Прытков Максим

Варианты заданий и ответы

Вар. 12 (9392)

1. Решить диофантово уравнение $854x + 903y = 28$

2. Представить $\sqrt{338}$ в виде периодической цепной дроби.

3. Найти наименьшее натуральное число x, удовлетворяющее условиям $x \equiv 0 \bmod 29$; $x \equiv 0 \bmod 31$; $x \equiv 0 \bmod 15$; $x \equiv 27 \bmod 28$;

4. Найти остаток от деления $9^{19^{87}}$ на 80.

5. По формуле Лагранжа найти многочлен p не выше 4-ой степени, удовлетворяющий условиям: $p(1) = 5$; $p(-1) = -9$; $p(-2) = -19$; $p(-3) = 25$; $p(2) = 45$;

6. Найти рациональные корни: $x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 7x - 2$

7. Решить уравнение, записанное в 7-ичной системе счисления: $2x + 116 = 255$. Решение записать в 7-ичной и десятичной системах.

8. Вычислить $31/42$ в кольце вычетов по модулю 79.

9. Найти представление рационального числа $\frac{129}{95}$ непрерывной дробью.

10. Найти остаток от деления многочлена $x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ на $3x^3 + x^2 + 2x + 2$ в кольце $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$

№	**Ответ**
1.	$\begin{cases} x = -148 + 129k \\ y = 140 - 122k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$
2.	$[18; \overline{2, 1, 1, 2, 36}]$
3.	$x = 310155 \; mod \; 377580$
4.	$9^{19^{87}} \equiv 9 \; mod \; 80$
5.	$f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 4x + 1$
6.	Рациональных корней нет
7.	$x = 53_7 = 38_{10}$
8.	44
9.	$[1; 2; 1; 3; 1; 6]$
10.	$4x^2 + x + 4$

Задание 1.

$854x + 903y = 28;$

$\gcd(854{,}903) = 7;$

$903 = 854 \cdot 1 + 49;$
$854 = 49 \cdot 17 + 21;$
$49 = 21 \cdot 2 + 7;$
$21 = 7 \cdot 3;$

Сокращаем на НОД:

$854x + 903y = 28 \mid : 7;$
$122x + 129y = 4;$

Решим уравнение вида $122x_0 + 129y_0 = 1$:

Распишем алгоритм Евклида для новых коэффициентов:

$129 = 122 \cdot 1 + 7;$
$122 = 7 \cdot 17 + 3;$
$7 = 3 \cdot 2 + 1;$

Обратный ход алгоритма Евклида:

$1 = 7 - 3 \cdot 2 = 7 - (122 - 7 \cdot 17) \cdot 2 = 7 \cdot 35 - 122 \cdot 2 =$
$= (129 - 122 \cdot 1) \cdot 35 - 122 \cdot 2 = 129 \cdot 35 - 122 \cdot 37 \to x_0 = -37, y_0 = 35;$

Выполним проверку:

$122 \cdot (-37) + 129 \cdot 35 = 1;$

$-122 \cdot (30 + 7) + 129 \cdot (30 + 5) = 1;$
$-(3660 + 854) + (3870 + 645) = 1;$
$210 - 209 = 1;$
$1 = 1;$

Тогда для уравнения $122x + 129y = 4$:
$x^* = x_0 \cdot \frac{c}{d} = -37 \cdot \frac{4}{1} = -148;$

$y^* = y_0 \cdot \frac{c}{d} = 35 \cdot \frac{4}{1} = 140;$

Найдем решение в общем виде:

$$\begin{cases} x = x^* + \frac{b}{d}k \\ y = y^* - \frac{a}{d}k \end{cases}, \ k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} x = -148 + 129k \\ y = 140 - 122k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Выполним проверку:

$$854 \cdot (-148 + 129k) + 903 \cdot (140 - 122k) = 28;$$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 854 \\ 148 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 6832 \\ 3416 \\ 854 \end{array} \\ \hline 126392 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 854 \\ 129 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 7686 \\ 1708 \\ 854 \end{array} \\ \hline 110166 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 903 \\ 140 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 3612 \\ 903 \end{array} \\ \hline 126420 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 903 \\ 122 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 1806 \\ 1806 \\ 903 \end{array} \\ \hline 110166 \end{array}$$

$$-126392 + 110166k + 126420 - 110166k = 28;$$
$$28 = 28.$$

Ответ: $\begin{cases} x = -148 + 129k \\ y = 140 - 122k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Задание 2.

$$\sqrt{338} = 18 + \sqrt{338} - 18 = 18 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{338}-18}\right)\left(\frac{\sqrt{338}+18}{\sqrt{338}+18}\right)} =$$

$$= 18 + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{338}+18}{14}\right)} = 18 + \frac{1}{2+\frac{\sqrt{338}-10}{14}} = 18 + \frac{1}{2+\frac{1}{\left(\frac{14}{\sqrt{338}-10}\right)\left(\frac{\sqrt{338}+10}{\sqrt{338}+10}\right)}} =$$

$$= 18 + \frac{1}{2+\frac{1}{\left(\frac{14\sqrt{338}+140}{238}\right)}} = 18 + \frac{1}{2+\frac{1}{\left(\frac{252+14\sqrt{338}-252+140}{238}\right)}} =$$

$$= 18 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{\left(\frac{17}{\sqrt{338}-7}\right)\left(\frac{\sqrt{338}+7}{\sqrt{338}+7}\right)}}} = 18 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{338}-10}{17}\right)}}} =$$

$$= 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\left(\frac{17}{\sqrt{338}-10}\right)\left(\frac{\sqrt{338}+10}{\sqrt{338}+10}\right)}}}} = 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\left(\frac{17\left(\sqrt{338}+10\right)}{238}\right)}}}} =$$

$$= 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\left(\frac{\sqrt{338}+10}{14}\right)}}}} = 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\left(\frac{14}{\sqrt{338}-18}\right)\left(\frac{\sqrt{338}+18}{\sqrt{338}+18}\right)}}}}} =$$

$$= 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\left(\frac{14(\sqrt{338}+18))}{14}\right)}}}}} = 18 + \cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{36+\left(\sqrt{338}-18\right)}}}}} =$$

$$= [18; \overline{2, 1, 1, 2, 36}];$$

$36 = 2 \cdot 18 \rightarrow$ решено верно.

Ответ: $[18; \overline{2, 1, 1, 2, 36}]$.

Задание 3.

$$\begin{cases} x \equiv 0 \; mod \; 29 \\ x \equiv 0 \; mod \; 31 \\ x \equiv 0 \; mod \; 15 \\ x \equiv 27 \; mod \; 28 \end{cases}$$

$M = 29 \cdot 31 \cdot 15 \cdot 28 = 377580;$

$$\begin{array}{cccc} & & 2 & 9 \\ & \times & 3 & 1 \\ \hline & & 2 & 9 \\ + & 8 & 7 & \\ \hline & 8 & 9 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & 2 & 8 \\ \times & & 1 & 5 \\ \hline & 1 & 4 & 0 \\ + & 2 & 8 & \\ \hline & 4 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 8 & 9 & 9 & \\ & & \times & & 4 & 2 & 0 \\ \hline & & 1 & 7 & 9 & 8 & \\ + & 3 & 5 & 9 & 6 & & \\ \hline & 3 & 7 & 7 & 5 & 8 & 0 \end{array}$$

$M_1 = 31 \cdot 15 \cdot 28 = 13020;$

$M_2 = 29 \cdot 15 \cdot 28 = 12180;$

$M_3 = 29 \cdot 31 \cdot 28 = 25172;$

$M_4 = 29 \cdot 31 \cdot 15 = 13485;$

Найдем x_1, x_2, x_3, x_4:

$13020x_1 = 1\, mod\, 29;$
$12180x_2 = 1\, mod\, 31;$
$25172x_3 = 1\, mod\, 15;$
$13485x_4 = 1\, mod\, 28;$

Решаем Диофантовы уравнения:

$13020x_1 - 29y_1 = 1;$
$12180x_2 - 31y_2 = 1;$
$25171x_3 - 15y_3 = 1;$
$13485x_4 - 28y_4 = 1;$

Распишем разложение по алгоритму Евклида:

$13020 = 29 \cdot 448 + 28;$
$29 = 28 \cdot 1 + 1;$

Обратный ход алгоритма Евклида:

$1 = 29 - 28 \cdot 1 = 29 - (13020 - 29 \cdot 448) \cdot 1 = 29 \cdot 449 - 13020 \cdot 1 \rightarrow$
$\rightarrow x_1 = -1\ ;$

$-1 \equiv 28\, mod\, 29 \rightarrow x_1 = 28;$

Распишем разложение по алгоритму Евклида:

$12180 = 31 \cdot 392 + 28;$
$31 = 28 \cdot 1 + 3;$
$28 = 3 \cdot 9 + 1;$

Обратный ход алгоритма Евклида:

$1 = 28 - 3 \cdot 9 = 28 - (31 - 28 \cdot 1) \cdot 9 = 28 \cdot 10 - 31 \cdot 9 =$
$= (12180 - 31 \cdot 392) \cdot 10 - 31 \cdot 9 = 12180 \cdot 10 - 31 \cdot 401 \rightarrow x_2 = 10;$

Распишем разложение по алгоритму Евклида:

$25171 = 15 \cdot 1678 + 1;$

Обратный ход алгоритма Евклида:

$1 = 25171 - 15 \cdot 1678 \rightarrow x_3 = 1;$

Распишем разложение по алгоритму Евклида:

$13485 = 28 \cdot 481 + 17;$
$28 = 17 \cdot 1 + 11;$

$17 = 11 \cdot 1 + 6;$
$11 = 6 \cdot 1 + 5;$
$6 = 5 \cdot 1 + 1;$

Обратный ход алгоритма Евклида:

$$1 = 6 - 5 \cdot 1 = 6 - (11 - 6 \cdot 1) = 6 \cdot 2 - 11 \cdot 1 = (17 - 11 \cdot 1) \cdot 2 - 11 \cdot 1 = \\ = 17 \cdot 2 - 11 \cdot 3 = 17 \cdot 2 - (28 - 17 \cdot 1) \cdot 3 = 17 \cdot 5 - 28 \cdot 3 = \\ = (13485 - 28 \cdot 481) \cdot 5 - 28 \cdot 3 = 13485 \cdot 5 - 28 \cdot 2408 \to x_4 = 5.$$

Найдем общее решение:

$$x = \left(\sum_i M_i x_i c_i\right) mod\ M = (13020 \cdot 28 \cdot 0 + 12180 \cdot 10 \cdot 0 + 25171 \cdot 1 \cdot 0 + \\ 13485 \cdot 5 \cdot 27)\ mod\ 377580 = 1820475\ mod\ 377580 = 310155.$$

$1820475 = 377580 \cdot 4 + 310155.$

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 13485 \\ 135 \end{array} \\ \hline 67425 \\ +\ 40455 \\ 13485 \\ \hline 1820475 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 377580 \\ 4 \end{array} \\ \hline 1510320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 1820475 \\ 1510320 \end{array} \\ \hline 310155 \end{array}$$

Выполним проверку:

$310155 < 377580;$

$$\begin{cases} 310155 \equiv 0\ mod\ 29 \\ 310155 \equiv 0\ mod\ 31 \\ 310155 \equiv 0\ mod\ 15 \\ 310155 \equiv 27\ mod\ 28 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 0 \equiv 0\ mod\ 29 \\ 0 \equiv 0\ mod\ 31 \\ 0 \equiv 0\ mod\ 15 \\ 27 \equiv 27\ mod\ 28 \end{cases} \to \text{система решена верно;}$$

$310155 = 29 \cdot 10695 + 0;$

$310155 = 31 \cdot 10005 + 0;$

$310155 = 15 \cdot 20677 + 0;$

$310155 = 28 \cdot 11076 + 27$;

Ответ: $x = 310155 \; mod \; 377580$.

Задание 4.

$9^{19^{87}} mod \; 80$;

$k = 19^{87} \to 9^k \; mod \; 80$;
$\varphi(80) = \varphi(5) \cdot \varphi(16) = 4 \cdot 8 = 32$;
$k = 19^{87} = 32n + b$;
$b \equiv 19^{87} \; mod \; 32$;
$\varphi(32) = \varphi(2^5) = 32 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 16$;
$b \equiv 19^{16 \cdot 5 + 7} \; mod \; 32 \equiv 19^7 \; mod \; 32 \to a = 19, m = 7, k = 32$;
$7 = 111_2$;

a_i	c	c^2	$c^2 a^{a_i}$	$c^2 a^{a_i} \; mod \; k$
1	1	1	19	13
1	13	169	3211	11
1	11	121	2299	27

$b \equiv 27 \; mod \; 32$;

$9^{27} \; mod \; 80 \to a = 9, m = 27, k = 80$;

$27 = 2^4 + 2^3 + 2 + 1 = 11011_2$;

a_i	c	c^2	$c^2 a^{a_i}$	$c^2 a^{a_i} \; mod \; k$
1	1	1	9	1
1	1	1	9	1
0	1	1	1	1
1	1	1	9	9
1	9	81	729	9

$9^{19^{87}} \equiv 9 \; mod \; 80$;

Ответ: $9^{19^{87}} \equiv 9 \; mod \; 80$.

Задание 5.

$p(1) = 5, p(-1) = -9, \; p(-2) = -19, \; p(2) = 45, \; p(-3) = 25$;

$$f(x)=\frac{(x+1)(x+2)(x-2)(x+3)}{(2)(3)(-1)(4)}\cdot 5+\frac{(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)}{(-2)(1)(-3)(2)}\cdot(-9)+$$
$$+\frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+3)}{(-3)(-1)(-4)(1)}\cdot(-19)+\frac{(x-1)(x+1)(x+2)(x+3)}{(1)(3)(4)(5)}\cdot 45+$$
$$+\frac{(x-1)(x+1)(x+2)(x-2)}{(-4)(-2)(-1)(-5)}\cdot 25=(*);$$

$$\frac{(x+1)(x+2)(x-2)(x+3)}{(2)(3)(-1)(4)}\cdot 5=-\frac{5}{24}(x+1)(x+3)(x^2-4)=$$
$$=-\frac{5}{24}(x^2+4x+3)(x^2-4)=-\frac{5}{24}(x^4+4x^3-x^2-16x-12);$$

$$\frac{(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)}{(-2)(1)(-3)(2)}\cdot(-9)=-\frac{3}{4}(x-1)(x+3)(x^2-4)=$$
$$=-\frac{3}{4}(x^2+2x-3)(x^2-4)=-\frac{3}{4}(x^4+2x^3-7x^2-8x+12);$$

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+3)}{(-3)(-1)(-4)(1)}\cdot(-19)=\frac{19}{12}(x^2-1)(x-2)(x+3)=$$
$$=\frac{19}{12}(x^2-1)(x^2+x-6)=\frac{19}{12}(x^4+x^3-7x^2-x+6);$$

$$\frac{(x-1)(x+1)(x+2)(x+3)}{(1)(3)(4)(5)}\cdot 45=\frac{3}{4}(x^2-1)(x+2)(x+3)=$$
$$=\frac{3}{4}(x^2-1)(x^2+5x+6)=\frac{3}{4}(x^4+5x^3+5x^2-5x-6);$$

$$\frac{(x-1)(x+1)(x+2)(x-2)}{(-4)(-2)(-1)(-5)}\cdot 25=\frac{5}{8}(x^2-1)(x^2-4)=$$
$$=\frac{5}{8}(x^4-5x^2+4);$$

$$(*)=-\frac{5}{24}(x^4+4x^3-x^2-16x-12)-\frac{3}{4}(x^4+2x^3-7x^2-8x+12)+$$
$$+\frac{19}{12}(x^4+x^3-7x^2-x+6)+\frac{3}{4}(x^4+5x^3+5x^2-5x-6)+$$
$$+\frac{5}{8}(x^4-5x^2+4)=-\frac{5}{24}x^4-\frac{5}{6}x^3+\frac{5}{24}x^2+\frac{10}{3}x+\frac{5}{2}-\frac{3}{4}x^4-\frac{3}{2}x^3+\frac{21}{4}x^2+$$
$$+6x-9+\frac{19}{12}x^4+\frac{19}{12}x^3-\frac{133}{12}x^2-\frac{19}{12}x+\frac{19}{2}+\frac{3}{4}x^4+\frac{15}{4}x^3+\frac{15}{4}x^2-\frac{15}{4}x-\frac{9}{2}+$$
$$+\frac{5}{8}x^4-\frac{25}{8}x^2+\frac{5}{2}=2x^4+3x^3-5x^2+4x+1;$$

Выполним проверку:

$f(1)=2+3-5+4+1=5;$
$f(-1)=2-3-5-4+1=-9;$
$f(-2)=2\cdot 16-24-20-8+1=-19;$
$f(2)=32+24-20+8+1=45;$
$f(-3)=2\cdot 81-3\cdot 27-45-12+1=25;$

Был найден верный многочлен.

Ответ: $f(x)=2x^4+3x^3-5x^2+4x+1$.

Задание 6.

$x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 7x - 2 = 0;$
$d(-2) = \{1; 2\};$
$d(1) = \{1\};$

	1	-5	-6	7	-2
1	1	-4	-10	-3	-5
-1	1	-6	0	7	-9
2	1	-3	-12	-17	-36
-2	1	-7	8	-9	16

Выполним проверку:

$f(1) = 1 - 5 - 6 + 7 - 2 = -5;$

$f(-1) = 1 + 5 - 6 - 7 - 2 = -9;$

$f(2) = 16 - 40 - 24 + 14 - 2 = -36;$
$f(-2) = 16 + 40 - 24 - 14 - 2 = 16;$

Ответ: рациональных корней нет.

Задание 7.

$2_7x + 116_7 = 255_7;$

Первый способ решения:

Переведем все в десятичную систему счисления, а затем полученный ответ переведем в семеричную сс:

$2_7 = 2_{10};$

$116_7 = 1 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7 + 6 = 62_{10};$

$255_7 = 2 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7 + 5 = 98 + 35 + 5 = 138_{10};$

Решаем уравнение вида: $2x + 62 = 138$

$2x = 138 - 62;$

$x = \frac{76}{2} = 38;$

Выполним перевод обратно в семеричную сс:

$38_{10} = 5 \cdot 7 + 3 \rightarrow 38_{10} = 53_7.$

Второй способ:

Решаем сразу в семеричной СС:

$2_7x + 116_7 = 255_7$;

$$\begin{array}{r} 255 \\ -\,116 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr|l} -\,1 & 3 & 6 & 2 \\ \cline{4-4} 1 & 3 & & 53 \\ \cline{1-2} & - & 6 & \\ & & 6 & \\ \cline{3-3} & & 0 & \end{array}$$

$x = \frac{136_7}{2_7} = 53_7$;

Выполним проверку:

$2_7 \cdot 53_7 + 116_7 = 136_7 + 116_7 = 255_7 \rightarrow$ корень найден верно;

Для корня в десятичной СС:

$2 \cdot 38 + 62 = 76 + 62 = 138 = 255_7 \rightarrow$ корень найден верно.

Ответ: $x = 53_7 = 38_{10}$.

Задание 8.

$\frac{31}{42}\, mod\, 79$;

$42x = 31\, mod\, 79$;

Решаем Диофантово уравнение:

$42x - 79y = 31$;

$\gcd(-79{,}42) = 1$;

Распишем разложение:

$79 = 42 \cdot 1 + 37$;

$42 = 37 \cdot 1 + 5$;
$37 = 5 \cdot 7 + 2$;

$5 = 2 \cdot 2 + 1$;

Решаем уравнение вида: $42x_0 - 79y_0 = 1$;

Обратный ход алгоритма Евклида:

$$1 = 5 - 2 \cdot 2 = 5 - (37 - 5 \cdot 7)2 = 5 \cdot 15 - 37 \cdot 2 =$$
$$= (42 - 37 \cdot 1)15 - 37 \cdot 2 = 42 \cdot 15 - 37 \cdot 17 = 42 \cdot 15 - (79 - 42 \cdot 1)17 =$$
$$= 42 \cdot 32 - 79 \cdot 17 \rightarrow x_0 = 32,\ y_0 = (-1)(-17) = 17;$$

Тогда для изначального уравнения решение в общем виде:

$$\begin{cases} x = x_0 \cdot \frac{c}{d} + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 \cdot \frac{c}{d} - \frac{a}{d}k \end{cases}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} x = 32 \cdot 31 - 79k \\ y = 17 \cdot 31 - 42k \end{cases}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{cases} x = 992 - 79k \\ y = 527 - 42k \end{cases}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 31 \\ 17 \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{r} 217 \\ 31 \\ \hline 527 \end{array} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} -\,992 & 79 \\ \cline{2-2} 79 & 12 \\ \cline{1-1} -\,202 & \\ 158 & \\ \cline{1-1} 44 & \end{array}$$

$x \in [0; 79);$

При $k = 0$: $992 \; mod \; 79 = 44;$

$0 \leq 44 \leq 79;$

$992 \equiv 44 \; mod \; 79;$

Ответ: 44.

Задание 9.

Первый способ:

$$\frac{129}{95} = 1 + \frac{34}{95} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{95}{34}\right)} = 1 + \frac{1}{2+\left(\frac{27}{34}\right)} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{\left(\frac{34}{27}\right)}} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\left(\frac{7}{27}\right)}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{\left(\frac{27}{7}\right)}}} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{3+\left(\frac{6}{7}\right)}}} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{\left(\frac{7}{6}\right)}}}} = 1 + \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{1+\left(\frac{1}{6}\right)}}}} =$$

$$= [1; 2; 1; 3; 1; 6];$$

Второй способ:

$129 = 95 \cdot 1 + 34;$

$95 = 34 \cdot 2 + 27;$

$34 = 27 \cdot 1 + 7;$
$27 = 7 \cdot 3 + 6;$
$7 = 6 \cdot 1 + 1;$
$6 = 1 \cdot 6;$

$\frac{129}{95} = [1; 2; 1; 3; 1; 6].$

Ответ: $\frac{129}{95} = [1; 2; 1; 3; 1; 6].$

Задание 10.

$\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x];$

$$
\begin{array}{rrrrrrrrrrrrr|l}
- & x^5 & + & 3x^4 & + & 4x^3 & + & 3x^2 & + & 2x & + & 1 & & 3x^3 + x^2 + 2x + 2 \\ \cline{14-14}
 & x^5 & + & 2x^4 & + & 4x^3 & + & 4x^2 & & & & & & 2x^2 + 2x + 1 \\ \cline{2-9}
 & & - & x^4 & + & 0x^3 & + & 4x^2 & + & 2x & & & & \\
 & & & x^4 & + & 2x^3 & + & 4x^2 & + & 4x & & & & \\ \cline{4-10}
 & & & & - & 3x^3 & + & 0x^2 & + & 3x & + & 1 & & \\
 & & & & & 3x^3 & + & x^2 & + & 2x & + & 2 & & \\ \cline{6-12}
 & & & & & & & 4x^2 & + & x & + & 4 & &
\end{array}
$$

Выполним проверку:

$(3x^3 + x^2 + 2x + 2)(2x^2 + 2x + 1) + 4x^2 + x + 4 = 6x^5 + 6x^4 + 3x^3 +$
$+2x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x^3 + 4x^2 + 2x + 4x^2 + 4x + 2 + 4x^2 + x + 4 =$
$= 6x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 7x + 6 = x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \rightarrow$
$\rightarrow$ остаток найден верно;

$6 \equiv 1 \; mod \; 5;$
$9 \equiv 4 \; mod \; 5;$
$8 \equiv 3 \; mod \; 5;$
$13 \equiv 3 \; mod \; 5;$
$7 \equiv 2 \; mod \; 5.$

Ответ: $4x^2 + x + 4.$