Trabajo Práctico Nº 7: Matrices y Determinantes

1) Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 2\\ -7 & 1 & 8\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}10 & -4 & 3\\ -5 & 6 & 2\\ -3 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

Calcular si fuera posible:

a) $A+B$
b) $3A-B$
c) $2A-3B$
d) A^T+B
e) $A^T.B$
f) $C^T.B$
g) $B.C^T$
h) $(2A)^T.B$
i) $-A+B$
j) $\frac{A}{3}$

2) Teniendo en cuenta las matrices del punto anterior, calcular si es posible:
a) $X-A=B.C$
b) $3X-C=A^T.B^T$

3) Observando las siguientes matrices, determinar el rango:

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 9 & 3\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}3 & -2 & 5\\ 0 & 6 & 2\\ 3 & 4 & 7\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ 2 & 1 & -1\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$$

4) Calcular el rango de las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 7 & -1 & 4\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}3 & -2 & 5\\ 1 & 6 & 2\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & -1\\ 2 & 1 & -2 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 3\\ 1 & 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$$

5) Calcular, cuando sea posible, el determinante de las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 7 & -1 & 4\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}2 & -2 & 0\\ 1 & 6 & 3\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 1\\ 5 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$E=\begin{pmatrix}1 & 1 & -3 & -1\\ 2 & 2 & -2 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 0 & 1\end{pmatrix} \qquad F=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix} \qquad G=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 3 & 1\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix} \qquad H=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 6\\ 2 & 4 & 1 & 0\\ 4 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

6) Hallar, si es posible, la inversa de las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 7 & -1 & 4\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 3 & -1 & 8\\ 2 & -1 & 5\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 1\\ 5 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Actividades complementarias

1) Una concesionaria de automóviles tiene sus reportes mensuales de venta de autos expresados en forma de matrices cuyas filas, en orden, representan el número de modelos estándar y de lujo, mientras que las columnas indican el número de unidades de color rojo bermellón, azul metalizado, gris plomo y verde acuario. La casa central vendió en el mes de julio del modelo estándar 10 unidades de color rojo bermellón, 5 azul metalizado, 7 gris plomo y 9 verde acuario y en el modelo de lujo 6 unidades color rojo bermellón, 7 azul metalizado, 5 gris plomo y 12 verde acuario. La venta del mes de agosto fue en el modelo estándar ninguna unidad de color rojo bermellón, 20 azul metalizado, 10 gris plomo y 5 verde acuario y en el modelo de lujo 10 unidades color rojo bermellón, 5 azul metalizado, 7 gris plomo y 12 verde acuario. De acuerdo a la información dada:

a) Expresar la matriz de venta de la casa central para los meses de julio y agosto.
b) ¿De qué clase es cada matriz?
c) ¿Cuántos autos de modelo estándar y color rojo bermellón se vendieron en los dos meses?
d) ¿Cuántos autos de cada modelo y color se vendieron en los dos meses?
e) Esta concesionaria de automóviles tiene una sucursal, que vendió en los meses de julio y agosto, exactamente el doble de lo vendido en la casa central. Expresar la matriz de venta para los meses de julio y agosto.
f) ¿Cuál es la cantidad de autos vendidos por modelo y color en los dos locales durante los meses de julio y agosto?
g) ¿Cuántos autos se hubieran vendido en la sucursal si la venta en dicho local hubiese sido el triple que en la casa central?

2) Escribir: a) Una matriz $A \in C^{3x3} / a_{ij} = 0 \quad si \quad i = j; \quad a_{ij} = 1 \quad si \quad i \neq j$

b) Una matriz $B \in C^{3x3} / b_{ij} = 2i + j \quad si \quad i > j; \quad b_{ij} = i - j \quad si \quad i \leq j$

3) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \\ -2 & 5 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 2 & -3 \\ \frac{3}{4} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 2 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si es posible, calcular:

a) $2.A - 3.E$
b) $C^T.D$
c) $\frac{1}{2}B.E$
d) $(A + E)^T.B$

4)Escribir 2 matrices A y B de clase $3x3$ tales que $r(A) = 2$ y $r(B) = 1$

5) Hallar el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 4 & 0 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

6) Calcular, cuando sea posible, el determinante de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

7)Verificar las siguientes igualdades:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -c & 1 \end{pmatrix}$

8)Hallar, si es posible, la inversa de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -3 & \frac{1}{2} \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$