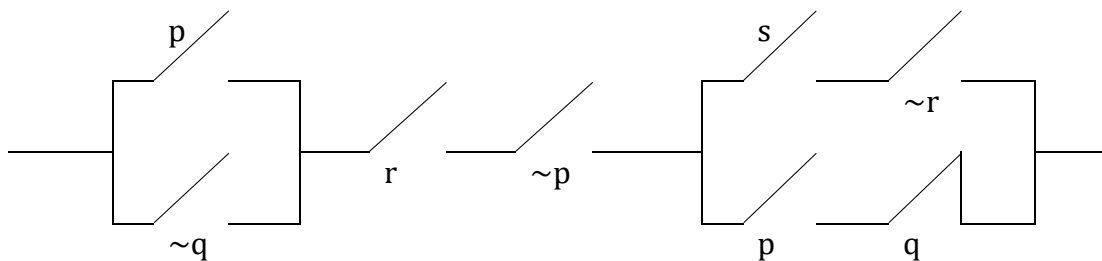
- a)  $\{p, p \wedge q, q \rightarrow r\} \models q \vee p$
- b)  $\{p \rightarrow r, (p \vee q) \wedge s, s \rightarrow r\} \models s \wedge q$
- c)  $\{q \rightarrow p, \neg p \wedge q\} \models q$
- d)  $\{r \rightarrow p, (p \rightarrow q) \wedge (s \vee \neg r)\} \models p \rightarrow \neg r \vee s \wedge \neg q$

**12)** Demostrar la validez de las siguientes afirmaciones mediante tabla de verdad:

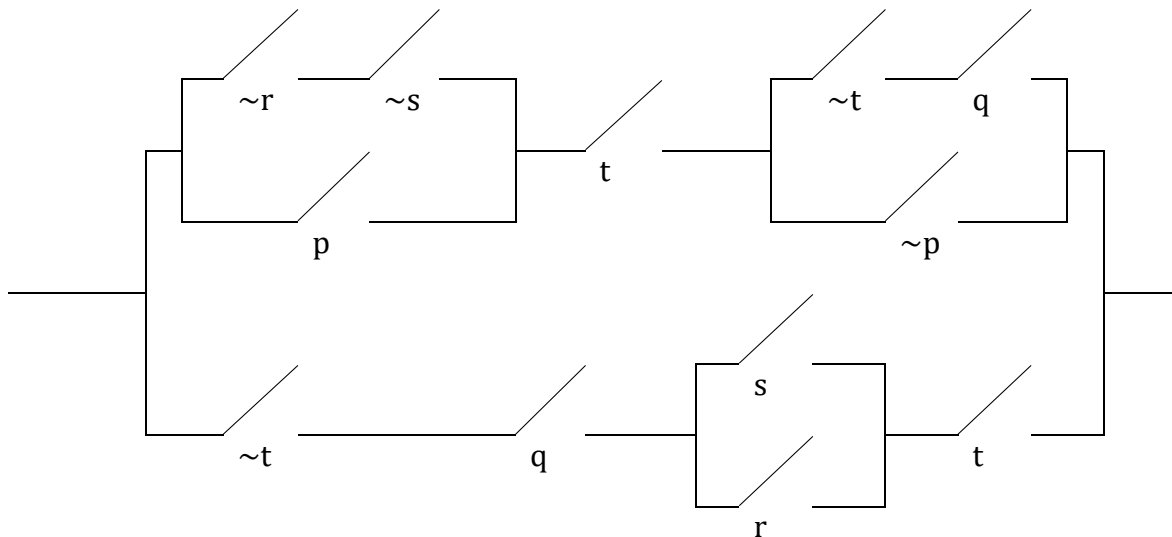
- a)  $\{p \wedge q, q \rightarrow r\} \models q \vee p \wedge r$
- b)  $\{\neg p \rightarrow r, (p \vee r) \wedge s, q \rightarrow r\} \models r \wedge q$
- c)  $\{q \rightarrow p \vee r, \neg(p \wedge q)\} \models r \vee \neg q$
- d)  $\{s \rightarrow p, \neg(p \rightarrow q) \wedge (s \vee \neg r)\} \models p \rightarrow \neg(r \vee s) \wedge \neg q$

**13)** Hallar las expresiones que forman los siguientes circuitos lógicos:

a)



b)



**14)** Construir los circuitos lógicos asociados a las siguientes expresiones

- a)  $(p \wedge \neg q \vee q) \vee (\neg r \wedge q \vee (r \vee p) \wedge r)$
- b)  $(p \wedge s \wedge \neg q \vee q \wedge \neg s) \wedge (\neg r \wedge q \vee (r \vee p \wedge \neg r))$
- c)  $(q \vee s \rightarrow p) \vee r \wedge \neg(p \wedge q)$
- d)  $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow r \vee \neg q$
- e)  $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(r \rightarrow s)$