

TRABAJO PRÁCTICO Nº 6: POLINOMIOS

1) Efectuar $P \cdot Q$; $3P + Q$; $P^2 - Q$; $3Q - 2P$; $3Q^2 + P$ e indicar previamente el grado de los polinomios resultantes siempre que sea posible.

a) $P(x) = x^2 - 2$ $Q(x) = -3x^2 + 6$
b) $P(x) = x + 2$ $Q(x) = x^2 + 4x + 4$

2) Si es posible, determinar $a \in \mathbb{R}$

a. $P(x) = ax^3 - ax + 2$ es tal que $P(2) = -1$.
b. $P(x) = ax^2 - ax + 6$ satisface que $P(-1) = 6$ y $gr(P) = 2$.

3) Hallar el cociente y el resto de la división de $P(x)$ por $Q(x)$ en cada uno de los siguientes casos:

a) $P(x) = 2x^3 + 7x^2 - a$ $Q(x) = 2x^2 + 2$

b) $P(x) = x^4 + 1$ $Q(x) = x - 2$

4) El cociente y el resto de dividir el polinomio $P(x)$ por $(-x^2 + x + \frac{3}{2})$ es $(2x^2 - 1)$ y $3x$ respectivamente. ¿De qué grado es el polinomio P ? Hallar el polinomio $P(x)$

5) Para cada caso, determinar los valores de a y b , tales que el polinomio:

a) $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 8x + 3$ sea divisible por $Q(x) = (x + 2)$.

b) $Q(x) = x^4 + ax^3 - x^2 + b$ sea divisible por $(x + 4)$; y tenga resto -18 al dividirlo por $(x - 2)$

c) $R(x) = bx^3 + 9x^2 - 2x + 1$ tenga resto -20 al dividirlo por $(x + 3)$

6) Determinar $a, b, c \in \mathbb{R}$ para que:

a) $P(x) = ax^2 + bx + c$ tenga a 1 y a 0 como raíces.

b) $P(x) = x^2 - bx + a$ y $Q(x) = ax^3 - b$ tengan a 2 como raíz común.

7) Hallar todas las raíces en \mathbb{C} , de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$

b) $P(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{11}{2}x - 3$

c) $P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$

d) $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$; sabiendo que i es raíz.

8) Factorizar el polinomio $P(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 8$ sabiendo que $x = 2$ es una raíz doble.

9) Sea el polinomio $P(x) = 2x \cdot (x^2 - 4)(x + 1)^2$. Sin hacer cuentas, determinar el grado del polinomio e indicar sus raíces.

10) Dado $P(x) = 8mx^2 + 7(m - 1)x + 1$ con $m \neq 0$, determinar m en los siguientes casos:

- a) Las raíces son opuestas.
- b) Las raíces son recíprocas.

11) Dado $P(x) = 2kx^2 - 8kx + 64$ con $k \neq 0$, determinar k sabiendo que las raíces son reales e iguales.

12) Hallar las raíces de los siguientes polinomios reales:

a) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 18x + 9$ si $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$

b) $P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 2$ si $\alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3$

c) $P(x) = 2x^3 - 11x^2 + 17x - 6$. si el producto de dos de sus raíces

es 1

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

- 1)** Determinar en cada caso la multiplicidad de α como raíz de $P(x)$
- a) $P(x) = (x - 1)^2 \cdot (x^2 - 1) \cdot (x^3 - 1)$ $\alpha = 1$
- b) $Q(x) = x^8 - x^6 + 6x^3$ $\alpha = 0$
- 2)** Dados los polinomios $P(x) = 3x^4 + 2x - 1$; $Q(x) = -5 + 2x^2$ y $S(x) = x^3$
- a) ¿Es cierto que el grado del polinomio $P + Q$ es 6?
- b) ¿Cuál es el grado del polinomio $Q \cdot S$?
- c) ¿Cuántas raíces tiene el polinomio $P \cdot Q + S$? ¿Y el polinomio $P \cdot Q \cdot S$?
- 3)** Si el grado de $P(x)$ es 4 y el grado de $Q(x)$ es 3; ¿qué puede decirse del grado de los siguientes polinomios?
- a) $P \cdot Q$ b) P^3 c) $P + Q$ d) $P^3 + Q^3$
- 4)** Dado el polinomio $P(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$.
- a) Determine las raíces de $P(x)$ sabiendo que $\alpha_1 + \alpha_2 = -4$
- b) Exprese el polinomio $P(x)$ como producto de factores binomiales.
- 5)** Dado el polinomio $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 32x + 32$
- a) Determine las raíces de $P(x)$ sabiendo que $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 4$
- b) Exprese el polinomio $P(x)$ como producto de factores binomiales.
- 6)** Dado el polinomio $P(x) = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 6$
- a) Determine las raíces de $P(x)$ sabiendo que $\alpha_1 + \alpha_2 = 3$
- b) Exprese el polinomio $P(x)$ como producto de factores binomiales.
- 7)** Dado el polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$
- a) Determine las raíces de $P(x)$ sabiendo que $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = 6$
- a) Exprese el polinomio $P(x)$ como producto de factores binomiales.

8) Determinar el valor de k , tal que $P(x) = 3x^3 + kx^2 - 10x + 12$ sea divisible por $Q(x) = x + 2$

9) Determinar el valor de b , tal que $P(x) = 3x^3 + bx^2 - 5x + 1$ tenga resto 1 cuando se lo divide por $Q(x) = x - 1$

10) Factorizar el polinomio $P(x) = -2x^3 + 5x^2 + 4x - 3$

11) Dado el polinomio $P(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

a) Hallar todas sus raíces sabiendo que $2i$ es raíz.

b) Determinar cuál/es de las siguientes expresiones determina/n una descomposición factorial del polinomio $P(x)$

A. $P(x) = (x - 2i) \cdot (x + 2i) \cdot (x - 1) \cdot (x + 2)$

B. $P(x) = (x - 2i)^2(x - 1)(x + 2)$

C. $P(x) = (x^2 + 4) \cdot (x - 1)(x + 2)$

13) Sin hacer cuentas, determinar las raíces de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 3x$

b) $U(x) = -2x + 1$

c) $Q(x) = x^2 - 25$

d) $R(x) = (x - 3)^2$

e) $S(x) = 3 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

f) $M(x) = x^2 + 9$

g) $N(x) = 3x^4 - 2x - 5$

h) $T(x) = (x^2 - 1)^2$

14) Si es posible, determinar $a \in \mathbb{R}$

a) $P(x) = ax^3 - ax + 2$ es tal que al dividirlo por $(x-3)$ tiene resto 50.

b) $P(x) = x^2 + 2x + a$ es tal que 0 es una de sus raíces.